Физические Принципы Настройки Аппаратных Функций измерительных приборов

Е.Н. Терентьев[1],* Н.Е. Терентьев[2],† Ю.А. Пирогов[3],‡ И.И. Фаршакова[1]§

[1]*Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра математического моделирования и информатики Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2*

[2]*HiQo Solutions, Moscow, 135 Cedar St Richmond Hill, Georgia 31324, USA*

[3]*Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра фотоники и физики микроволн Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2*

(Статья поступила 15.12.2017; Подписана в печать 15.12.2017)

Предлагаются Физические Принципы Настройки (ФПН) Аппаратных Функций (АФ) приборов по размерам областей определения АФ pO. Выбираются такие размеры области определения АФ pO, чтобы ее обратная разрешающая функция $pR=pO^{-1}$ на выбранной дискретной области имела минимальную норму. В методе ФПН АФ приборов результат обратим, нет «априорной гладкости решений» с остаточной ошибкой, как в методе регуляризации. Применение метода ФПН демонстрируется на примере решения задачи о сверхразрешении радиоизображения Солнца в сравнении с результатом, полученным методом регуляризации.

PACS: 02.30.Nw, 02.30.Zz УДК: 517.444

Ключевые слова: модуляционная передаточная функция, обусловленность, свертка, преобразование Фурье, обратная проблема, предельное сверхразрешение, радиовидение.

ВВЕДЕНИЕ

Мы все привыкли к обозначениям и терминологии метода регуляризации. В данной работе предлагается подход к решению обратной проблемы без применения принципа «априорной гладкости решения». Мы используем свои обозначения, вводим новые понятия и делаем упор на объяснение новых моментов в постановке обратной проблемы. Обычно прибор способен оцифровывать изображения с определенным шагом, который задается разработчиком прибора. Будем считать этот шаг единичным dx=1. С шагом dx=1 оцифровывается непрерывная (заданная параметрически) АФ parO в дискретную АФ O и сигнал на выходе измерительного прибора: Iy=O*Ix.

Для обращения искажений прибор должен иметь возможность заново измерить сигнал Iy с меньшими шагами оцифровки dx<1. Если такой возможности нет, прибор физически не сможет уменьшить шаг оцифровки и тогда вычислитель прибора должен пересчитать измеренные данные Iy под меньший шаг dx<1. Цель пересчета: получить обратимую дискретную АФ pO из непрерывной АФ parO. Такие пересчитанные или интерполированные изображения получаются с применением КонечноМерной Теоремы Отсчетов (КМТО) [1].

На рис. 1 слева демонстрируются две дискретные АФ O с dx=1 и dx = 1/2, полученные дискретизацией стандартной гауссоиды parO, с областью определения от -3 до +3, т.е. с длиной Loc=6. Следва показано, как вводится параметр обусловленности DIAP (сокращение от слова Diapason). Область значений пары Модуляционных Передаточных Функций (МПФ) M(pO) и M(pR) находится в диапазоне от diap до DIAP=1/diap. Если МПФ M(O) ограничена снизу: diap $\leq$|M(O)|$\leq$ 1, то 1 $\leq$|M(R)|=1/|M(O)|$\leq$DIAP. Если при четных АФ O устремим DIAP к единице, то получим тождество $M(D_K) \equiv 1$ и для АФ D_K (D_K — дельта–символ Кронекера) наиболее обусловленную АФ.

1. ОБУСЛОВЛЕННОСТЬ АФ. ИНСТРУМЕНТАЛЬНАЯ ОШИБКА

В современных компьютерах Преобразование Фурье (ПФ) на несколько десятков точек отсчетов реализуется с точностью мантиссы, т.е. порядка 10^{-14}˘10^{-15}. Если базисы Фурье двумерные, то точность расчетов будет порядка 10^{-13}. Введем инструментальную ошибку (или инструментальный ноль — Iz= 10^{-13}), которая возникает из-за мантиссных ошибок.

В курсах линейной алгебры для симметричных матриц вводят величину — обусловленность матрицы — как обратную величину от минимального собственного значения матрицы. У нас такой величиной для АФ O, которой соответствует циклическая матрица, как раз и является обусловленность DIAP=1/diap, diap=min|M(O)|. Понятно, что это имеет смысл при diap>Iz.

Суть обратной проблемы заключается в том, что должен существовать промежуток с величиной md между diap и Iz (рис. 1). Если он есть и достаточно большой, типа: md> σ >Iz, то обратная задача решается обычным обращением. Если md равен нулю и min|M(O)| <Iz в обширных областях, то нет смыс-

*E-mail: en.teren@physics.msu.ru
†E-mail: nikolay.terentyev@gmail.com
‡E-mail: yupi937@gmail.com
§E-mail: irinafarshakova@gmail.com

