

Что мы можем узнать о свойствах атомного ядра из таблицы масс атомных ядер? Научный и образовательный аспекты

Е. В. Владимирова^{1,2}, И. Д. Дашков¹, Б. С. Ишханов^{1,2}, Т. Ю. Третьякова^{2*}

¹ Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова,
физический факультет, кафедра общей ядерной физики. Россия,
119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.

² Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д. В. Скобельцына Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2
(Статья поступила 26.06.2018; Подписана в печать 29.06.2018)

В последние годы существенно возрос объем экспериментальных данных о массах атомных ядер, как за счет увеличения числа открытых изотопов, так и за счет уточнения предыдущих результатов. Это делает феноменологический подход к изучению свойств атомных ядер через массовые соотношения все более информативным. В работе рассмотрены разностные массовые характеристики и показана их взаимосвязь со свойствами атомного ядра. Простота и иллюстративность данного подхода позволяют эффективно использовать его в образовательных целях. Большое число массовых соотношений, а также значительный объем постоянно обновляющейся базы масс атомных ядер требуют автоматизации процесса расчета и отображения массовых характеристик в различных цепочках ядер. Для этих целей создана программа MaRel, описание которой приведено в настоящей статье.

PACS: 21.10.Dr, 21.30.Fe, 29.87.+g УДК: 539.1

Ключевые слова: модели атомных ядер, массовая поверхность, структура атомного ядра, спаривание нуклонов.

ВВЕДЕНИЕ

Масса атомного ядра является одной из основных и наиболее удобных для изучения характеристик атомного ядра по многим причинам. Именно масса определяет энергию связи ядра и, как следствие, его стабильность. Систематическое изучение масс атомных ядер позволяет получить представление о важных особенностях структуры ядра и предсказать некоторые свойства ядерных реакций. При этом непрерывно растет как количество изотопов, для которых проведены прямые измерения массы, так и точность экспериментальных данных. Наглядное представление о современном состоянии экспериментальных данных дают характеристики наиболее общепринятой компиляции масс атомных ядер АМЕ 2016 [1]. В табл. I в сравнении с АМЕ2012 [2] приведено число изотопов, для которых существуют экспериментальные значения (или проведена феноменологическая оценка) массы основного состояния ($N(M_{g.s.})$) или возбужденного изомерного состояния ($N(M_m)$). На данный момент для 2866 атомных ядер существуют экспериментальные значения массы основного или изомерного состояния (в АМЕ2012 — 2774), причем 489 из них определены с точностью более 1 кэВ (в АМЕ2012 — 402).

С педагогической точки зрения, подход к изучению свойств атомного ядра с использованием его массы является также очень удобным, ввиду своей наглядности и отсутствия необходимости специальных знаний о микромире у студента. Масса атомного ядра

$M_{nucl}(N, Z)$ связана с его энергией связи $B(N, Z)$ простым соотношением:

$$B(N, Z) = (Zm_p + Nm_n - M_{nucl}(N, Z))c^2, \quad (1)$$

где N и Z — числа нейтронов и протонов в ядре. Данное определение основано на том, что масса связанного атомного ядра всегда меньше суммы масс составляющих его нейтронов и протонов.

Все известные атомные ядра можно расположить на NZ -диаграмме, добавив цветовую дифференциацию по периоду полураспада (рис. 1,а). Стабильными считаются ядра с периодом полураспада более $1,6 \cdot 10^{16}$ с. Для определения того, какая комбинация нейтронов и протонов может обеспечить стабильное ядро, рассматривается диагональное сечение NZ -диаграммы, то есть ряд ядер-изобар с постоянным массовым числом $A = N + Z$. На рис. 1,б приведена зависимость массы от числа протонов для изобар $A = 150$, которая с хорошей точностью аппроксимируется параболической зависимостью. Видно, что чем меньше масса ядра, тем оно стабильнее и тем больше его энергия связи. Ядра на правой ветви параболы переходят в более стабильные конфигурации в процессе β^+ -распада и e^- -захвата; ядра на левой ветви испытывают β^- -распад. Также видно, что стабильными и наиболее долгоживущими являются четно-четные ($Z = 60, 62$) ядра вблизи минимума параболы.

1. ЧЕТНО-НЕЧЕТНЫЙ ЭФФЕКТ И МАССОВЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Более детальное рассмотрение зависимости $M_{nucl}(Z)$ для $A = \text{const}$ при четных значениях A демонстрирует систематическое расщепление массовой

*E-mail: tretyakova@sinp.msu.ru

Таблица I: Объем и точность данных компиляций масс атомных ядер АМЕ2016 [1] и АМЕ2012 [2]. $N(M_{g.s.})$ и $N(M_m)$ — число изотопов с экспериментально определенными величинами массы ядра в основном (g.s.) или изомерном (m) состоянии, $\tilde{N}(M_{g.s.})$ и $\tilde{N}(M_m)$ — то же для оцененных значений

	Эксперимент		Оценка		Число данных	Точность			
	$N(M_{g.s.})$	$N(M_m)$	$\tilde{N}(M_{g.s.})$	$\tilde{N}(M_m)$		<0,1 кэВ	<1 кэВ	<10 кэВ	>100 кэВ
АМЕ2012	2438	336	915	128	3827	87	315	1438	123
АМЕ2016	2497	369	938	119	3923	111	378	1477	153

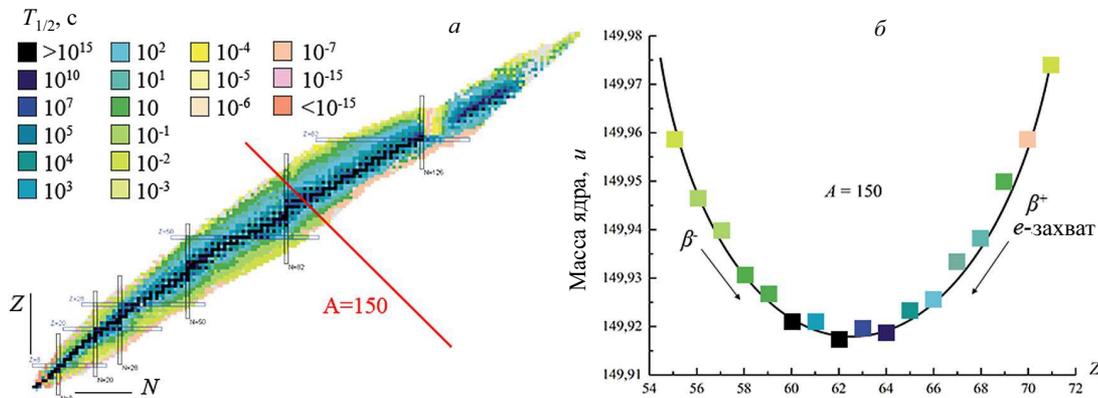


Рис. 1: NZ — диаграмма изотопов с указанием периода полураспада (а), зависимость массы ядер–изобар A=150 от заряда Z, аппроксимированная параболой (б). Здесь и далее использованы массы ядер из [1]

