

Поляризация вакуума в пространстве–времени многомерной космической струны

Ю. В. Грац,^{*} П. А. Спирин[†]

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова,
 физический факультет, кафедра теоретической физики
 Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2
 (Статья поступила 14.02.2018; Подписана в печать 07.03.2018)

Методами теории возмущений получено выражение для функции Грина безмассового скалярного поля $\phi(x)$ в пространстве–времени, представляющем собой тензорное произведение $(d - 2)$ -мерного пространства Минковского и двумерного конического пространства. При $d > 4$ это пространство рассматривается как простейшая модель многомерной космической струны с $(d - 3)$ плоскими дополнительными измерениями. В низшем порядке теории возмущений по угловому дефициту вычислены перенормированные вакуумные средние $\langle \phi^2(x) \rangle_{\text{ren}}$ и $\langle T_{MN}(x) \rangle_{\text{ren}}$, справедливые для произвольных $d \geq 3$ и константы связи ξ скалярного поля с кривизной пространства–времени. Исправлены опубликованные ранее результаты для соответствующих вакуумных средних в случае четырехмерного пространства–времени прямолинейной бесконечно тонкой космической струны.

PACS: 04.62.+v, 11.10.Gh, 11.25.-w

УДК: 530.22: 539.12.01

Ключевые слова: космические струны, дополнительные измерения, поляризация вакуума, перенормировка.

ВВЕДЕНИЕ

Классической проблемой, к которой возвращаются на протяжении не одного десятилетия, является проблема поляризации вакуума квантованных полей, которая индуцируется кривизной пространства–времени (например, [1] и процитированная там литература). Этот эффект обладает целым рядом интересных особенностей, одной из которых является его нелокальность, т. е. зависимость вычисляемых в заданной точке величин от глобальной структуры пространства. Поэтому эффект оказывается ненулевым, даже если кривизна пространства–времени равна нулю всюду, кроме множества меры нуль. Особенно ярко нелокальность проявила себя при исследовании эффекта поляризации вакуума в пространстве–времени космической струны.

Работа посвящена исследованию эффекта поляризации вакуума безмассового скалярного поля на d -мерном ($d \geq 3$) обобщении известного в четырехмерной теории решения, которое получило название прямолинейной бесконечно тонкой космической струны.

В четырехмерной теории поляризация вакуума рассматривалась в работах [2–4]. В трехмерном случае аналогичная проблема обсуждалась в [2, 5]. С этими работами мы будем сравнивать полученные нами результаты.

Статья организована следующим образом. В первом разделе мы обсуждаем рассматриваемую в работе метрику фонового пространства и вводим исходные выражения для последующего вычисления вакуумных средних. Раздел 2 посвящен теории возмущений. Здесь мы получаем приближенное выражение для регуляризованной функции Грина. Перенормированные ваку-

умные средние $\langle \phi^2(x) \rangle_{\text{ren}}$ и $\langle T_{MN}(x) \rangle_{\text{ren}}$ вычисляются в разделе 3. Проводится сравнение с результатами других авторов. Показано, что имеет место определенная непоследовательность в опубликованных ранее вычислениях и предлагается альтернативный подход к рассматриваемой проблеме. В Заключении мы формулируем основные полученные в работе результаты.

В работе используется система единиц $G = c = \hbar = 1$ и метрика с сигнатурой $(-, +, +, \dots, +)$.

1. ПРОСТРАНСТВО-ВРЕМЯ МНОГОМЕРНОЙ СТРУНЫ

Метрика прямолинейной бесконечно тонкой струны с массой на единицу длины μ , локализованной вдоль оси z в четырехмерном пространстве–времени, в цилиндрических координатах имеет вид [6, 7]

$$ds^2 = -dt^2 + dz^2 + d\rho^2 + \beta^2 \rho^2 d\varphi^2, \quad (1)$$

где $\beta = 1 - 4G\mu$. (Вопросы образования, эволюции и геометрии топологических дефектов, а также некоторые физические эффекты в их окрестности хорошо освещены в [8, 9]).

Соответствующий тензор Римана обращается в ноль всюду вне оси z , на которой он имеет δ -образную особенность [10]. Прямолинейная струна не меняет локальную геометрию пространства. Ее влияние на материальные поля чисто топологическое, и безразмерный параметр $G\mu$ — это единственный параметр, который определяет влияние конической особенности на динамику классической и квантованной материи в окрестности струны.