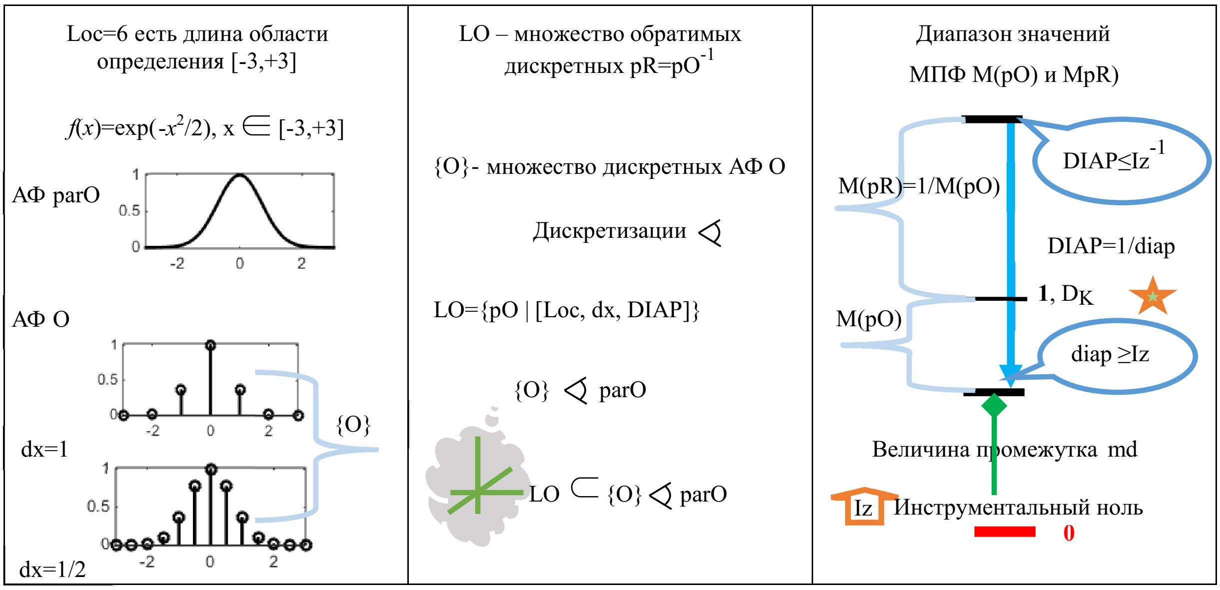

Рис. 1: Иллюстрации основных понятий ФПН

ла говорить об обратной проблеме. В данной работе мы по сути делаем работоспособными ФПН приборы в ситуации md$\sim\sigma>$Iz и $|$M(O)$|$ своими значениями может несколько раз попасть в Iz. Меняя параметры Loc и dx мы пытаемся «вытолкнуть» M(O) из Iz. Если не получается, «выталкиваем» обусловленностью DIAP=1/diap. Величина промежутка (рис. 1, слева стрелка с квадратом на конце и рядом знак md) определяется в основном значением diap=min$|$M(pO)$|$.

Минимум нормы pR реализуется в множестве LO={pO | [Loc, dx, DIAP]}. Из множества LO берем только АФ pO с minNor(pR), т.е. ФПН приборы или работоспособные (ФПН) приборы. Размеры исходного изображения могут быть любыми.

По сути в данной работе предлагается реализовать ФПН прибора так, чтобы искажения дискретного АФ pO прибора в вычислителе полностью компенсировались обычным обращением.

Мы используем термины ФПН; возможно вместо ФПН будут использоваться термины типа «управление АФ pO», «самонастраивающийся прибор» или «прибор с адаптивной АФ pO» или Математический Микроскоп.

Понятно, что отличительным моментом ФПН является получение предельного сверхразрешения объектов меньше размера пиксела, т.е. реализуется субпиксельное разрешение.

В данной работе мы ограничились шагом оцифровки dx=1 и dx $=1/4$, так чтобы можно было говорить условно о дискретном и непрерывном случаях.

До конца 2016 г в постановках задач компенсации искажений АФ pO с dx=1 мы настраивались под размер изображения, который меняли специальными областями Windows нейтрализации и осуществляли четное продолжение на тор, чтобы подавить граничные эффекты. При этом возможность использования ПФ сохранялась. В новой схеме сверхразрешения с интерполяцией использовать ПФ не всегда бывает возможно. Проще настраивать в пределах множества LO: малых размеров Loc областей определения АФ pO. От применения ПФ к решению задачи компенсации искажений АФ O по всему изображению отказались. Объемы вычислений резко возросли, так как интерполяция по КМТО в пределах пикселей оказалась затратной из-за невозможности использования ПФ из-за граничных эффектов. Искажения компенсируются по точкам сетки $(1/dx, 1/dx)$ внутри квадратов со стороной Loc исходного изображения.

Замечание. Если в некоторых теориях утверждается, что решается «обратная проблема», то в этих теориях должны быть использованы понятия «обусловленность» АФ или матрицы A, а также индикатор «обратимости». Должны быть представлены АФ pO и pR*O, которые сопровождают результат со сверхразрешенным изображением.

Должны, конечно, присутствовать и характеристики качества полученного решения, представленные определенными функциями типа Характеристики Адекватности Модели (ХАМ) АФ O.

Если такие понятия отсутствуют, то непонятно, о чем идет речь.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

1. Пусть имеет место линейная модель регистрации изображений

$$\mathrm{I}_\sigma = \mathrm{O} * \mathrm{I}_x. \quad (1)$$

2. Основная задача по выбору АФ pO=pR^{-1} ставится как задача на минимум

$$\begin{gathered}\min_{\mathrm{LO}}\{\|\mathrm{pR}\|\,|\mathrm{Err}(\mathrm{pO})\leq \mathrm{err}\},\\ \mathrm{LO}=\{\mathrm{pO}|[\mathrm{Loc},\mathrm{dx},\mathrm{DIAP}]\}\end{gathered} \tag{2}$$

с ХАМ экспериментальной Дискретной Измерительной Системы (ДИС)

$$\{x=\mathrm{Nor}(\mathrm{pR}),\quad y=\mathrm{Err}(\mathrm{pO}),\quad z=\mathrm{II}(\mathrm{pR}*\mathrm{O})\}. \tag{3}$$

В связи с попаданием min|M(O)| в Iz мы рассмотрим вариант ХАМ АФ zO, принимая во внимание Iz обращение МПФ:

$$\mathrm{M}(\mathrm{zR})=\begin{cases}1/\mathrm{M}(\mathrm{O}), if|\mathrm{M}(\mathrm{O})>\mathrm{Iz},\\ \mathrm{M}(\mathrm{O}).\end{cases} \tag{4}$$

$$\{x=\mathrm{Nor}(\mathrm{zR}),\ y=\mathrm{Err}(\mathrm{zO}),\ z=\mathrm{II}(\mathrm{zR}*\mathrm{O})\}. \tag{5}$$

Принципы Управления АФ O с ХАМ ФПН (3,5) позволяют полностью прояснять ситуацию с обращением с АФ O.

3. Заново измерить pI_σ или пересчитать I_σ в pI_σ.

4. Вычислить pR*pI_σ –– оценку Ix.

Заметим, что в постановке задачи на минимум (2) мы реализуем минимальный коридор ошибок $\pm$Nor(pR)σ или максимальную точность оценки для Ix.

3. ИНСТРУМЕНТЫ РЕАЛИЗАЦИИ ФПН

Данные об инструментах реализации ФПН и соответствующих обозначениях представлены в работах [1, 3–5]. Ниже римскими цифрами перечислим восемь основных инструментов реализации ФПН.

I. *Полосы пропускания* ФПН прибора будем оценивать величинами (BP сокращение от Band Pass): BP=ΣM(pR)*M(O) и BPz=Σ M(zR)*M(O).

