

Расчет высокоэффективных резонаторов твердотельных лазеров

П. А. Носов*

МГТУ имени Н.Э.Баумана, кафедра лазерных и оптико-электронных систем

Россия, 105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1

(Статья поступила 25.07.2017; Подписана в печать 16.10.2017)

Рассмотрен вопрос расчета устойчивых резонаторов твердотельных лазеров, формирующих гауссов пучок с изменяемыми пространственными параметрами (диаметр перетяжки, параметр конфокальности, угловая расходимость) при неизменности энергетических параметров излучения. Приведена схема оптической системы резонатора твердотельного лазера для решения этой задачи. Методом лучевого пакета и в рамках скалярной теории дифракции рассмотрена задача расчета характеристик лазерного пучка, формируемого линейными резонаторами произвольной конфигурации, при учете аберраций его элементов. Приведены результаты моделирования схемы зеркально-линзового резонатора для изменения пространственных параметров выходного пучка методом лучевого пакета. Для устойчивых резонаторов получены приближенные аналитические выражения, позволяющие рассчитать распределение комплексной амплитуды поля на зеркалах и в произвольном поперечном сечении резонатора, пространственные параметры формируемого пучка и частотный спектр излучения для прямоугольной и круглой формы апертуры зеркал. Выявлены конфигурации резонаторов, в которых аберрации формы поверхности зеркал существенно влияют на искажения формируемого лазерного пучка.

PACS: 42.55.Rz, 42.60.Da, 42.60.By. УДК: 535.8.

Ключевые слова: твердотельный лазер, лазерный резонатор, устойчивый резонатор, тепловая линза, лазерное излучение, гауссов пучок, перетяжка, вариосистема.

ВВЕДЕНИЕ

Твердотельные лазеры находят широкое применение в различных областях науки и техники, в промышленности. Оптический резонатор является неотъемлемой частью лазера и все вопросы, связанные с формированием им излучения, необходимо рассматривать с учетом особенностей его работы [1–3].

Особенностью резонаторов твердотельных лазеров является возникновение в активном элементе термооптических неоднородностей (образуется так называемая «тепловая» линза) [3, 4]. Возникающая в твердотельном активном элементе тепловая линза приводит к изменению конфигурации резонатора — резонатор становится зеркально-линзовым.

Для ряда применений твердотельных лазеров важна стабильность выходных параметров излучения. Поэтому при синтезе резонатора твердотельного лазера кроме обычных требований нужно также обеспечить дополнительное требование — стабильность каустики формируемого пучка в активном элементе при флуктуации оптической силы тепловой линзы. Для этого используют активные и пассивные способы. Пассивный способ заключается в применении динамически термостабильных резонаторов [3].

В работе рассмотрены резонаторы твердотельных лазеров, обеспечивающие формирование пучка с изменяемыми пространственными параметрами, и задача расчета характеристик лазерного пучка, формируемого

линейными резонаторами произвольной конфигурации, при учете аберраций его элементов.

1. РАСЧЕТ РЕЗОНАТОРА С ИЗМЕНЯЕМЫМИ ПАРАМЕТРАМИ ПУЧКА

Перспективным направлением развития лазерных приборов и систем на базе твердотельных лазеров является разработка оптических систем, позволяющих осуществлять плавное изменение пространственных параметров лазерного пучка в рабочей зоне в широких пределах: диаметра перетяжки, ее положения, конфокального параметра, угловой расходимости. Такие оптические системы будут востребованы для таких прикладных направлений, как космические оптические линии связи, разработка лазерных оптико-электронных приборов экологического мониторинга и др.

При традиционном подходе к изменению пространственных параметров выходного пучка в широких пределах используют внешнюю (вне резонатора лазера) оптическую систему [5] с большим перепадом увеличения (~ 50 и более крат). Такая оптическая система, удовлетворяющая всем требованиям (габаритным, оптическим, конструкторско-технологическим), является многокомпонентной. Поэтому усложняется система перемещения компонентов оптической системы, повышаются требования к ее изготовлению и сборке, а также стоимость.