В ряде ситуаций вместо цилиндрических удобно использовать конформно–декартовы координаты (t, x^1, x^2, x^3) . Соответствующий переход осуществляет-

^{*}E-mail: grats@phys.msu.ru[†]E-mail: pspirin@physics.uoc.gr

ся заменой координат

$$\rho = \frac{r_0}{\beta} \left(\frac{r}{r_0} \right)^\beta, \quad x^1 = r \cos \varphi, \quad x^2 = r \sin \varphi,$$

где r_0 — произвольный масштаб с размерностью длины.

В результате замены координат элемент длины (1) приобретает вид

$$ds^2 = -dt^2 + dx_3^2 + e^{-2(1-\beta) \ln(r/r_0)} \delta_{ik} dx^i dx^k, \quad (2)$$

где $r^2 = \delta_{ik} x^i x^k$, $i, k = 1, 2$.

Первоначально введение конформных координат позволило найти метрику точечной массы в $(2+1)$ -теории, а также получить точное самосогласованное решение для метрики мультицентрового пространства-времени, т.е. $(2+1)$ -мерного статического пространства-времени N точечных масс [11]. Позже было показано, что линейный элемент мультицентрового пространства в $4D$ -теории может быть обобщен на случай N параллельных космических струн [12]. Та же идея дала возможность получить точное решение задачи о классическом самодействии точечного заряда в мультицентровом и мультиструнном пространствах [13–16], а также вычислить энергию казимировского взаимодействия двух параллельных космических струн [17].

Ниже мы рассмотрим обобщение пространства (2) с метрикой вида

$$ds^2 \equiv g_{MN} dx^M dx^N = -dt^2 + dx_{d-1}^2 + \dots + dx_3^2 + e^{-2(1-\beta) \ln r} \delta_{ik} dx^i dx^k, \quad (3)$$

где $M, N, \dots = 0, 1, \dots, d-1$, $d \geq 3$, и без нарушения общности мы положили параметр r_0 равным единице. В случае $d=3$ оно представляет собой рассмотренное в [11] пространство-время точечной массы в трехмерном пространстве-времени, при $d=4$ — это пространство-время прямолинейной струны в четырехмерной теории, а если $d > 3$, (3) представляет собой тензорное произведение $(d-2)$ -мерного пространства Минковского и двумерного локально плоского пространства с конической особенностью, дефицит угла которого равен $d\varphi = 2\pi(1-\beta)$. Таким образом, в этом случае (3) может рассматриваться как некоторое многомерное обобщение решения, полученного в [6, 7].

Ненулевые компоненты тензора Риччи и скалярная кривизна пространства (2) равны:

$$\begin{aligned} R_{ik} &= 2\pi(1-\beta) \delta^2(\mathbf{r}) \delta_{ik}, \\ R &= 4\pi(1-\beta) r^{2(1-\beta)} \delta^2(\mathbf{r}). \end{aligned} \quad (4)$$

Впервые пространство с метрикой (3) было рассмотрено в работе [18]. Позже оно получило название многомерной космической струны. При некоторых частных значениях d на этом пространственно-временном фоне были рассмотрены эффекты поляризации вакуума [17–20]. В работах [21] авторы рассматривают вакуумные

флуктуации бозонного и фермионного токов, который индуцируется магнитным потоком вдоль струны.

Цель нашей работы — исследование теоретико-полевых эффектов на пространстве (3) при произвольных значениях d и, прежде всего, их зависимости от константы связи с гравитационным полем ξ .

Геометрия рассматриваемого пространства-времени достаточно простая. Тем не менее получить точное выражение для функции Грина в доступной для дальнейшей работы форме и, тем более, при произвольном значении d не удастся. Поэтому мы ограничимся случаем малых дефицитов угла, положив $(1-\beta) \ll 1$, и воспользуемся методами теории возмущений.