II. *Эффективность использования полосы пропускания* ФПН прибора будем оценивать величинами: M(pR)M(O)= BP/Σ1 и M(zR)M(O)= BPz/Σ1.

III. *Теоремы обратимости в полосе пропускания* ФПН прибора: Дано АФ O. Если вычисления обратной R реализуются с инструментальной ошибкой Iz, то с этой инструментальной ошибкой сохраняются равенство и неравенство: II(zR*O)=M(zR)M(O)≤ 1. Неравенства имеют место в случаях с ошибкой рассогласования II(zR*O)<1. Это означает, что обратимость имеет место только в части M(zR)M(O) полосы пропускания ДНП.

IV. *Свойство обратимости*: Для всех значений Loc, dx=1 и DIAP в LO множество АФ O отображается в множество обратимых pO=pR^{-1}, M(pR)=1/M(pO) и при этом индикатор обратимости II(pR*pO)=1.

V. *Теорема обратимости*: Дано АФ O и имеет место zR –– условное обращение, т.е. обращаются только |M(O)|≥Iz, тогда из Iz обратимости II(zR*O)=1 следует обратимость II(R*O)=1, zR=R=O^{-1} с использованием всей полосы пропускания M(zR)M(O)=1, тождеством M(zR)M(O)≡ 1.

VI. *Оценивание величины сверхразрешения*. Если имеет место нормировка АФ O: ΣO=1, то в нуле МПФ M(O)(0)=1. Будем оценивать сверхразрешение величиной (SR — сокращение от Super Resolution):

$$\mathrm{SR}=\mathrm{BP}/\Sigma\mathrm{M}(\mathrm{O}). \tag{6}$$

Заметим, что SR≥ 1. Если АФ O=D_K, то SR=1. Понятно, что проблема сверхразрешения возникает в реальных приборах с АФ O≠D_K. Величина сверхразрешения SR есть функция параметров множества LO={pO|[Loc, dx, DIAP]} (2). Желательно, чтобы величина сверхразрешения не зависела от размеров изображений с большими Loc.

VII. *Ошибки АФ O*. Ошибка в АФ pO оценивалась в виде Err(pO)=SD(O-pO)/max(O). SD – стандартное отклонение величин O-pO или SD(O-pO)= $\sqrt{(}\Sigma(\mathrm{O}-\mathrm{pO})^2)/\Sigma1$, где Σ1 –– количество точек в области определения АФ O, pO.

VIII. *Конечномерные теоремы отсчетов (КТМО)*. Известную теорему Котельникова невозможно связать с операциями анализа [9]. В работах [2–6] приводятся формулировки многомерных теорем отсчетов для вычисления многократных интегралов и операций теории поля. Ниже мы ограничимся упрощенной формулировкой КМТО для интерполяции двумерных изображений. 2D КМТО:

Даны двумерный массив отсчетов $D=f(x0,y0)$, двумерные матрицы дискретных Фурье гармоник $H(kx,x0)$, $x0=0:N-1$, $H(ky,y0)$, $y0=0:M-1$ и «непрерывных» Фурье гармоник $H(kx,x)$, $x=0:dx:N-dx$, $H(ky,y)$, $y=0:dy:M-dy$, dx<1, $dy<1$, тогда «непрерывная» функция

$$f(x,y)=\sum_{k_x,k_y=1}^{N,M}C_{k_x,k_y}*H(k_x,x)*H(k_y,y). \tag{7}$$

$$\begin{gathered}C_{k_x,k_y}=(f(x0,y0),H(k_x,x0)*H(k_y,y0))=\\ =\sum_{x0,y0=1}^{N,M}f(x0,y0)*H(k_x,x0)*H(k_y,y0),\\ k_x=1:N,\quad k_y=1:M.\end{gathered} \tag{8}$$

проходит через точки отсчетов $f(x0,y0)$. Скалярные произведения (8) реализуют прямое дискретное ПФ, а Фурье ряд (7) — обратное дискретное ПФ с интерполяцией, если dx<1, dy<1. Такая интерполяция работает, если нет перепадов яркостей на границе, как в нашем случае с радио изображением Солнца далее. В противном случае интерполяцию следует выполнять в специальном защищенном режиме [2, 6].