Упростить оптический блок лазерных систем с большим перепадом увеличения можно за счет перераспределения требуемого перепада увеличения на оптическую систему резонатора и внешнюю (вне резонатора лазера) оптическую систему.

*E-mail: pan@bmstu.ru

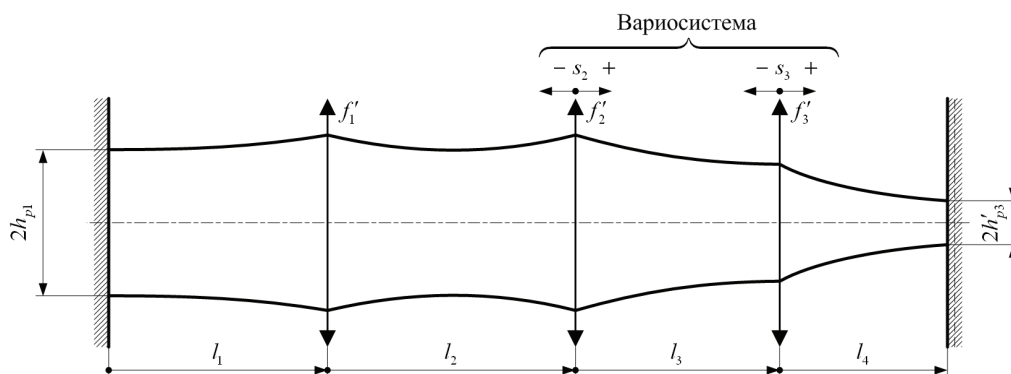


Рис. 1: Схема эквивалентной оптической системы резонатора твердотельного лазера для формирования пучка с изменяемыми пространственными параметрами: f'_1 — заднее фокусное расстояние тепловой линзы активного элемента; f'_2, f'_3 — задние фокусные расстояния линз вариосистемы; s_2, s_3 — перемещение линз вариосистемы (влево относительно исходного («нулевого») положения — отрицательное, вправо — положительное); $l_1 \dots l_4$ — длины плеч резонатора; $2h'_{p1}, 2h'_{p3}$ — диаметр перетяжки пучка на зеркалах резонатора

Схема оптической системы резонатора твердотельного лазера для плавного изменения пространственных параметров выходного пучка при неизменности его энергетических параметров включает линзоподобный твердотельный активный элемент и двухкомпонентную внутрирезонаторную вариосистему, расположенные между плоскими зеркалами [6] (рис. 1).

Методика габаритного расчета устойчивых резонаторов твердотельных лазеров, формирующих лазерный пучок с изменяемыми пространственными параметрами при неизменности энергетических параметров излучения резонаторов, подробно рассмотрена в [6]. Поэтому перейдем к задаче абберационного анализа резонаторов.

2. АБЕРРАЦИОННЫЙ АНАЛИЗ ЗЕРКАЛЬНО–ЛИНЗОВЫХ РЕЗОНАТОРОВ

Абберационный анализ резонаторов твердотельных лазеров может проводиться различными методами. Одним из таких методов является метод лучевого пакета, ранее использовавшийся только для анализа «пустых» резонаторов [5]. На рис. 2 представлены результаты моделирования резонатора твердотельного лазера на АИГ:Nd³⁺ (длина волны излучения генерации $\lambda = 1.06$ мкм) с оптической силой тепловой линзой активного элемента 4 дптр, формирующего пучок с изменяемыми пространственными параметрами: диаметр перетяжки пучка на левом зеркале 1.4 мм, диаметр перетяжки пучка на правом зеркале изменяется от 0.4 мм до 0.16 мм (перепад линейного увеличения $2.5^{\times}$). Фокусные расстояния линз вариосистемы равны $f'_2 = 183.32$ мм и $f'_3 = -52.57$ мм, а длины плеч резонатора для нескольких положений линз приведены в таблице (обозначения см. на рис. 1).

Результаты расчетов показывают, что параметры схемы резонатора обеспечивают формирование пучка

с требуемыми параметрами — неизменность диаметра перетяжки на левом зеркале и требуемый перепад изменения диаметра пучка на выходном правом зеркале.