2. ФУНКЦИЯ ГРИНА: ТЕОРИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ

Фейнмановская функция Грина скалярного поля на искривленном пространстве-времени $G^F(x, x') = i \langle T [\phi(x) \phi(x')] \rangle_{\text{vac}}$ является решением уравнения

$$\mathcal{L}(x, \partial) G^F(x, x' | d) = -\delta^d(x - x'), \quad (5)$$

где $\mathcal{L}(x, \partial)$ — оператор поля. Следуя Швингеру [22], запишем это уравнение в операторной форме:

$$\mathfrak{L} \mathcal{G} = -1, \quad \mathcal{G} = -\mathfrak{L}^{-1}. \quad (6)$$

Если оператор $\mathfrak{L}$ может быть представлен в виде $\mathfrak{L} = \mathfrak{L}_0 + \delta \mathfrak{L}$, где $\delta \mathfrak{L}$ — малое возмущение, то, представив решение уравнения (6) в виде $\mathcal{G} = \mathcal{G}_0 + \delta \mathcal{G}$, где $\mathcal{G}_0 = -\mathfrak{L}_0^{-1}$ — невозмущенная функция Грина, мы получим

$$\begin{aligned} \mathcal{G} &= \left[-\mathfrak{L}_0 (1 - \mathcal{G}_0 \delta \mathfrak{L}) \right]^{-1} = \\ &= \mathcal{G}_0 + \mathcal{G}_0 \delta \mathfrak{L} \mathcal{G}_0 + \mathcal{G}_0 \delta \mathfrak{L} \mathcal{G}_0 \delta \mathfrak{L} \mathcal{G}_0 + \dots \end{aligned} \quad (7)$$

В рассматриваемом нами случае в координатном представлении

$$\mathcal{L}_0(x, \partial) = \partial^2, \quad \partial^2 \equiv \eta^{MN} \partial_M \partial_N.$$

При этом оператор возмущения

$$\delta \mathcal{L}(x, \partial) = \partial_M (\sqrt{-g} g^{MN} \partial_N) - \partial^2 - \sqrt{-g} \xi R \quad (8)$$

в первом порядке по $(1-\beta)$ имеет вид:

$$\delta \mathcal{L}(x, \partial) = 2\alpha(r) \left(\partial_0^2 - \sum_{N=n+1}^{d-1} \partial_N^2 \right) - \xi \gamma(r), \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} \alpha(r) &= (1-\beta) \ln r & \gamma(r) &= \pi(1-\beta) \delta^2(\mathbf{r}) \\ \mathbf{r} &= (x_1, x_2). \end{aligned} \quad (10)$$

В базисе Фурье невозмущенная функция Грина

$$G_0^F(x - x' | d) = \int \frac{d^d p}{(2\pi)^d} \frac{e^{ip(x-x')}}{p^2 - i\varepsilon},$$

где $p^2 \equiv \eta_{MN} p^M p^N$, $(px) \equiv \eta_{MN} p^M x^N$.

При этом для первой поправки из (7) мы получаем:

$$G_1^F(x, x'|d) = \int \frac{d^d q}{(2\pi)^d} e^{iqx} \int \frac{d^d p}{(2\pi)^d} e^{ip(x-x')} \times \\ \times \frac{\delta \mathcal{L}(q, ip)}{[p^2 - i\varepsilon][(p+q)^2 - i\varepsilon]}, \quad (11)$$

где величина $\delta \mathcal{L}(q, ip)$ определена следующим образом:

$$\delta \mathcal{L}(q, ip) = \int d^d x e^{-iqx} [\delta \mathcal{L}(x, \partial)|_{\partial \rightarrow ip}]. \quad (12)$$

Предполагается, что оператор $\delta \mathcal{L}(x, \partial)$ представлен в форме, когда операторы дифференцирования стоят справа от функций координат, и произведена замена $\partial_j \rightarrow ip_j$, после чего выполнено преобразование Фурье.

В нашем случае оператор возмущения имеет вид (9) и

$$\delta \mathcal{L}(q, ip) = 2[p^2 - \mathbf{p}^2] \mathcal{F}[\alpha](q) - \xi \mathcal{F}[\gamma](q), \quad (13)$$

где $\mathbf{p} = (p_1, p_2)$ и $\mathbf{q} = (q_1, q_2)$ двумерные конформные векторы с евклидовым скалярным произведением $(\mathbf{qp}) \equiv \delta_{ik} q^i p^k$, а $p^2 \equiv \eta_{MN} p^M p^N$. Здесь и ниже через $\mathcal{F}[*]$ обозначен фурье-образ соответствующей функции.