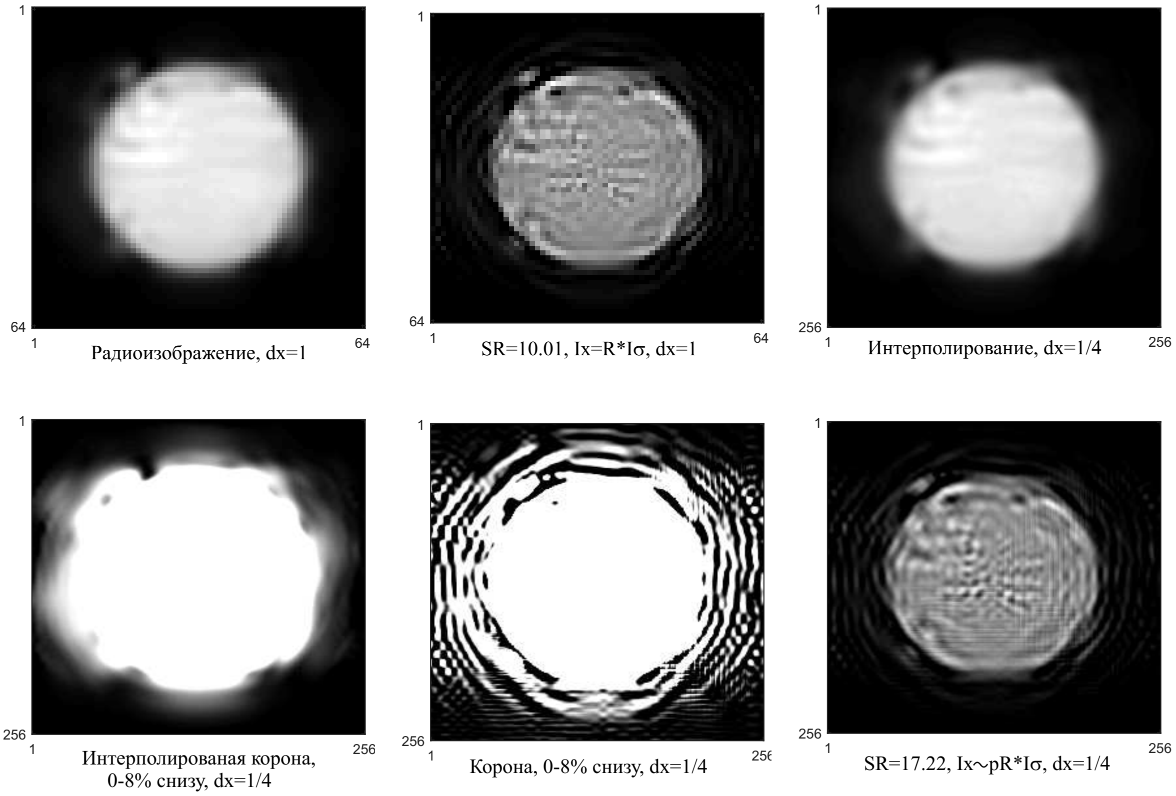

Рис. 2: Примеры применения ФПН АФ O в задаче о сверхразрешении радиоизображения Солнца в дискретном dx=1 и непрерывном $dx = 1/4$ случаях

4. ПРИМЕР ФПН СВЕРХРАЗРЕШЕНИЯ С ИНТЕРПОЛЯЦИЕЙ

В качестве такового взято радиоизображение Солнца, полученное с помощью радиотелескопа 3-мм диапазона РТ-7.5, расположенного на Дмитровском полигоне МГТУ имени Н. Э. Баумана и построенного под руководством профессора МГТУ Б. А. Розанова. Параболическое зеркало радиотелескопа имело диаметр около 8 м и обеспечивало сканирование пространства с диаграммой направленности в $3'$. При расстоянии от Земли до Солнца в 150 млн. км это соответствует наблюдаемому на поверхности Солнца пикселу с линейным размером около 50 тыс. км или одной тридцатой части диаметра солнечного диска. Как видим, исходное изображение весьма размытое и необходимо реализовать сверхразрешение ФПН методом. В приведенном ниже примере по сути реализовано субпиксельное разрешение исходного изображения.

5. ФПН АФ O

Область определения АФ O имела параметр Loc=12, т.е. находилась в квадрате со стороной [-6, 6], а обусловленность составляла DIAP=100. Непрерывная диаграмма направленности АФ parO (par=paro) известна с точностью ~3–5%. В поиске дискретной обратимой модели АФ O мы позволили себе деформировать (изменять параметры par в окрестности paro) непрерывную АФ parO в пределах допуска 0.2%.

На рис. 3 представлен такой обратимый вариант $pR=R=O^{-1}$, II(pR*O)=1, $M(pR)=1/M(O)$. Ограничение DIAP=100 не сработало, т. е. полученная дискретная АФ O оказалась более обусловленной с DIAP~ 90. Заметим, что в данном случае промежуток между min|M(O)| и Iz порядка $\sim 1/90$, т. е. достаточно большой и проблем с точным обращением нет. Вертикальной односторонней стрелкой около МПФ M(pR) показана величина промежутка в единицах обусловленности DIAP. На рис. 2 представлен результат ФПН сверхразрешения с SR~10, с точным обращением $Ix=R^*I_\sigma$.

Будем условно говорить, что мы работаем в непрерывной модели с $dx = 1/4$. Параметры такой модели представлены на рис. 4. Обусловленность с DIAP=100 тут уже срабатывает (см. вид МПФ $|M(pR)|\leq 100$) и промежуток между min|M(O)| и Iz увеличивается. Вертикальной двусторонней стрелкой около МПФ M(pR) показана величина промежутка в единицах обусловленности DIAP. В МПФ M(pO) значения отодвинуты от нуля на diap=1/DIAP=0.01 с ошибкой M(pO)