поверхности на два слоя для четных и нечетных значений Z — так называемый EOS-эффект (even-odd staggering). На рис. 2 приведены результаты отдельной аппроксимации параболой четно–четных, нечетно–нечетных ядер–изобар A = 150 с добавлением аппроксимации усредненных масс четно–нечетных ядер A = 149 и A = 151. Как видно из рисунка, для нечетных A выполняется соотношение:

$$M_{nucl}(A) > \frac{1}{2}(M_{nucl}(A - 1) + M_{nucl}(A + 1)). \quad (2)$$

Существование EOS-эффекта является результатом проявления спаривания нуклонов в атомных ядрах [3]. Поскольку масштаб расслоения составляет около 1–3 МэВ, что существенно меньше энергии связи и тем более массы ядра, то более наглядно роль эффекта спаривания тождественных нуклонов можно рассмотреть на примере энергии отделения нуклона в ядре. Далее в статье мы будем говорить о зависимостях для энергии спаривания нейтронов, аналогичные соотношения для протонов можно получить взаимной заменой N на Z в приведенных ниже формулах. Энергия отделения нейтрона определяется следующим образом:

$$S_n(N, Z) = -(M_{nucl}(N, Z) - M_{nucl}(N - 1, Z) - m_n)c^2 = B(N, Z) - B(N - 1, Z). \quad (3)$$

На рис. 3 показана зависимость $S_n(N)$ для цепочки изотопов кальция (Z = 20). Можно отметить три особенности поведения зависимости $S_n(N)$:

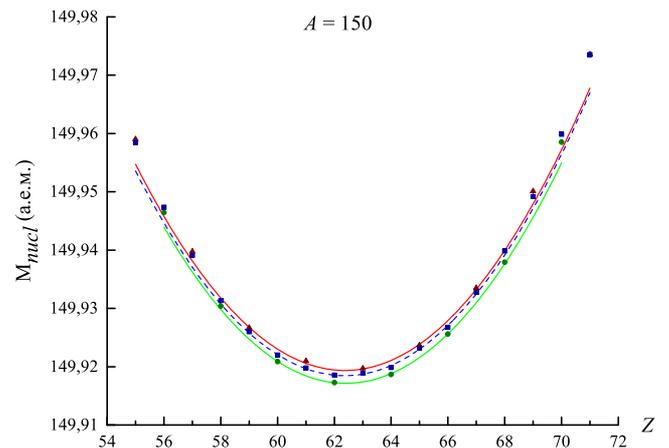


Рис. 2: Зависимость массы ядер–изобар A = 150 от зарядового числа Z. Зелёные круги — значения масс ядер с четными значениями N и Z, красные треугольники — с нечетно–нечетными N и Z, синие квадраты соответствуют усредненным значениям для A = 149 и A = 151. Аппроксимация параболой соответствующих цветов

1. Пилообразный характер зависимости, связанный с силами спаривания нейтронов. Действительно, при удалении нечетного нейтрона, энергия тратится только на преодоление общего потенциала ядра, в то время как при удалении четного

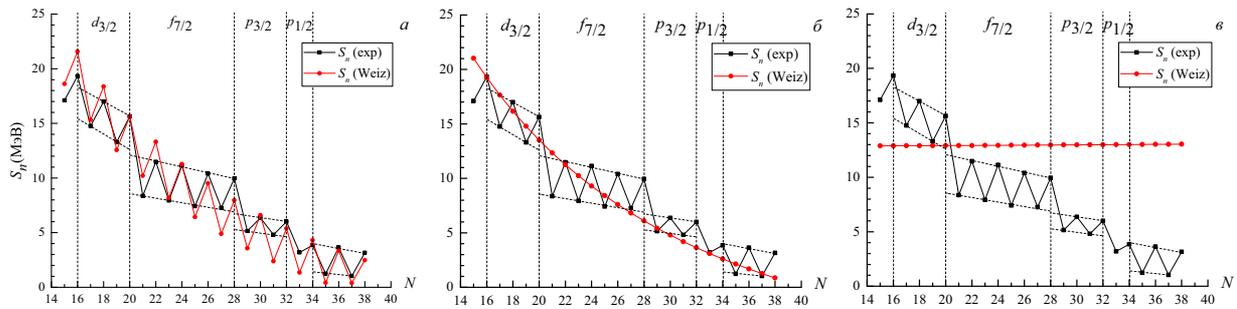


Рис. 3: Зависимость энергии отделения нейтрона S_n от числа нейтронов N в изотопах кальция для экспериментальных значений масс (exp) и рассчитанных по формуле (8) (Weiz): *a* — с учетом всех членов формулы; *b* — без учета поправки на энергию спаривания; *c* — без учета поправок на энергию спаривания и энергию симметрии

нейтрона, необходимо затратить дополнительную энергию для разрыва пары.

- Тенденция убывания S_n . Если убрать из рассмотрения эффект спаривания (например, рассматривая по отдельности четные и нечетные изотопы), видна тенденция к уменьшению энергии отделения нейтрона с ростом N .
- Явные скачки при определенных значениях $N = 20, 28$ и 34 иллюстрируют оболочную структуру ядра, а перечисленные числа соответствуют числам заполнения ядерных оболочек. Видно, что нуклоны на оболочке $1d_{3/2}$ сильнее связаны с ядром, чем нуклоны на оболочке $1f_{7/2}$ и тем более на оболочке $2p_{3/2}$.