Подстановка (13) в уравнение (11) дает

$$G^F(x, x'|d) = G_0^F(x - x'|d) + \\ + \int \frac{d^d q}{(2\pi)^d} e^{iqx} \int \frac{d^d p}{(2\pi)^d} \frac{e^{ip(x-x')}}{[p^2 - i\varepsilon][(p+q)^2 - i\varepsilon]} \times \\ \times [2(p^2 - \mathbf{p}^2) \mathcal{F}[\alpha](q) - \xi \mathcal{F}[\gamma](q)]. \quad (14)$$

Принимая во внимание явный вид функций $\alpha(r)$ и $\gamma(r)$ (10), мы окончательно получаем

$$G^F(x, x'|d) = G_0^F(x - x'|d) - \frac{1-\beta}{\pi} \int d^2 q \frac{e^{iqx}}{\mathbf{q}^2} \times \\ \times \int \frac{d^d p}{(2\pi)^d} \frac{e^{ip(x-x')}[p^2 - \mathbf{p}^2 + \xi \mathbf{q}^2]}{[p^2 - i\varepsilon][(p+q)^2 - i\varepsilon]}, \quad (15)$$

где мы воспользовались хорошо известным результатом [23]:

$$\mathcal{F}[\ln r](q) = -\frac{2^{d-1}}{\pi^{1-d}} \frac{1}{\mathbf{q}^2} \delta(q^0) \prod_{N=3}^{d-1} \delta(q^N). \quad (16)$$

Интересующие нас вакуумные средние выражаются через взятые в пределе совпадающих точек фейнмановскую функцию Грина и ее производные. Эти величины в пределе совпадающих точек расходятся. Для их регуляризации и последующей перенормировки мы воспользуемся методом размерной регуляризации (например, [24]).

3. ПЕРЕНОРМИРОВАННЫЕ ВАКУУМНЫЕ СРЕДНИЕ $\langle \phi^2(x) \rangle_{\text{ren}}$ И $\langle T_{MN}(x) \rangle_{\text{ren}}$

Мы определили фейнмановский пропагатор как $G^F(x, x') = i \langle T[\phi(x) \phi(x')] \rangle_{\text{vac}}$. Следовательно,

$$\langle \varphi^2(x) \rangle_{\text{ren}} = -i G_{\text{ren}}^F(x, x|d). \quad (17)$$

Прежде всего, вклад от первого слагаемого в правой части выражения (15), который возникает при $x' \rightarrow x$, формально записывается в виде расходящегося интеграла

$$G_0^F(x, x) = \frac{1}{(2\pi)^d} \int \frac{d^d p}{p^2}.$$

Однако все интегралы вида

$$\int d^d p \frac{p_{i_1} \dots p_{i_k}}{p^2}, \quad (18)$$

которые соответствуют диаграммам типа головастика, в методе размерной регуляризации полагаются равными нулю (например, [25]).

Таким образом, в случае $d \geq 3$ и при произвольном значении константы связи ξ для взятой в пределе совпадающих точек функции Грина в первом порядке по $(1-\beta)$ из уравнения (15) мы имеем:

$$G^F(x, x|d) = \frac{1-\beta}{\pi} \int d^2 q \frac{e^{iqx}}{\mathbf{q}^2} \times \\ \times \int \frac{d^d p}{(2\pi)^d} \frac{\mathbf{p}^2 - \xi(n-1)\mathbf{q}^2}{[p^2 - i\varepsilon][(p+q)^2 - i\varepsilon]}. \quad (19)$$

Интеграл по $d^d p$ расходится. Для его вычисления выполним поворот Вика

$$p^0 \rightarrow ip_E^0, \quad d^d p \rightarrow id^d p_E$$

и, как это принято в методе размерной регуляризации, заменим интеграл по $d^d p_E$ на интеграл, который формально соответствует интегрированию по $(D-2\varepsilon)$ -мерному p_E -пространству:

$$\int \frac{d^d p}{(2\pi)^d} \dots \rightarrow i \lambda^{2\varepsilon} \int \frac{d^D p_E}{(2\pi)^D} \dots \quad (20)$$

Произвольный параметр λ вводится для сохранения правильной размерности регуляризованного выражения.