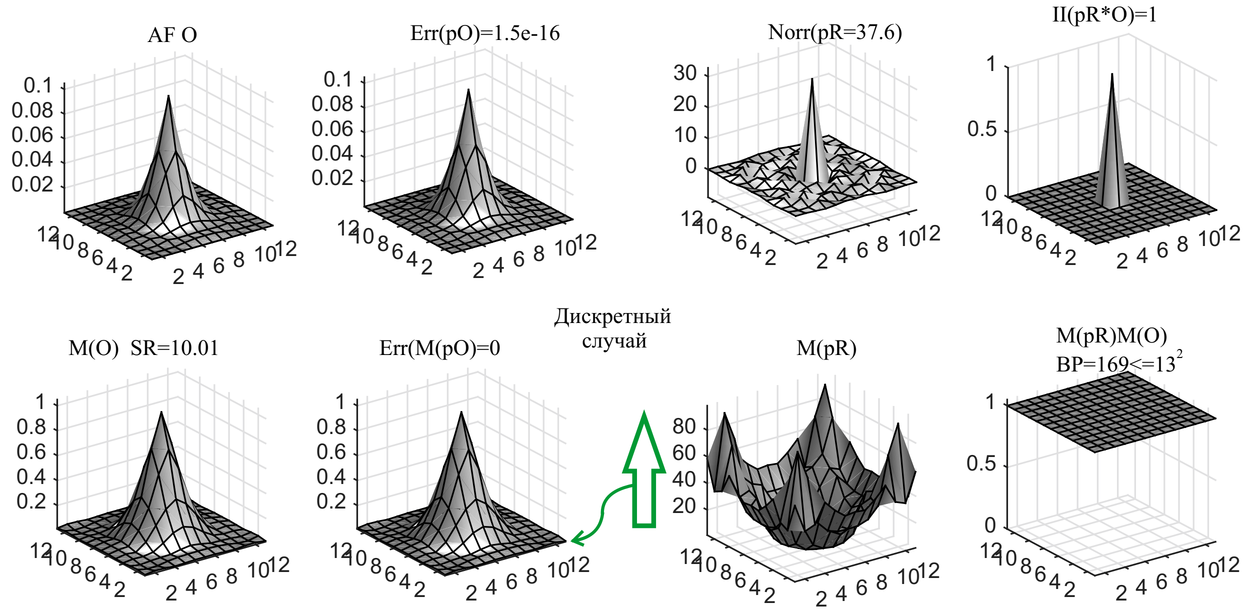

Рис. 3: Параметры АФ О и МПФ: Loc=12, dx=1, DIAP=100

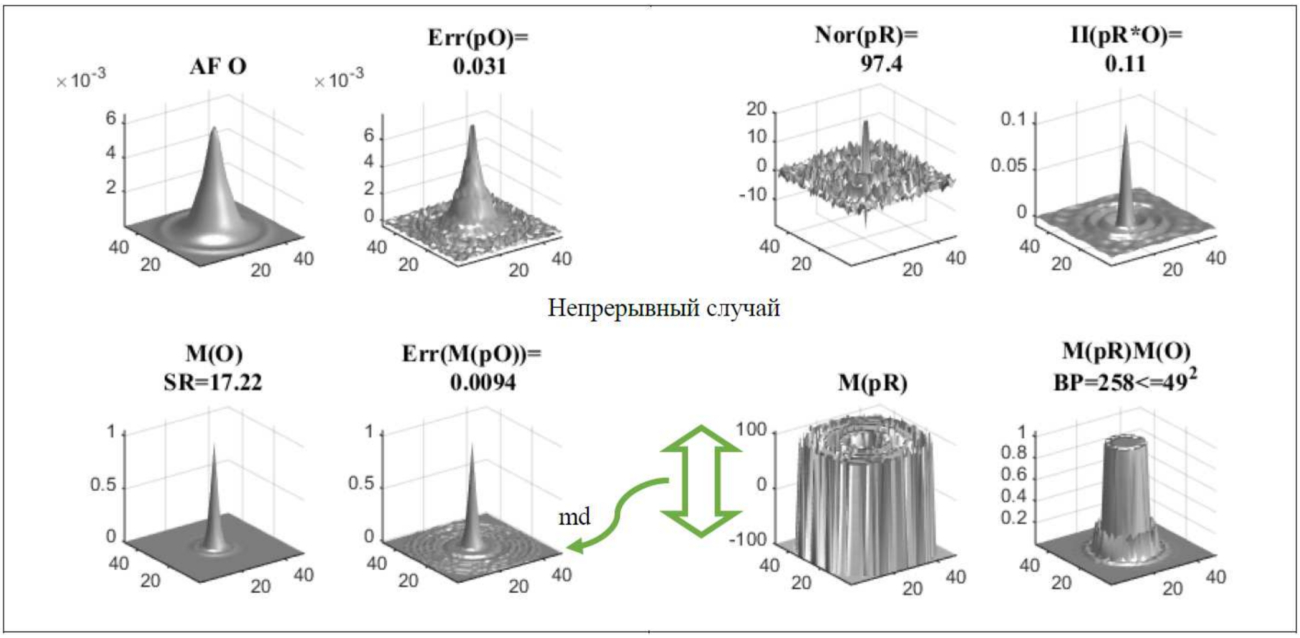

Рис. 4: Параметры АФ О и МПФ: Loc=12, dx = 1/4, DIAP=100

порядка 1% и ошибкой в pO порядка 3% (рис. 4). Таким образом, прибор становится работоспособным с новой более «тонкой» АФ pR*O. Но это дается ценой потери обратимости до II(pR*O)=0.11 и увеличенной реакцией на шум до Nor(pR)=97.4.

Величина сверхразрешения выросла до SR=17.22, см. результаты сверхразрешения на рис. 2, 5.

6. ВАРИАНТЫ ФПН С ХАМ АФ О

Ниже рассмотрим варианты ФПН с ХАМ АФ О с разными длинами областей определения, начиная с Loc=4 и кончая в три раза более длинной областью определения с Loc=12 с разными шагами оцифровки dx=1, dx = 1/4 и параметрами обусловленности DIAP=[10,30,60,100,200,500]. С Loc=4 мы захватываем основной лепесток АФ О, а в базовом случае с Loc=12 захватываем боковой лепесток АФ О.

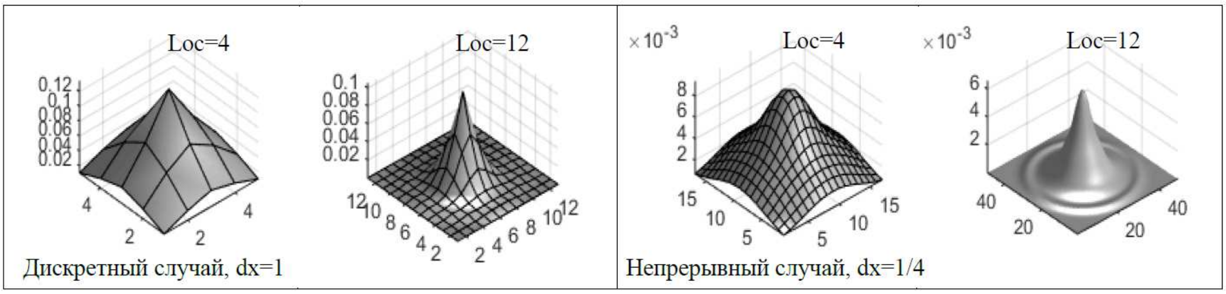

Рис. 5: Примеры начальных — Loc=4 и конечных — Loc=12 областей определения

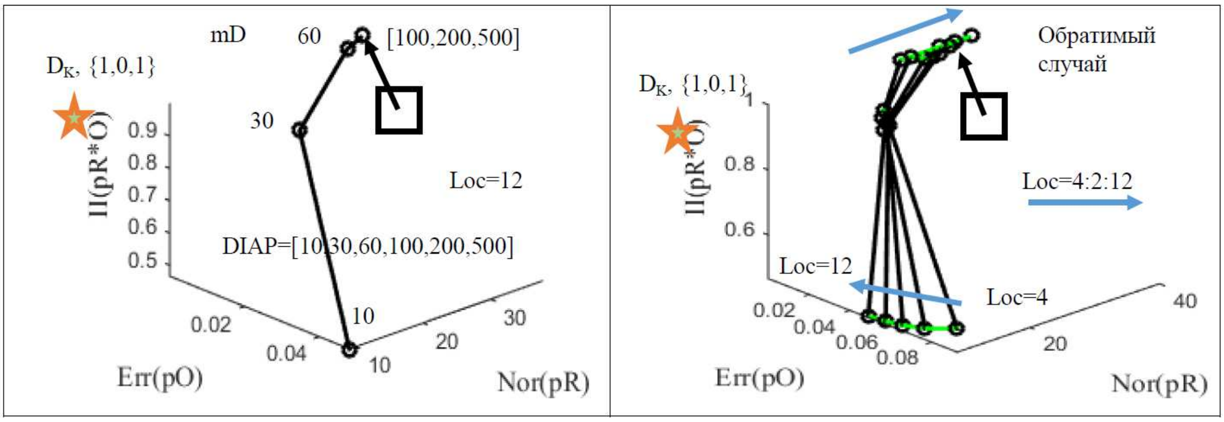

Рис. 6: Примеры ХАМ АФ О в дискретном случае

С Loc=12 по непрерывной АФ parO была подобрана (par=paro) обратимая дискретная АФ О (рис. 3 и 6).