К настоящему времени влияние неоднородности активной среды, разъюстировки элементов резонатора и других факторов на пространственно-энергетические характеристики лазерного пучка в литературе в той или иной степени рассмотрены, а некоторые исследованы достаточно подробно [7]. Однако в большинстве работ считают практически неразличимыми оптические элементы резонатора со сферической и параболической поверхностями. Это допущение справедливо только в параксиальном приближении. Поскольку, как правило, применяют сферические зеркала, абберация формы поверхности оптических элементов резонатора в совокупности с перечисленными факторами влияет на характеристики формируемого пучка.

Решение этой задачи проведем в рамках скалярной теории дифракции [3, 7]. При этом получить аналитическое распределение комплексной амплитуды поля возможно при некоторых допущениях в дифракционном интеграле. Если при этом учесть абберации формы зеркал резонатора, то найденное решение будет отличаться от идеального. Полученные результаты позволят рассчитать искажения распределения поля и отклонение пространственных параметров формируемого резонатором лазерного пучка [8].

Рассмотрим двухзеркальный резонатор длиной L с радиусами кривизны сферических зеркал R_j , где $j = 1$ — для левого зеркала, а $j = 2$ — для правого зеркала. Представим функцию волновой абберации сферического зеркала резонатора с радиусом кривизны R_j в точке (x_j, y_j) в следующем виде:

$$W_j(x_j, y_j) = -\frac{h_j^2}{R_j} \left(1 + \frac{1}{4} \frac{h_j^2}{R_j^2} + \frac{1}{8} \frac{h_j^4}{R_j^4} + \frac{5}{64} \frac{h_j^6}{R_j^6} + \dots \right),$$

$$h_j^2 = x_j^2 + y_j^2.$$

Таблица I: Значения длин плеч резонатора в исходном, среднем и крайнем положениях линз вариосистемы

Положение линз вариосистемы	l_1 , мм	l_2 , мм	l_3 , мм	l_4 , мм
исходное	320.104	57.665	54.452	84.386
среднее	320.104	90.537	53.409	52.558
крайнее	320.104	123.409	68.716	4.379

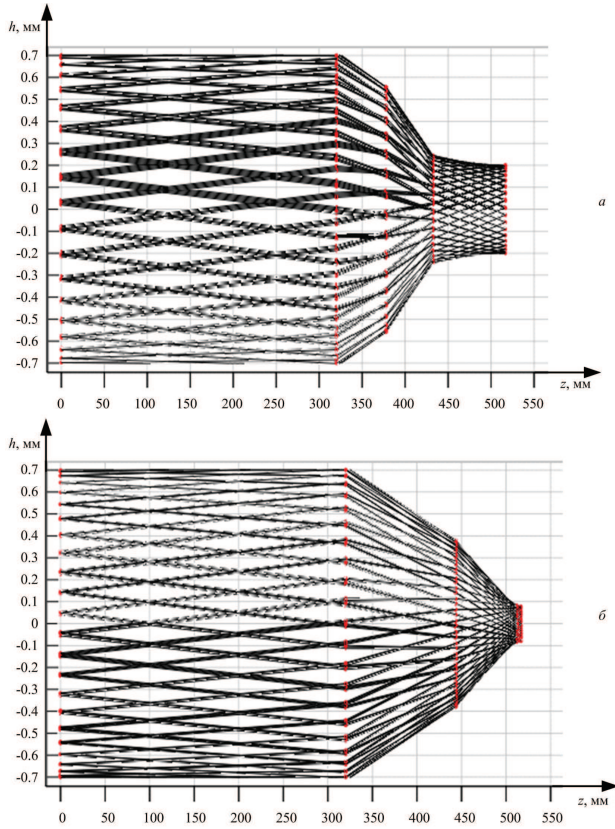


Рис. 2: Каустика формируемого резонатором лазерного пучка в исходном (а) и крайнем (б) положениях линз вариосистемы (красным обозначены точки пересечения лучей с линзами резонатора; h — высота луча)

Здесь первый член соответствует параксиальному приближению, а остальные — aberrациям зеркала 3, 5 и 7-го порядков, соответственно.