Техника вычисления таких интегралов хорошо известна (см., например, [25]), и с учетом (17) мы получаем:

$$\langle \phi^2(x) \rangle_{\text{ren}} = -i G_{\text{ren}}^F(x, x|d) = \\ = -\frac{1-\beta}{2\pi^{d/2}} \left(\frac{\xi}{\xi_d} - 1 \right) \frac{\Gamma^3(d/2)}{(d-2)\Gamma(d)} \frac{1}{r^{d-2}}, \quad (21)$$

где

$$\xi_d \equiv \frac{d-2}{4(d-1)}. \quad (22)$$

Регуляризованное значение вакуумного среднего оператора тензора энергии-импульса определяется следующим образом [1]:

$$\langle T_{MN}(x) \rangle_{\text{reg}} = -i \lim_{x' \rightarrow x} D_{MN} G_{\text{reg}}^F(x, x'), \quad (23)$$

где D_{MN} — дифференциальный оператор, вид которого диктуется выражением для классического тензора энергии-импульса. В нашем случае

$$D_{MN} = (1 - 2\xi) \nabla_M \nabla_{N'} + \frac{1}{2} (4\xi - 1) \nabla_L \nabla^{L'} g_{MN} + \xi \left[R_{MN} - \frac{1}{2} R g_{MN} + 2 \nabla_L \nabla^L g_{MN} - 2 \nabla_M \nabla_N \right]. \quad (24)$$

Здесь R_{MN} и R — тензор Риччи и скалярная кривизна, соответственно. Символы ∇^M и $\nabla^{M'}$ обозначают ковариантные производные по x^M и $x^{M'}$.

Используя (17) и действуя по аналогии с тем, как вычислялось $\langle \phi^2(x) \rangle_{\text{ren}}$, мы получаем

$$\begin{aligned} \langle T_{00} \rangle_{\text{ren}} &= (1 - \beta) \frac{\Gamma^3(d/2)}{4\pi^{d/2} \Gamma(d)} \times \\ &\quad \times \left(8(d-1)(\xi - \xi_d)^2 - \frac{1}{d^2 - 1} \right) \frac{1}{r^d}, \\ \langle T_{11} \rangle_{\text{ren}} &= (1 - \beta) \frac{\Gamma^3(d/2)}{4\pi^{d/2} \Gamma(d)} \left[\frac{2(\xi - \xi_d)^2}{\xi_d} + \frac{1}{d^2 - 1} \right] \times \\ &\quad \times \left(x_1^2 - (d-1)x_2^2 \right) \frac{1}{r^{d+2}}, \\ \langle T_{22} \rangle_{\text{ren}} &= \langle T_{11} \rangle_{\text{ren}}|_{x_1 \leftrightarrow x_2}, \\ \langle T_{12} \rangle_{\text{ren}} &= \langle T_{21} \rangle_{\text{ren}} = (1 - \beta) \frac{d\Gamma^3(d/2)}{4\pi^{d/2} \Gamma(d)} \times \\ &\quad \times \left[\frac{2(\xi - \xi_d)^2}{\xi_d} + \frac{1}{d^2 - 1} \right] \frac{x_1 x_2}{r^{d+2}}, \\ \langle T_{\alpha\beta} \rangle_{\text{ren}} &= -\delta_{\alpha\beta} \langle T_{00} \rangle_{\text{ren}}, \quad \alpha, \beta, \dots = 3, \dots, d-1. \end{aligned} \quad (25)$$

Остальные компоненты $\langle T_{MN} \rangle_{\text{ren}}$ равны нулю.

В случаях трех и четырех пространственно-временных измерений задача о поляризации вакуума скалярного безмассового поля в коническом пространстве рассматривалась неоднократно [2–5, 17]. Наша задача — не только рассмотреть случай многомерной струны, но и показать, что все опубликованные ранее вычисления в случае неконформного ($\xi \neq \xi_d$) поля страдают определенной непоследовательностью.

Прежде всего, нетрудно проверить, что при $\xi \neq 0$, ξ_d наши результаты (21) и (25) отличаются от опубликованных ранее. Причина заключается в том, что при вычислении вакуумных средних $\langle \phi^2(x) \rangle_{\text{ren}}$ и $\langle T_{MN}(x) \rangle_{\text{ren}}$ авторы, как и мы, исходили из выражений (17) и (23).