Каждый из отмеченных эффектов можно оценить численно с помощью разностных соотношений. Например, по пилообразным скачкам можно оценить вклад эффекта спаривания, однако тенденция к убыванию зависимости $S_n(N)$ приводит к неопределенности в том, как именно определить величину эффекта спаривания (рис. 4,а). Можно рассмотреть два варианта расчета [4]:

$$\Delta_{nn}(N) = (-1)^N [S_n(N) - S_n(N - 1)], \quad (4)$$

$$\Delta_{nn}^{(3)}(N) = (-1)^N [S_n(N) - S_n(N + 1)], \quad (5)$$

Видно, что $\Delta_{nn}^{(3)}(N) = \Delta_{nn}(N + 1)$, а также всегда при четных N $\Delta_{nn}^{(3)}(N) > \Delta_{nn}(N)$ (и наоборот для нечетных N). Усредняющая оценка $\Delta_{nn}^{(4)}(N)$ [3] позволяет получить оценку эффекта спаривания, исключая влияние изменения общего потенциала:

$$\Delta_{nn}^{(4)}(N) = (-1)^N [\Delta_{nn}(N) + \Delta_{nn}^{(3)}(N)]. \quad (6)$$

Видно, что данные оценки соответствуют эффекту спаривания нейтронов только в середине заполнения

оболочек, поскольку переход между подоболочками дает дополнительный эффект за счет изменения одночастичной энергии. Поведение введенных характеристик для цепочки изотопов кальция ($Z = 20$) показано на рис. 5. В литературе используются и более сложные соотношения для оценки эффекта спаривания из масс ядер, часть из них, а также соотношения для энергии спаривания протонов приведены в разделе 4. Важно отметить, что, несмотря на длительную историю изучения сил спаривания, вопрос о том, какое именно массовое соотношение можно считать наиболее адекватно соответствующим парному взаимодействию тождественных нуклонов остается открытым [4, 6–9].

Следующая характеристика оказывается интересной и с точки зрения выявления переходов между подоболочками, и с точки зрения оценки эффекта спаривания [8]:

$$\begin{aligned} \delta e(N) &= (-1)^N [\Delta_{nn}^{(3)}(N) - \Delta_{nn}(N)] = \\ &= (-1)^N [\Delta_{nn}(N + 1) - \Delta_{nn}(N)]. \quad (7) \end{aligned}$$

Исходя из определения, $\delta e(N) = S_n(N - 1) - S_n(N + 1)$, поэтому при значениях N , соответствующих переходу между подоболочками, наблюдается пик $\delta e(N)$, который будет тем выше, чем сильнее изменяется общий потенциал ядра при добавлении последнего нейтрона. Сильнее всего пики проявляются при прохождении магических чисел. С другой стороны, в середине оболочек значение $\delta e(N)$ формально совпадает с параметром спаривания G в простейшей модели сеньорити [4].

2. ФОРМУЛА БЕТЕ–ВАЙЦЕККЕРА

Как было показано выше, использование в разностных соотношениях экспериментальных масс атомных ядер позволяет получить представление о структурных особенностях ядер. Использование оценок масс, полученных в различных модельных подходах, открывает новые возможности для проверки адекватности моделей и углубления понимания упомянутых особенностей. Особенно интересной в данном контексте является модель жидкой капли Бете–Вайцеккера [10, 11].

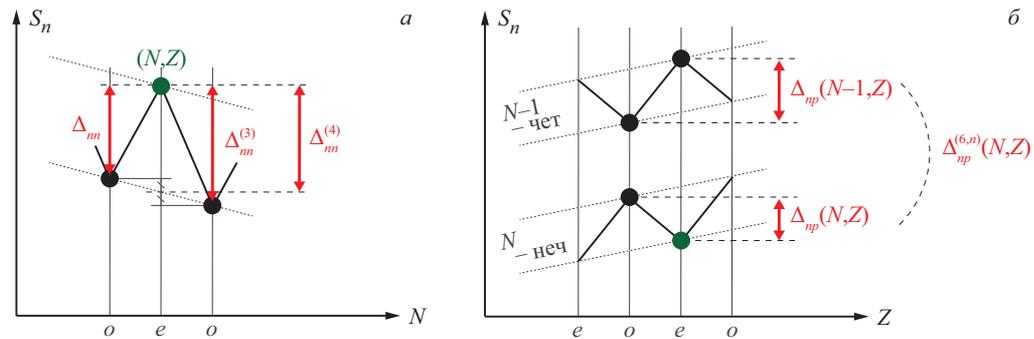


Рис. 4: Иллюстрация соотношений для оценки спаривания двух нейтронов (а), нейтрона и протона (б) через энергии отделения нейтрона S_n в изотопах (а) и изотонах (б)

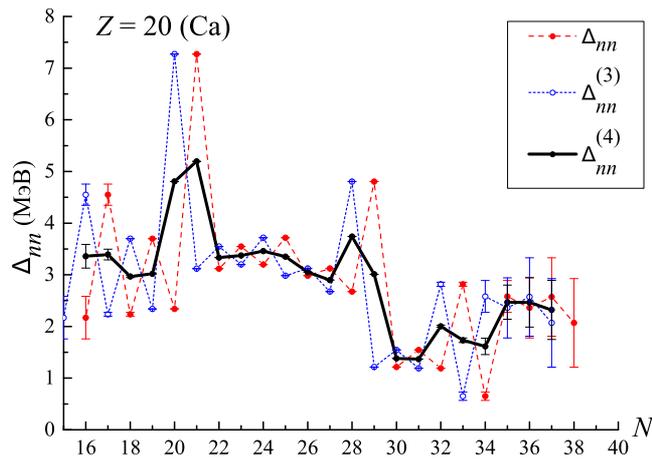


Рис. 5: Зависимость энергии спаривания нейтронов (Δ_{nm} , $\Delta_{nn}^{(3)}$, $\Delta_{nn}^{(4)}$) от N в изотопах кальция

Данная модель позволяет выразить массу ядра через ряд слагаемых, каждое из которых соответствует определенным характеристикам ядерных сил:

$$M(A, Z)c^2 = [Zm_p c^2 + Nm_n c^2] - a_1 A + a_2 A^{2/3} + a_3 \frac{Z^2}{A^{1/3}} + a_4 \frac{(N-Z)^2}{4A} + a_5 A^{-3/4}, \quad (8)$$

где вклад $a_1 A$ с соответствует объемной энергии ($a_1 = 15,75$ МэВ), вклад $a_2 A^{2/3}$ является поправкой на конечный размер ядер и соответствует поверхностной энергии ($a_2 = 17,8$ МэВ), вклад $a_3 \frac{Z^2}{A^{1/3}}$ описывает кулоновское отталкивание протонов ($a_3 = 0,711$ МэВ) и вклад $a_4 \frac{(N-Z)^2}{4A}$ описывает энергию симметрии ($a_4 = 23,7$ МэВ). Последнее слагаемое описывает вклад эффекта спаривания нуклонов, который принято отсчитывать от массовой поверхности для нечетных A :

$$a_5(N, Z) = \begin{cases} -34 \text{ МэВ}, & N, Z - \text{нечет} \\ 0, & A - \text{нечет} \\ 34 \text{ МэВ}, & N, Z - \text{чет} \end{cases} \quad (9)$$

Значения коэффициентов в формуле (8) с хорошей точностью описывают основной массив экспериментальных значений масс ядер [5]. Данное соотношение приводит к параболической зависимости масс ядер-изобар от Z описанной ранее. Однако из рис.2 видно, что для ядер вдали от линии стабильности соответствие между экспериментальными данными и аппроксимацией ухудшается, что приводит к необходимости введения дополнительных поправок в формуле (8), зависящих от изоспина и учитывающих избыток нейтронов или протонов [12].