Из выражения для $W_j(x_j, y_j)$ следует, что показатель степени интегрального уравнения будет полиномом восьмой степени относительно поперечных координат. Такой интеграл не выражается в элементарных функциях и может быть рассчитан только численными методами. Чтобы провести аналитическое интегрирование выполним экономизацию полинома ядра интегрального уравнения. Используем для этого полиномы Чебышева, наименее уклоняющиеся от нуля в промежутке $[0, +1]$ [5, 9]. Если после такого преобразования пренебречь полиномами Чебышева второго, тре-

тьего и четвертого порядков, то интегральное уравнение имеет аналитическое решение. Для прямоугольной и круглой симметрии зеркал распределение комплексной амплитуды поля на j -м зеркале резонатора определяется выражениями:

$$\psi_{mn}(x_j, y_j) = H_m \left(\sqrt{2} \frac{x_j}{h_j} \right) H_n \left(\sqrt{2} \frac{y_j}{h_j} \right) \times \exp \left(-\frac{x_j^2 + y_j^2}{h_j^2} \right),$$

$$\psi_{mn}(\rho_j, \varphi_j) = \left(\sqrt{2} \frac{\rho_j}{h_j} \right)^n L_m^n \left(2 \frac{\rho_j^2}{h_j^2} \right) \times \exp \left(-\frac{\rho_j^2}{h_j^2} \right) e^{\pm i n \varphi_j}.$$

Здесь m, n — поперечные индексы ($m, n = 0, 1, 2, \dots$); $H_{m,n}(\cdot)$ — полиномы Эрмита; $L_m^n(\cdot)$ — полиномы Лагерра; h_1, h_2 — параметры распределения, которые соответствуют размеру поля моды TEM_{00} на j -м зеркале по уровню интенсивности $1/e^2$:

$$h_1 = \sqrt{\frac{\lambda L}{\pi}} \sqrt[4]{\frac{\tilde{g}_2}{\tilde{g}_1(\mu^2 - \tilde{g}_1 \tilde{g}_2)}},$$

$$h_2 = \sqrt{\frac{\lambda L}{\pi}} \sqrt[4]{\frac{\tilde{g}_1}{\tilde{g}_2(\mu^2 - \tilde{g}_1 \tilde{g}_2)}},$$

где $\tilde{g}_1$ и $\tilde{g}_2$ — параметры конфигурации резонатора с учетом aberrаций зеркал:

$$\tilde{g}_j = \mu - \left(1 + \delta_g^{(j)} \right) \frac{L}{R_j},$$

$$\mu = 1 + \delta_\mu,$$

$$\delta_\mu = -c_4 \frac{h_{12 \max}^2}{L^2} + c_5 \frac{h_{12 \max}^4}{L^4} - c_6 \frac{h_{12 \max}^6}{L^6},$$

$$\delta_g^{(j)} = c_4 \frac{h_{j \max}^2}{R_j^2} + c_5 \frac{h_{j \max}^4}{R_j^4} + c_6 \frac{h_{j \max}^6}{R_j^6},$$

$$c_1 = \frac{1}{64}, \quad c_2 = \frac{5}{512}, \quad c_3 = \frac{105}{16384},$$

$$c_4 = \frac{1}{4}, \quad c_5 = \frac{15}{128}, \quad c_6 = \frac{35}{512}.$$

Здесь $2h_{j \max}$ — диаметр j -го зеркала резонатора; $h_{12 \max}$ — максимальное расстояние между точками

на плоскостях, соответствующие левому и правому зеркалам.

Таким образом, полученное приближенное распределение поля на зеркалах резонатора с учетом их аберраций структурно совпадает с таковым для параболических зеркал.