При этом в последнем случае оператор D_{MN} в форме (24), которая учитывает наличие в выражении для тензора энергии-импульса пропорциональных ξ членов. Однако в обоих случаях в качестве функции Грина бралось решение уравнения (5) с отброшенным ξR -членом (8). Следовательно, предполагалось, что в уравнении поля можно пренебречь $\delta^2(\mathbf{r})$ -образным потенциалом. В частности это приводит к тому, что, в отличие от полученного нами результата (21), среднее $\langle \phi^2(x) \rangle_{\text{ren}}$ оказывается вообще независимым от константы связи ξ .

Отметим, что исследование уравнений типа уравнения Шредингера с дельта-образными потенциалами ведется достаточно давно. Известно, что последовательный учет такого рода взаимодействий сопряжен с необходимостью построения самосопряженных расширений соответствующего невозмущенного оператора поля, что приводит к нетривиальным физическим следствиям ([26, 27] и процитированная там литература). Отчасти это подтверждается полученными нами результатами.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получено приближенное выражение для функции Грина безмассового скалярного поля в пространстве-времени, представляющем собой тензорное произведение двумерного конического пространства и $(d-2)$ -мерного пространства Минковского. При $d=3$ и $d=4$ это пространство представляет собой локально плоское ультростатическое пространство-время точечной массы или космической струны, соответственно. При $d>4$ оно рассматривается как модель многомерной космической струны с $(d-3)$ плоскими дополнительными измерениями. В низшем порядке теории возмущений по угловому дефициту вычислены перенормированные вакуумные средние $\langle \phi^2(x) \rangle_{\text{ren}}$ и $\langle T_{MN}(x) \rangle_{\text{ren}}$, справедливые для произвольных $d \geq 3$ и константы связи с кривизной ξ . Пересмотрены опубликованные ранее результаты для соответствующих вакуумных средних в случае четырехмерного пространства-времени прямолинейной бесконечно тонкой космической струны. Наши результаты совпадают с опубликованными ранее [2–5, 17] только в случаях минимальной или конформной связи. Мы связываем это с тем, что предложенный в этих работах метод вычисления не учитывает зависимость функции Грина от параметра неконформности ξ .

Использование теории возмущений ограничивает применимость полученных результатов требованием $(1 - \beta) \ll 1$. Однако наш подход дает возможность получить компактное выражение для функции Грина и проводить дальнейшие вычисления, используя хорошо зарекомендовавшие себя методы квантовой теории поля.

Авторы благодарят профессора А. В. Борисова за интерес к работе и обсуждение полученных результатов.