В базовом случае с Loc=12 при обусловленностях с DIAP=[100,200,500] мы имеем обратимые случаи, т.е. II(pR*O)=1, см. ХАМ АФ О слева на рис. 6. Если мы в ХАМ АФ О изобразим зависимости от длин с Loc=4:2:12, то базовый случай с Loc=12 окажется «левой кривой» с меньшей ошибкой Err(pO) и меньшей реакцией на шум Nor(pR). Это вполне соответствует тому, что при компенсации искажений мы должны учитывать всю АФ О, а не только ее главный лепесток. Имеем естественный промежуток — diap$|M(\mathrm{O})| \sim 1/90$. Квадратиком с исходящей стрелкой отмечаются параметры-ситуации в дискретном случае, при которых получены сверхразрешенные изображения (рис. 2, 3). ХАМ АФ DK — это одна точка (отмечена звездочкой) с координатами 1,0,1 (рис. 6).

В непрерывном случае мы заметно теряем обратимость II(pR*O) и получаем заметное увеличение (примерно в 10 раз) реакции на шум Nor(pR) (рис. 4, 7). Базовый случай с Loc=12 оказывается самой «левой кривой» –– с меньшими Err(pO) и с меньшими обратимостями II(pR*O), см. стрелку вниз на левой ХАМ АФ О.

Естественный промежуток diap$|M(\mathrm{O})|$ заметно уменьшился в непрерывном случае по сравнению с дискретным случаем. Стрелкой с квадратом на конце показываем направление роста размера промежутка diap$|(M(\mathrm{pO}))|$ до примерно размера промежутка дискретного случая. Квадратиком с исходящей стрелкой отмечаются параметры-ситуации в непрерывном случае, при которых получены сверхразрешенные изображения максимальной точности (рис. 2, 4).

7. О ВЕЛИЧИНЕ СВЕРХРАЗРЕШЕНИЯ

В обратимых дискретных случаях SR (6) есть функция параметров LO с насыщением по двум параметрам DIAP и Loc, см. зависимость SR слева на рис. 8. Если область определения АФ О есть изображение с размерами большими Loc, то функция SR входит в насыщение и таким образом значения SR не зависят от размеров изображений.

В непрерывном случае в нашем примере обратимость по обусловленности DIAP не достигнута, насыщение по Loc имеет место, см. SR справа на рис. 8. В базовом непрерывном случае с Loc=12, dx = 1/4 с ростом DIAP имеет линейный участок с высокой реакцией на шум Nor(pR) от 200 до 400. Предполагаем, что в обратимом непрерывном случае линейный рост SR по DIAP переходит в насыщение, как в дискретном случае справа. Ситуация понятна, в SR в насыщении (в обратимом случае) должна быть представлена вся информация об АФ О.