На рис. 3 показано сравнение поведения характеристики $S_n(N)$ для изотопов кальция ($Z = 20$), полученной на основе экспериментальных масс и на основе формулы (8) с учетом разных слагаемых. Видно, что использование всех слагаемых позволяет качественно воспроизвести зависимость $S_n(N)$, однако, поскольку данная модель не учитывает оболочечную структуру ядра, в данном подходе невозможно описать скачки при переходах между подоболочками. Рис. 3,б и 3,в наглядно демонстрируют роль энергии симметрии, обеспечивающей основной вклад в ослабление притягивающего потенциала при увеличении числа нейтронов в цепочке изотопов.

3. СПАРИВАНИЕ НЕЙТРОНА И ПРОТОНА

Помимо спаривания тождественных нуклонов большой интерес представляет вопрос о парном взаимодействии нейтрона и протона. Исходя из зарядовой зависимости ядерных сил, как основного свойства взаимодействия нуклонов, следует ожидать для взаимодействия нейтрона и протона столь же сильной зависимости от числа нуклонов. На рис. 6 показаны энергии отделения нейтрона $S_n(Z)$ и протона $S_p(Z)$ в изотонах $N = 50$. Если зависимость $S_p(Z)$ отражает эффект спаривания протонов, то характер зависимости $S_n(Z)$ определяется взаимодействием внешних нейтрона и протона и зависит от np спаривания. Видно, что данная зависимость также имеет пилообразный характер, однако в данном случае амплитуда колебаний су-

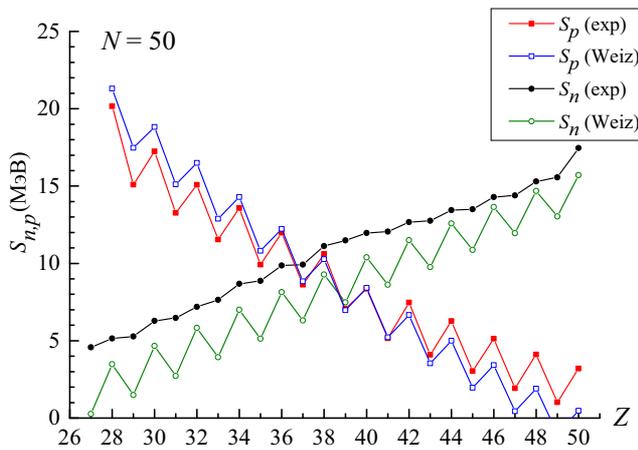


Рис. 6: Зависимости энергий отделения нейтрона S_n и протона S_p от числа протонов Z в изотопах $N = 50$ для экспериментальных значений масс (exp) и рассчитанных по формуле Бете-Вайцзеккера (8) (Weiz)

щественно меньше, поскольку в данном случае речь идет о взаимодействии нуклонов, находящихся на разных подоболочках.

Формула Бете-Вайцзеккера содержит одно слагаемое, отвечающее за эффект спаривания нуклонов, и не учитывает оболочечной структуры ядра. Как следствие, данная формула предсказывает одинаковую амплитуду колебаний как для $S_n(Z)$, так и для $S_p(Z)$.

Схематически зависимость $S_n(Z)$ в изотопах представлена на рис. 4,б. Она имеет тенденцию к росту с увеличением Z . Аналогично спариванию тождественных нуклонов наиболее прямым способом оценки np -взаимодействия является разность энергии отделения нуклона в соседних изотопах [13, 14]:

$$\Delta_{np}(N, Z) = S_n(N, Z) - S_n(N, Z - 1) = S_p(N, Z) - S_p(N - 1, Z). \quad (10)$$

Для учета наклона зависимости $S_n(Z)$ при $N = \text{Const}$ вводится усреднение с соседней цепочкой изотонов (в случае $\Delta_{np}^{(6,n)}$) или изотопов (в случае $\Delta_{np}^{(6,p)}$):

$$\Delta_{np}^{(6,n)}(N, Z) = \frac{(-1)^Z}{2} [\Delta_{nn}^{(3)}(N, Z) - \Delta_{nn}^{(3)}(N, Z - 1)]. \quad (11)$$

$$\Delta_{np}^{(6,p)}(N, Z) = \frac{(-1)^N}{2} [\Delta_{pp}^{(3)}(N, Z) - \Delta_{pp}^{(3)}(N - 1, Z)]. \quad (12)$$

Помимо приведенных выше соотношений для оценки np -взаимодействия в литературе используется большое число других массовых соотношений, соответствие которых непосредственно эффекту спаривания активно обсуждается [15–19]. К сожалению число изотопов, в которых np -взаимодействие проявляется обособленно от других эффектов, весьма незначительно.

Одним из наиболее иллюстративных и интересных примеров спаривания нейтрона и протона является изотоп скандия $^{42}_{21}\text{Sc}$, в котором пара нейтрон и протон находится в состоянии $f_{7/2}$ сверх дважды магического остова $^{40}_{20}\text{Ca}$. Наличие пары тождественных нуклонов сверх замкнутого остова приводит к формированию набора уровней с изоспином $T = 1$, так называемого мультиплета основного состояния (GSM — ground state multiplet). В соответствии с зарядовой независимостью ядерных сил в спектре $^{42}_{21}\text{Sc}$ также должен присутствовать набор изобар-аналоговых состояний (IAS — isobar-analogue states) с $T = 1$, соответствующих GSM в соседних ядрах-изобарах $^{42}_{20}\text{Ca}$ и $^{42}_{22}\text{Ti}$ (рис. 7,а). Расщепление мультиплета определяется энергией спаривания соответствующих нуклонов, на рис. 7,а отмечены значения $\Delta_{nn}^{(4)}$, Δ_{np} и $\Delta_{pp}^{(4)}$.

Интересно отметить, что если для тождественных нуклонов в данном диапазоне ядер энергия спаривания составляет около 3 МэВ, то величина энергии np -спаривания Δ_{np} для соответствующих нечетно-нечетных ядер не на много превышает 1 МэВ. На рис. 7,б для ядер-изобар $A = 42$ в зависимости от Z представлены результаты расчетов энергии np -спаривания Δ_{np} в сравнении с энергиями спаривания нейтронов $\Delta_{nn}^{(4)}$ и протонов $\Delta_{pp}^{(4)}$. Видно, что при $N = Z = 21$ (изотоп скандия $^{42}_{21}\text{Sc}$) дополнительный вклад в Δ_{np} дает энергия симметрии, благодаря чему образуется так называемый вигнеровский скачок, в результате чего значение Δ_{np} практически сравнивается со значениями $\Delta_{nn}^{(4)}$ и $\Delta_{pp}^{(4)}$ в соседних четно-четных изотопах $^{42}_{20}\text{Ca}$ и $^{42}_{22}\text{Ti}$.