- [1] *Birrell N. D., Davies P. C. W.* Quantum Fields in Curved Space. Cambridge Univ. Press, 1982.
- [2] *Dowker J. S.* Phys. Rev. D. 1987. **36**. P. 3742.
- [3] *Helliwell T. M., Konkowski D. A.* Phys. Rev. D. 1986. **34**. P. 1918.
- [4] *Frolov V. P., Serebriany E. M.* Phys. Rev. D. 1987. **35**. P. 3779.
- [5] *Souradeep T., Sahni V.* Phys. Rev. D. 1992. **46**. P. 1616.
- [6] *Vilenkin A.* Phys. Rev. D. 1981. **23**. P. 852.
- [7] *Gott J. R.* Astrophys. J. 1985. **288**. P. 422.
- [8] *The formation and evolution of cosmic strings.* Eds. Gibbons G. W., Hawking S. W., Vachaspati T. Cambridge Univ. Press, 1990.
- [9] *Vilenkin A., Shellard E. P. S.* Cosmic Strings and Other Topological Defects. Cambridge Univ. Press, 1994.
- [10] *Соколов Д. Д., Старобинский А. А.* Доклады АН СССР. 1977. **234**. С. 1043. (*Sokolov D. D., Starobinsky A. A.* Sov. Phys. Dokl. 1977. **22**. P. 312.)
- [11] *Deser S., Jackiw R., 't Hooft G.* Ann. Phys., NY. 1984. **152**. P. 220; *Gott J. R., Alpert M.* Gen. Rel. Grav. 1984. **16**. P. 243; *Giddings S., Abbott J., Kuchnar K.* Gen. Rel. Grav. 1984. **16**. P. 751; *Jackiw R.* Nucl. Phys. B. 1985. **252**. P. 343.
- [12] *Letelier P. C.* Class. Quant. Grav. 1987. **4**. P. 75.
- [13] *Grats Yu. V., Garcia A.* Class. Quant. Grav. 1996. **13**. P. 189.
- [14] *Bezerra de Mello E. R., Bezerra V. B., Grats Yu. V.* Mod. Phys. Lett. A. 1998. **13**, No. 18. P. 1427.
- [15] *Bezerra de Mello E. R., Bezerra V. B., Grats Yu. V.* Class. Quant. Grav. 1998. **15**. P. 1915.
- [16] *Грац Ю. В., Россихин А. А.* ТМФ. 2000. **123**. С. 150. (*Grats Yu. V., Rossikhin A. A.* Theor. Math. Phys. 2000. **123**. P. 539.)
- [17] *Гальцов Д. В., Грац Ю. В., Лаврентьев А. Б.* Ядерная физика. 1995. **58**. No. 3. С. 570. (*Gal'tsov D. V., Grats Yu. V., Lavrent'ev A. B.* Phys. Atom. Nucl. 1995. **58**. P. 516.)
- [18] *Dowker J. S.* Phys. Rev. D. 1987. **36**. P. 3095.
- [19] *Spinelly J., Bezerra de Mello E. R.* JHEP. 2009. **09**. 005; Int. J. Mod. Phys. A. **24**. P. 1481.
- [20] *Грац Ю. В.* ТМФ. 2016. **186**. N 2. С. 221. (*Grats Yu. V.* Theor. Math. Phys. 2016. **186**. P. 205).
- [21] *Bezerra de Mello E. R.* Class. Quant. Grav. 2010. **27**. 095017; *Bragança E. A. F., Santana Mota H. F., Bezerra de Mello E. R.* Int. J. Mod. Phys. D. 2015. **24**. 1550055; *Bezerra de Mello E. R., et al.* Phys. Rev. D. 2015. **91**. 064034.
- [22] *Schwinger J.* Phys. Rev. 1951. **82**. P. 664.
- [23] *Гельфанд И. М., Шилов Г. Е.* Обобщенные функции и действия над ними. М.: Физматгиз, 1959.
- [24] *Collins J. C.* Renormalization. Cambridge Univ. Press, 1984.
- [25] *Smirnov V. A.* Analytic Tools for Feynman Integrals, Springer Tracts in Modern Physics. **250**. Springer, 2012.
- [26] *Albeverio S. et al.* Solvable Models in Quantum Mechanics. AMS Chelsea Publishing, 2004.
- [27] *Jackiw R. W.* Divers Topics in Theoretical and Mathematical Physics. Advanced Series in Mathematical Physics. World Scientific. Singapore, 1995.

Vacuum polarization in the spacetime of multidimensional cosmic string

Yu. V. Grats^a, P. A. Spirin

Department of Theoretical Physics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University
Moscow 119991, Russia

E-mail: ^agrats@phys.msu.ru

We obtain the perturbative expression for the Green function of the massless scalar field in a curved background being the tensor product of $(d - 2)$ -dimensional Minkowski space-time and two-dimensional conical space. For $d > 4$ such a spacetime is considered as the simplest model for a higher-dimensional cosmic string with $(d - 3)$ flat extra dimensions. To the lowest perturbative-theory order on the angle deficit, one computes the renormalized vacuum mean values of $\langle \phi^2(x) \rangle_{\text{ren}}$ and $\langle T_{MN}(x) \rangle_{\text{ren}}$, valid for arbitrary dimensionality $d \geq 3$ and curvature coupling ξ . The old results for the vacuum mean values, corresponding to the infinitely thin straight cosmic string in four dimensions, are improved.

PACS: 04.62.+v, 11.10.Gh, 11.25.-w

Keywords: cosmic strings, extra dimensions, vacuum polarization, renormalization.

Received 14 February 2018.

Сведения об авторах

1. Грац Юрий Владимирович — доктор физ.-мат. наук, профессор; тел.: (495) 939-53-89, e-mail: grats@phys.msu.ru.
2. Спирин Павел Алексеевич — канд. физ.-мат. наук, науч. сотрудник; тел.: (495) 939-53-89, e-mail: pspirin@physics.uoc.gr.