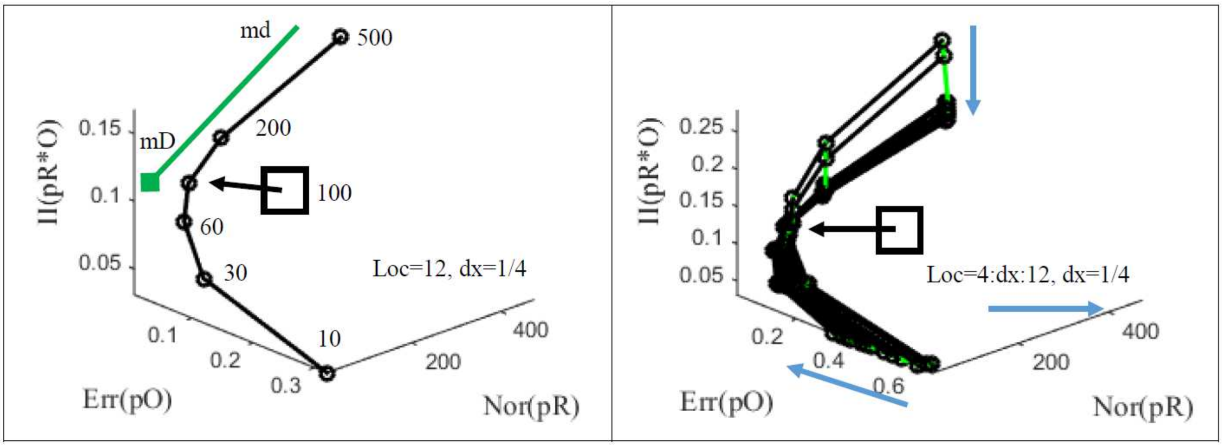

Рис. 7: Примеры ХАМ АФ О в непрерывном случае

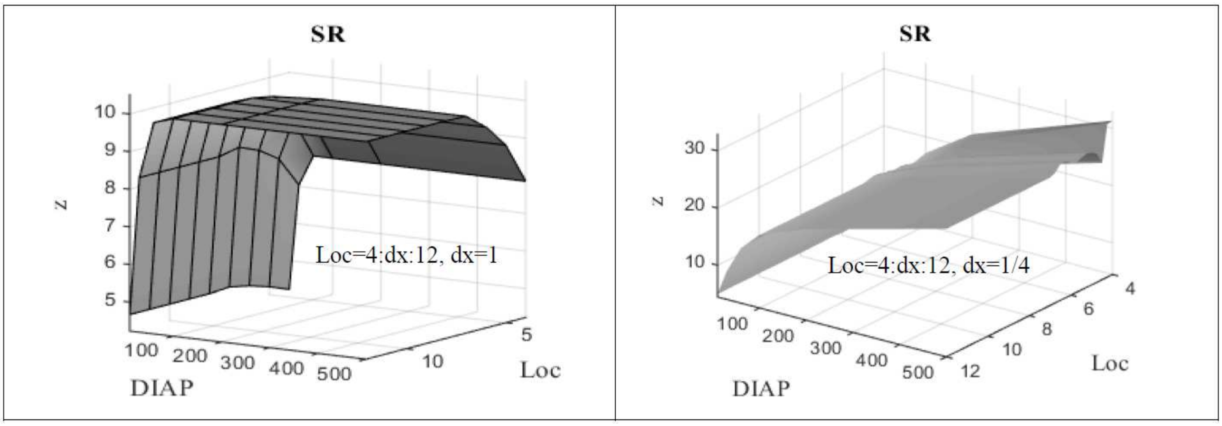

Рис. 8: Примеры поведения зависимости SR от параметров LO в дискретном и непрерывном случаях

Можно ввести экзотическое zSR с полосой пропускания BPz. В дискретном обратимом случае zSR=pSR=SR (6), что следует из того, что из Iz обратимости следует обычная обратимость, зависимости слева на рис. 9.

В непрерывном случае zSR позволяет «заглянуть за горизонт», т. е. узнать величины сверхразрешения при очень больших DIAP до Iz^{-1}. Если при DIAP=100 мы имеем pSR=SR$\sim$ 17, то для zSR , будем иметь почти на порядок больше — экзотические $\sim$ 160 в насыщении при Loc=12. Понятно, что такое экзотическое сверхразрешение недоступно для обработки реальных экспериментальных данных (расчет zR*Iσ) из-за очень высокой реакции на шум Nor(zR)$\sim$ 8.10^6. Данный результат по существу является «основанием» проведения модельных экспериментов со сверхразрешением. Для полноты рассуждений приведем пример, когда модельные эксперименты по сверхразрешению не имеют смысла: это когда для «широких» АФ О существуют большие области МПФ M(O) с min|M(O)|< Iz, т.е. счет невозможен из-за мантиссных ошибок. На Рис. 10 приведены примеры зависимостей величин SR от параметра dx.

8. РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ

При использовании методов регуляризации для решения обратных задач с плохо обусловленной АФ априорная информация о гладкости решений [7] может привести к большим остаточным и обратным ошибкам [3, 4, 8].

При интерпретации результата эксперимента мы не можем ответить на вопрос: Как понимать результат? Остаточная ошибка большая, а обратная ошибка теоретически может быть даже бесконечной. И все это при отсутствии индикатора обратимости в регуляризации, читай Замечание перед разделом Постановка Задачи.

9. ОБСУЖДЕНИЕ

Переход к непрерывному случаю может увеличить значение SR примерно на 70%. В сверхразрешённых изображениях возможны скачки, перепады яркостей, те решения обратной задачи по компенсации искажений АФ О не являются гладкими.

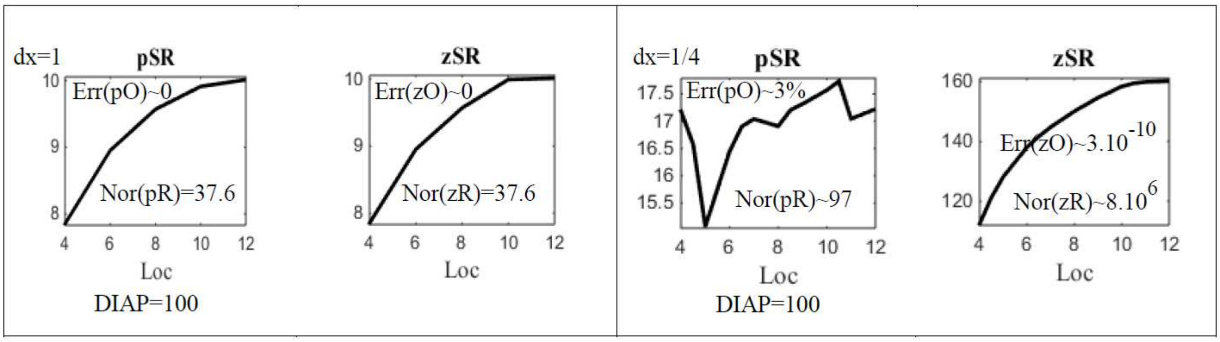

Рис. 9: Зависимости SR от Loc в дискретном dx=1, непрерывном dx = 1/4 случаях и в случаях Iz обращений