Также на рис. 7,б приведены значения массовых соотношений из работы [20] Δ_{np}^{MN} и δ_{np} . Величина Δ_{np}^{MN} соответствует расщеплению массовой поверхности между четно-четными и нечетно-нечетными ядрами:

$$\Delta_{np}^{MN} = \Delta_p + \Delta_n - \delta_{np},$$

где δ_{np} соответствует величине np -взаимодействия. Нейтронный EOS-эффект зависят от четности N :

$$\Delta_n = \begin{cases} \Delta_n^{(5)}(N, Z), & N - \text{четное} \\ \Delta_n^{(5)}(N, Z) + \delta_{np}, & N - \text{нечетное,} \end{cases} \quad (13)$$

$$\Delta_n^{(5)}(N, Z) = \frac{1}{4} [\Delta_{nn}^{(4)}(N, Z) + \Delta_{nn}^{(4)}(N + 1, Z)] \quad (14)$$

Для протонного EOS-эффекта Δ_p соответствующие формулы получаются взаимной заменой N и Z в соотношениях (13) и (14).

Следует отметить хорошее совпадение значений Δ_{np}^{MN} и $\Delta_{nn}^{(4)}$ в ^{42}Ca , $\Delta_{pp}^{(4)}$ в ^{42}Ti и Δ_{np} в ^{42}Sc . Ход зависимости $\delta_{np}(Z)$ повторяет ход $\Delta_{np}(Z)$, но при этом данная характеристика имеет вдвое меньшую величину. Взаимосвязь рассмотренных выше характеристик np -взаимодействия, а также другие варианты расчета

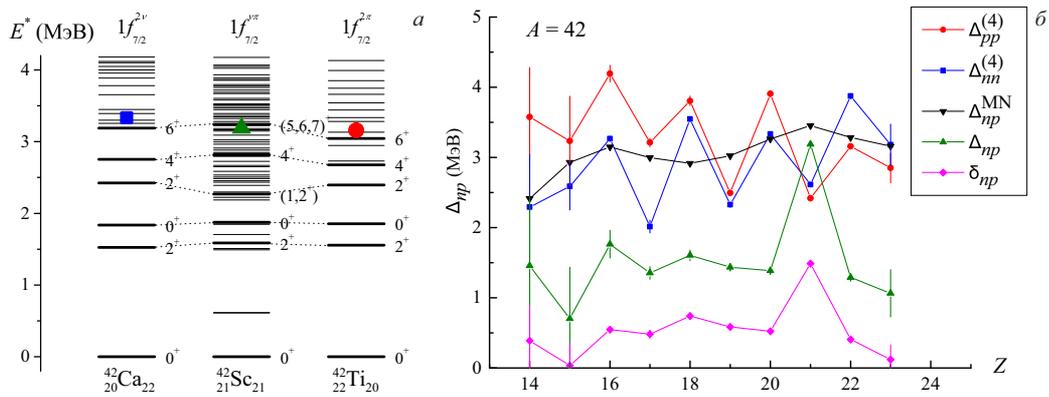


Рис. 7: а — Спектры изобар–аналоговых состояний в ^{42}Ca , ^{42}Sc , ^{42}Ti . Точками отмечены энергии спаривания нейтронов $\Delta_{nn}^{(4)}$, нейтрона и протона Δ_{np} и протонов $\Delta_{pp}^{(4)}$. б — Характеристики спаривания нуклонов в ядрах–изобарах $A = 42$: энергии спаривания нейтронов $\Delta_{nn}^{(4)}$, протонов $\Delta_{pp}^{(4)}$, Δ_{np} , а также Δ_{np}^{MN} и δ_{np} по формулам из работы [20]

были нами рассмотрены ранее в работе [21] на примере ядер $N = Z$. Проведенный анализ $N = Z$ показал, что для самосопряженных ядер существенно различающиеся формулы для расчета энергии np -спаривания приводят к сходным результатам. При этом из рис. 7,б видно, что вклад энергии Вигнера делает ядра с $N = Z$ особым объектом и для более точного анализа необходимо изучить поведение массовых соотношений в других цепочках ядер.

4. ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС MAREL

Рассмотренные массовые характеристики не просто отражают величину парных корреляций, но и позволяют получить представление о внутренней структуре ядер. Большое разнообразие формул, возможность расчета различных характеристик на основе как экспериментальных, так и модельных масс, а также возможность рассмотрения поведения каждой зависимости для различных цепочек ядер (изотопы, изотоны, изобары и ядра с $N - Z = \text{const}$) приводит к актуальности создания программного обеспечения, которое позволило бы строить различные зависимости на основе данных по массам ядер для выбранной цепочки ядер. Наличие такого инструмента позволяет углубить понимание каждой из характеристик, а также является удобным наглядным способом для демонстрации внутренних свойств ядра студентам. Для решения поставленных задач был создан программный комплекс MaRel (Mass Relations), обладающий следующими основными функциональными возможностями:

1. Выбор источника данных (эксперимент, формула Бете–Вайцзеккера), причем для формулы Бете–Вайцзеккера предусмотрен выбор учитываемых слагаемых. Также есть возможность использования в программе результатов других модельных расчетов, например, микроскопических

расчетов методом Хартри–Фока с взаимодействием Скирма [22].

2. Выбор любых разностных характеристик для построения.
3. Построение зависимостей для цепочек изотопов ($Z = \text{const}$), изотонов ($N = \text{const}$), ядер–изобар ($A = \text{const}$) и ядер с $N - Z = \text{const}$.
4. Визуализация зависимостей в программе и возможность сохранения результатов работы пользователю для дальнейшей работы вне программы (в виде графика или исходного ряда данных).
5. Интуитивно–понятный интерфейс, быстрое действие, низкие системные требования.

Язык программирования: C#

Тип выходных данных: Приложение Windows Forms

Системные требования: Windows с поддержкой .Net Framework 4

Выбор источника данных

В текущей версии программы в качестве источника входных данных используется компиляция масс атомных ядер AME2016 [1]. Отключить выбор экспериментальных данных, а также подключить массы ядер, рассчитанные по формуле Бете–Вайцзеккера (8), можно в пункте меню *Выбор источника данных*.