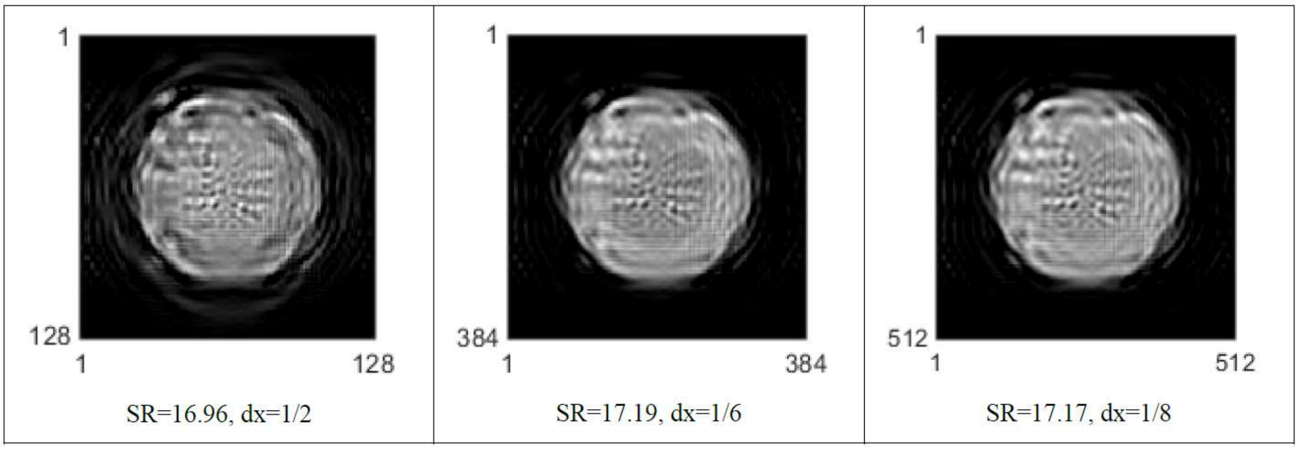

Рис. 10: Зависимость величины SR от dx при DIAP=100, Loc=12

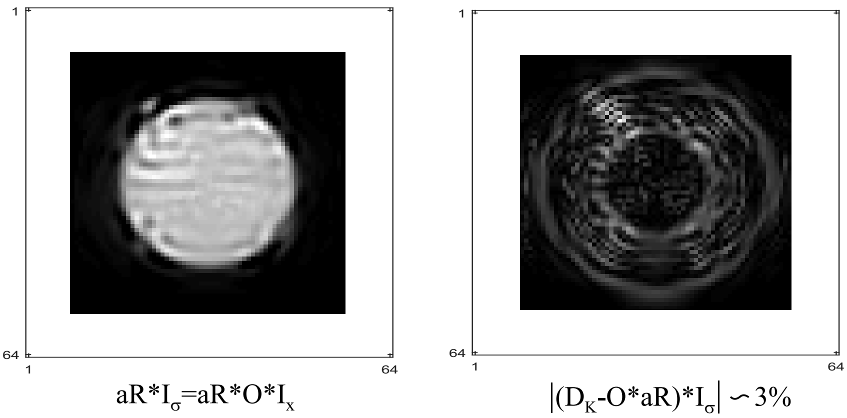

Рис. 11: Результат, полученный методом регуляризации. Результат — $aR*I\sigma$, остаточная ошибка $|(D_K\text{-}O*aR)*I_\sigma| \sim 3\%$, обратная ошибка aO=aR-1, Err(aO)=1.46

Негладкость решений позволяет обоснованно и безопасно применять данный метод, например, в контурах управления реактором. Интересные модификации методов управления АФ О могут быть реализованы в новых радарных технологиях, локаторах с синтезированной апертурой, рентгеновских томографах, телескопах и т. п.

Если есть необходимость, то решения (сверхразрешенные изображения) можно «сгладить» согласно априорной информации. Возможно применение ФПН АФ с интерполяцией для достижения предельного сверх разрешения в электронной микроскопии и томографии. в томографии нужен очень мощный вычислитель с большой памятью, так как задачи трехмерные.

В данной работе рассматривались проблемы повышения разрешения только за счет методов ФПН АФ O, математические приемы оказались намного сложнее методов регуляризации.

[1] *Терентьев Е.Н., Терентьев Н.Е., Фаршакова И.И.* Труды школы-семинара «Волны-2017». Математическое моделирование в радиофизике и оптике. С. 56. Красновидово, 4-9 июня, 2017.
[2] *Терентьев Е.Н., Терентьев Н.Е., Фаршакова И.И.* Труды школы-семинара «Волны-2017». Математическое моделирование в радиофизике и оптике. С. 59. Красновидово, 4-9 июня, 2017.
[3] *Терентьев Е.Н., Терентьев Н.Е.* Изв. РАН. Сер. Физ. 2015. **79**, № 12. С. 1633.
[4] *Terentiev E.N., Terentiev N.E.* Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 2015. **79**, N 12. P. 1427. DOI 10.3103/S1062873815120229
[5] *Терентьев Е.Н., Терентьев Н.Е., Фаршакова И.И.* Научная конференция «Ломоносовские чтения», секция физики. С. 184. апрель 2017.
[6] *Терентьев Е.Н., Терентьев Н.Е., Фаршакова И.И.* Научная конференция «Ломоносовские чтения», секция физики. С. 187. апрель 2017.
[7] *Kosarev E.L.* Inverse problems. 1990. **6**. P. 55.
[8] *Тимановский А.Л., Пирогов Ю.А.* Радиотехника. 2017. С. 154. URL: https: istina.msu.ru/publications/book/74033655/.
[9] *Тихонов А.Н., Уфимцев М.В.* Статистическая обработка результатов эксперимента. М.: изд. Московского университета, 1988.
[10] *Кузнецов Н.А., Синицын И.Н.* УФН. 2009. **179**. С. 216.

Physical Principles of Settings for Apparatus Functions in the measuring systems

E.N. Terentiev[1,a], **N.E. Terentiev**[2,b], **Yu.A. Pirogov**[3], **I.I. Farshakova**[1,d]

[1]*Department of Mathematical modeling and informatics, Faculty of Physics, .Lomonosov Moscow State University Moscow 119991, Russia*
[2]*HiQo Solutions, Moscow, 135 Cedar St Richmond Hill, Georgia 31324, USA*
[3]*Department of Photonics and Microwave Physics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University Moscow 119991, Russia*
E-mail: [a]en.teren@physics.msu.ru , [b]nikolay.terentyev@gmail.com, [c]yupi937@gmail.com, [d]irinafarshakova@gmail.com

Physical Principles of Setting (PPS) of Apparatus Functions (AF) of measuring systems (PPS AF) on the sizes of domains of determination AF are proposed. Sizes of AF O definition region are chosen so that its inverse resolving function $R = O^{-1}$ in the chosen discrete domain has a minimal norm. In the PPS AF method, the result is reversible; there is no «a priori smoothness of solutions» with a residual error, as in the regularization method. Action of PPS method is demonstrated on the example of the Sun radio image super−resolution in comparison with a result obtained by regularization one.

PACS: 02.30.Nw, 02.30.Zz
Keywords: modulation transfer function, conditionality, convolution, Fourier transform, inverse problem, limited super-resolution, radio vision.
Received 15 December 2017.

Сведения об авторах

1. Терентьев Евгений Николаевич — канд. физ.-мат. наук, ст. преподаватель; тел.: (495) 939-41-78, e-mail: en.teren@physics.msu.ru.
2. Терентьев Николай Евгеньевич — lead developer, HiQo Solutions, Moscow; тел.: (495) 356-84-96, e-mail: nikolay.terentyev@gmail.com.
3. Пирогов Юрий Андреевич — доктор физ.-мат наук, профессор; тел.: (495) 939-16-69, e-mail: yupi937@gmail.com.
4. Фаршакова Ирина Игоревна — студентка; e-mail: irinafarshakova@gmail.com.