Расчетные формулы

В пункте меню *Выбор зависимостей для построения* можно выбрать следующие массовые соотношения для отображения на графике:

- B – удельная энергия связи:

$$B(N, Z)/A = (Zm_p + Nm_n - M(N, Z)) c^2/A.$$

- S_n и S_p – энергии отделения нуклона, S_d – энергия отделения дейтрона:

$$S_n(N, Z) = B(N, Z) - B(N - 1, Z),$$

$$S_p(N, Z) = B(N, Z) - B(N, Z - 1),$$

$$S_d(N, Z) = B(N, Z) - B(N - 1, Z - 1) - 2, 224 \text{ МэВ}.$$

- Массовые соотношения для энергии спаривания нейтронов:

$$\Delta_{nn}(N, Z) = (-1)^N [S_n(N, Z) - S_n(N - 1, Z)],$$

$$\Delta_{nn}^{(3)}(N, Z) = (-1)^N [S_n(N, Z) - S_n(N + 1, Z)] \quad [3],$$

$$\Delta_{nn}^{(4)}(N, Z) = \frac{(-1)^N}{2} (\Delta_{nn}(N, Z) + \Delta_{nn}^{(3)}(N, Z)) \quad [3],$$

$$\Delta_{nn}^{(5)}(N, Z) = \frac{1}{2} [\Delta_{nn}^{(4)}(N, Z) + \Delta_{nn}^{(4)}(N + 1, Z)] \quad [20],$$

$$\delta e(N, Z) = (-1)^N [\Delta_{nn}^{(3)}(N, Z) - \Delta_{nn}(N, Z)] \quad [8].$$

- Массовые соотношения для энергии спаривания протонов:

$$\Delta_{pp}(N, Z) = (-1)^Z [S_p(N, Z) - S_p(N, Z - 1)],$$

$$\Delta_{pp}^{(3)}(N, Z) = (-1)^Z [S_p(N, Z) - S_p(N, Z + 1)] \quad [3],$$

$$\Delta_{pp}^{(4)}(N, Z) = \frac{(-1)^Z}{2} [\Delta_{pp}(N, Z) + \Delta_{pp}^{(3)}(N, Z)] \quad [3],$$

$$\Delta_{pp}^{(5)}(N, Z) = \frac{1}{2} [\Delta_{pp}^{(4)}(N, Z) + \Delta_{pp}^{(4)}(N, Z + 1)] \quad [20],$$

$$\delta e(N, Z) = (-1)^Z [\Delta_{pp}^{(3)}(N, Z) - \Delta_{pp}(N, Z)] \quad [8].$$

- Спаривание нейтрона и протона:

$$\begin{aligned} \Delta_{np}(N, Z) &= S_{np} - [S_n(N, Z - 1) + S_p(N - 1, Z)] = \\ &= S_n(N, Z) - S_n(N, Z - 1) = \\ &= S_p(N, Z) - S_p(N - 1, Z), \end{aligned}$$

$$\Delta_{np}^{(3)}(N, Z) = \frac{(-1)^{N+1}}{2} [S_d(N + 1, Z + 1) - S_d(N, Z)],$$

$$\Delta_{np}^{(4)}(N, Z) = \frac{1}{2} [\Delta_{np}^{(3)}(N, Z) + \Delta_{np}^{(3)}(N - 1, Z - 1)],$$

$$\Delta_{np}^{(7)}(N, Z) = \frac{1}{2} [\Delta_{np}(N, Z) + \Delta_{np}(N + 1, Z + 1)],$$

$$\Delta_{np}^{(6,n)}(N, Z) = \frac{(-1)^Z}{2} [\Delta_{nn}^{(3)}(N, Z) - \Delta_{nn}^{(3)}(N, Z - 1)],$$

$$\Delta_{np}^{(6,p)}(N, Z) = \frac{(-1)^N}{2} [\Delta_{pp}^{(3)}(N, Z) - \Delta_{pp}^{(3)}(N - 1, Z)].$$

$$\delta V_{np}(N, Z) = \begin{cases} S_{np} - [S_n(N, Z - 1) + S_p(N - 1, Z)], & \text{нечетно-нечетное,} \\ \frac{1}{4} \{S_{nppp}(N, Z) - [S_{nn}(N, Z - 2) + S_{pp}(N - 2, Z)]\}, & \text{четно-четное} \\ \frac{1}{2} \{S_{nnp}(N, Z) - [S_{nn}(N, Z - 1) + S_p(N - 2, Z)]\}, & \text{N четное, Z нечетное} \\ \frac{1}{2} \{S_{npp}(N, Z) - [S_n(N, Z - 2) + S_{pp}(N - 1, Z)]\}, & \text{N нечетное, Z четное.} \end{cases}$$

$$\Delta_{np}^{MN}(N, Z) = \Delta_n(N, Z) + \Delta_p(N, Z) - \delta_{np}(N, Z),$$

где

$$\delta_{np}(N, Z) = \frac{(-1)^{N+Z}}{4} [\Delta_{np}(N, Z) - \Delta_{np}(N + 1, Z) - \Delta_{np}(N, Z + 1) + \Delta_{np}(N + 1, Z + 1)],$$

$$\Delta_n(N, Z) = \begin{cases} \frac{1}{2} \Delta_{nn}^{(5)}(N, Z), & Z \text{ четные} \\ \frac{1}{2} \Delta_{nn}^{(5)}(N, Z) + \delta_{np}, & Z \text{ нечетные} \end{cases}$$

$$\Delta_p(N, Z) = \begin{cases} \frac{1}{2} \Delta_{pp}^{(5)}(N, Z), & N \text{ четные} \\ \frac{1}{2} \Delta_{pp}^{(5)}(N, Z) + \delta_{np}, & N \text{ нечетные} \end{cases}$$

На рис. 8 приведены наглядные схемы расчета рассмотренных характеристик через энергии связи ядра.

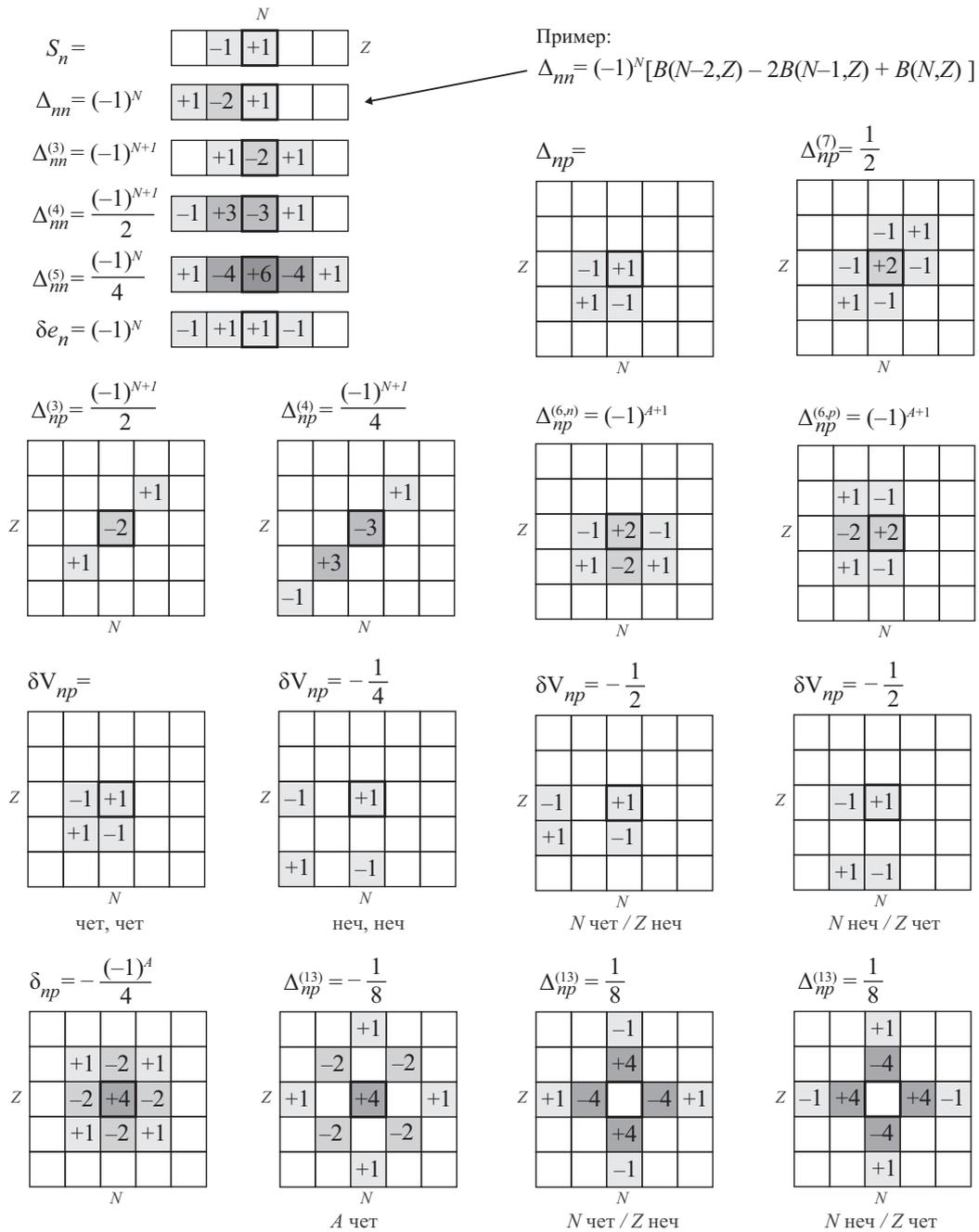


Рис. 8: Выражения для расчета энергии спаривания через энергии связи ядра $B(N, Z)$. Цифры в квадрате (N, Z) соответствуют множителю при слагаемом энергии связи этого ядра. Квадраты соответствуют выдержкам из NZ -диаграммы — слева направо растёт N и снизу вверх растёт Z . Центральный квадрат в каждой схеме соответствует ядру (N, Z) , для которого рассчитывается данная формула

Выбор цепочек ядер

В пункте меню *Построить для...* существует возможность определения цепочки ядер для расчета выбранных выше характеристик. Могут быть выбраны изотопы (задается значение Z), изотоны (задается значение N), изобары (задается значение A), либо цепочка ядер с фиксированным значением проекции изоспина (задается значение разности $N - Z$). В каждой цепочке при этом может быть выделены ядра с определенной четностью N или Z . Поскольку расчет и отображение графика происходит очень быстро, удобная возможность изменения заданного числа (N , Z , A или $N - Z$) на единицу позволяет в динамике проследить изменение выбранной характеристики с ростом заданного числа и отследить появление особенностей.

Сохранение данных

Основной задачей данной программы является непосредственное отображение на экране поведения разностных массовых характеристик в различных цепочках ядер. При этом предусмотрена возможность сохранения результатов как в графическом формате в виде графика, так и в текстовом в виде массивов результатов расчета для дальнейшего использования в качестве входных данных. Все графики зависимостей массовых характеристик, использованные в данной статье (рис. 5, 6, 3, 7), были созданы в программе MaRel.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрены различные разностные массовые соотношения для атомных ядер. Масса атомного ядра является одной из наиболее точно экспериментально определенных характеристик, для большинства стабильных ядер она измерена с точностью 100 эВ. При этом масса атомного ядра напрямую связана с его энергией связи, определяемой особенностями структуры ядра как системы квантовых частиц, нуклонов, связанных сильным взаимодействием. Таким образом различные массовые соотношения могут нести информацию о таких свойствах атомных ядер как эффект спаривания, энергия симметрии, насыщение ядерных сил и их зарядовая независимость. Очевидная взаимосвязь между энергией связи атомного ядра и его массой и простота построения различных массовых соотношений делают данный феноменологический подход очень удобным и наглядным для образовательных целей, особенно на раннем этапе знакомства с ядерной физикой.

Поскольку масса ядра имеет значительную величину, оставляющую от единиц до сотен ГэВ, то с точ-

ки зрения эффектов структуры, имеющих масштаб около МэВ, информативной величиной является разность масс. Такой физической характеристикой является энергия отделения нуклона в атомном ядре. Рассмотрение зависимости $S_n(N)$ в цепочке изотопов или $S_p(Z)$ в цепочке изотонов дает информацию не только об эффекте спаривания тождественных нуклонов в ядре, но также отражает и изменение среднего потенциала ядра и особенности его оболочечной структуры.

Особый интерес представляет вопрос о силе спаривания нейтрона и протона. В данном случае происходит взаимодействие различных фермионов и отсутствие принципа Паули приводит к появлению новых степеней свободы и выявлению дополнительных свойств ядерных сил. Зависимости $S_n(Z)$ в изотонах и $S_p(N)$ в изотопах отражают наличие данного эффекта и позволяют оценить его масштаб. Поскольку состояния, в которых находятся нечетные протон и нейтрон так или иначе различаются, то энергия их парного взаимодействия существенно меньше, чем сила спаривания пары нейтронов или пары протонов. В силу небольшой величины эффекта, а также конкуренции с другими эффектами структуры ядра, выявление особенностей np -взаимодействия представляет довольно сложную задачу. Поэтому в современной литературе существует большое число различных массовых соотношений, отражающих свойства np -взаимодействия.

Большое число различных массовых соотношений, описывающих как взаимодействие тождественных нуклонов, так и спаривание нейтрона и протона, а также постоянный рост и регулярное обновление базы экспериментальных данных по массам атомных ядер делает актуальной задачу автоматизации расчета и визуализации массовых характеристик. В данной работе описан программный комплекс MaRel, позволяющий рассчитывать и мгновенно отобразить на графиках массовые характеристики в различных цепочках ядер. Простота интерфейса и высокая скорость работы позволяют легко проследить поведение различных характеристик, провести сравнение на разных группах ядер и выявить специфику их поведения, связанную с особенностями структуры ядра. Программа MaRel также является удобным наглядным инструментом для демонстрации внутренних свойств ядра студентам.

Авторы выражают благодарность профессору И. М. Капитонову, доцентам Д. Е. Ланскому и М. Е. Степанову за важные замечания, а также С. В. Сидорову за полезные обсуждения и помощь в создании программы.

- [1] Wang M., Audi G., Kondev F. G. et al. Chin. Phys. C. 2016. **41**. 030003.
- [2] Wang M., Audi G., Wapstra A. H. et al. Chin. Phys. C. 2012. **36**.
- [3] Бор О., Моттelson Б. Структура атомного ядра. **1**. М:

- Мир, 1971. (Bohr A., Mottelson B. R. Nuclear Structure. **1**. Benjamin, N.Y., 1969.)
- [4] Ishkhanov B. S., Sidorov S. V., Tretyakova T. Yu., Vladimirova E. V. Chin. Phys. C. 2017. **41**. 094101.
- [5] Капитонов И. М. Введение в физику ядра и частиц.

- 2002.
- [6] *Satula W., Dobaczewski J., Nazarewicz W.* Phys. Rev. Lett. 1998. **81**. P. 3599.
- [7] *Bender M., Rutz K., Reinhard P.G., Maruhn J.A.* Eur. Phys. Jour. A. 2000. **8**. P. 59.
- [8] *Dobaczewski J., Magierski P., Nazarewicz W.* et al. Phys. Rev. C. 2001. **63**. 024308.
- [9] *Changizi S.A., Qi C., Wyss R.* Nucl. Phys. 2015. **A940**. P. 210.
- [10] *Von Weizsäcker C.F.* Zeit. für Phys. 1935. **96**. P. 431.
- [11] *Bethe H.A., Bacher R.F.* Rev. of Mod. Phys. 1936. **8**. P. 82.
- [12] *Möller P., Sierka A.J., Ichikawa T., Sagawa H.* At. Data and Nucl. Data Tabl. 2016. **109-110**. P. 1.
- [13] *Кравцов В.А.* ЖЭТФ. 1959. **36**. С. 1224. (*Kravtsov V.A.* Sov. Phys. JETP. 1959. **36(9)**. P. 871.)
- [14] *Basu M.K., Banerjee D.* Phys. Rev. C. 1971. **3**. P. 992.
- [15] *Frauentorf S., Macchiavelli A.O.* Prog. in Part. and Nucl. Phys. 2014. **78**. P. 24.
- [16] *Wu Z., Changizi S.A., Qi C.* Phys. Rev. C. 2016. **93**. 0343334.
- [17] *Zhang J.-Y., Casten R.F., Brenner D.S.* Phys. Lett. B. 1989. **227**. P. 1.
- [18] *Kaneko K., Zhang J.-Y., Sun Y.* Phys. Lett. B. 2009. **671**. P. 42.
- [19] *Имашева Л.Т., Ишханов Б.С., Степанов М.Е., Третьякова Т.Ю.* Изв. РАН. Серия физическая. 2015. **79**, № 4. С. 564 (*Imasheva L.T., Ishkhanov B.S., Stepanov M.E., Tretyakova T.Yu.* Bull. of RAS: Physics. 2015. **79**. N 4.P. 521.)
- [20] *Madland P., Nix J.R.* Nucl. Phys. 1988. **A476**. P.1.
- [21] *Ишханов Б.С., Сидоров С.В., Третьякова Т.Ю.* Ученые записки физического ф-та Московского ун-та. 2018. **1**. 1810201
- [22] *Владимирова Е.В., Дашков И.Д., Ишханов Б.С., Третьякова Т.Ю.* Изв. РАН. Серия физическая. 2018. **82**, № 6. С. 761 (*Vladimirova E. V., Dashkov I. D., Ishkhanov B. S., Tretyakova T. Yu.* Bull. of RAS: Physics. 2018. **82**. N 6. P. 685.)

What can we learn about the properties of atomic nuclei from the mass table? Scientific and educational aspects

E. V. Vladimirova^{1,2}, I. D. Dashkov¹, B. S. Ishkhanov^{1,2}, T. Yu. Tretyakova^{2,a}

¹*Department of Nuclear Physics, Faculty of Physics, M.V.Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia*

²*Skobel'tzyn Institute of Nuclear Physics, Moscow State University, Moscow 119991, Russia*

E-mail: ^atretyakova@sinp.msu.ru

Information on the masses of atomic nuclei is becoming more accessible every year, both due to the increase in the number of open isotopes, and due to the refinement of the available data. Consequently, the phenomenological approach to the study of the properties of atomic nuclei through mass ratios is becoming more and more appropriate. Mass relations are considered and their relationship with the properties of the atomic nucleus is shown in this article. This approach can be effectively used for educational purposes due to its simplicity. A large number of mass relations, as well as a significant amount of the constantly updated base of atomic nuclei, require the automation of the calculation and visualization of mass characteristics in various nuclear chains. The MaRel program designed to solve this problem is described in this article.

PACS: 21.10.Dr, 21.30.Fe, 29.87.+g.

Keywords: models of atomic nuclei, mass surface, internal structure of the atomic nucleus, nucleon pairing in the atomic nucleus.

Received 26 June 2018.

Сведения об авторах

1. Владимирова Елена Витальевна — аспирант; e-mail: vladimirova.elena@physics.msu.ru.
2. Дашков Илья Дмитриевич — студент; e-mail: daschkov.id15@physics.msu.ru.
3. Ишханов Борис Саркисович — доктор физ.-мат. наук, профессор, зав. кафедрой общей ядерной физики; тел.: (495) 939-50-95, e-mail: bsi@depni.sinp.msu.ru.
4. Третьякова Татьяна Юрьевна — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник; тел.: (495) 939-56-36, e-mail: tretyakova@sinp.msu.ru.