Резонансная частота ν_{mnq} собственного типа колебания при учете аберраций зеркал резонатора определяется выражением:

$$\nu_{mnq} = \frac{c}{2(L + \delta_L)} \left[q + \frac{\sigma}{\pi} \arccos \left(\frac{\sqrt{\tilde{g}_1 \tilde{g}_2}}{\mu} \right) \right],$$

где c — скорость света в вакууме; q — продольный индекс моды; σ — порядок поперечной моды, который равен $\sigma_{\square} = m + n + 1$ при прямоугольной симметрии зеркал и $\sigma_{\circ} = 2m + n + 1$ — при круглой симметрии; параметр δ_L рассчитывается по формуле:

$$\delta_L = c_1 \frac{h_{12 \max}^4}{L^3} - c_2 \frac{h_{12 \max}^6}{L^5} + c_3 \frac{h_{12 \max}^8}{L^7} + \sum_{j=1}^2 \left(c_1 \frac{h_j^4 \max}{R_j^3} + c_2 \frac{h_j^6 \max}{R_j^5} + c_3 \frac{h_j^8 \max}{R_j^7} \right).$$

Используя полученные выражения с помощью дифракционного интеграла находим распределение комплексной амплитуды поля лазерного пучка в произвольной точке (x, y, z) . При этом считаем, что на j -м зеркале размер моды существенно меньше апертуры зеркала. Это позволяет в дифракционном интеграле расширить пределы интегрирования на всю плоскость и провести его аналитическое интегрирование:

$$\psi_{mn}(x, y, z) = a_{mn}(x, y, z) \times \exp \left\{ i \left[kz - \sigma \arctg \left(\frac{z B_j}{\mu + z A_j} \right) + \frac{\pi x^2 + y^2}{\lambda R_{\Phi}(z)} \right] \right\},$$

где $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число; $A_j = (1 + \delta_g^{(j)})/R_j$; $B_j = \lambda/(\pi h_j^2)$; $R_{\Phi}(z)$ — радиус кривизны волнового фронта пучка на оси в точке $(0, 0, z)$ (согласно правилу знаков, принятому в лазерной оптике). В зависимости от симметрии зеркал резонатора, распределения амплитуды поля произвольной моды определяются следующими выражениями:

$$a_{mn}(x, y, z) = \frac{h_j}{\mu h(z)} H_m \left[\sqrt{2} \frac{x}{h(z)} \right] \times H_n \left[\sqrt{2} \frac{y}{h(z)} \right] \exp \left[-\frac{x^2 + y^2}{h^2(z)} \right],$$

$$a_{mn}(\rho, \varphi, z) = \frac{h_j}{\mu h(z)} \left[\sqrt{2} \frac{\rho}{h(z)} \right]^n L_m^n \left[2 \frac{\rho^2}{h^2(z)} \right] \times \exp \left[-\frac{\rho^2}{h^2(z)} \right] e^{\pm i n \varphi}.$$

Зависимости $h(z)$ и $R_{\Phi}(z)$ имеют вид:

$$h(z) = \sqrt{\frac{\lambda}{\pi \mu}} z_k \sqrt{1 + \left(\frac{z - s_{pj}}{z_k} \right)^2},$$

$$R_{\Phi}(z) = \frac{(z - s_{pj})^2 + z_k^2}{\mu(z - s_{pj})},$$

в которых z_k — параметр конфокальности пучка, s_{pj} — положение минимального сечения (сечения перетяжки) пучка относительно j -го зеркала:

$$z_k = L \sqrt{\frac{\tilde{g}_1 \tilde{g}_2 (\mu^2 - \tilde{g}_1 \tilde{g}_2)}{[\mu(\tilde{g}_1 + \tilde{g}_2) - 2\tilde{g}_1 \tilde{g}_2]^2}},$$

$$s_{p1} = -L \frac{\tilde{g}_1 \tilde{g}_2 - \mu \tilde{g}_2}{\mu(\tilde{g}_1 + \tilde{g}_2) - 2\tilde{g}_1 \tilde{g}_2},$$

$$s_{p2} = L \frac{\tilde{g}_1 \tilde{g}_2 - \mu \tilde{g}_1}{\mu(\tilde{g}_1 + \tilde{g}_2) - 2\tilde{g}_1 \tilde{g}_2},$$

3. G-ДИАГРАММА РЕАЛЬНЫХ ЛАЗЕРНЫХ РЕЗОНАТОРОВ

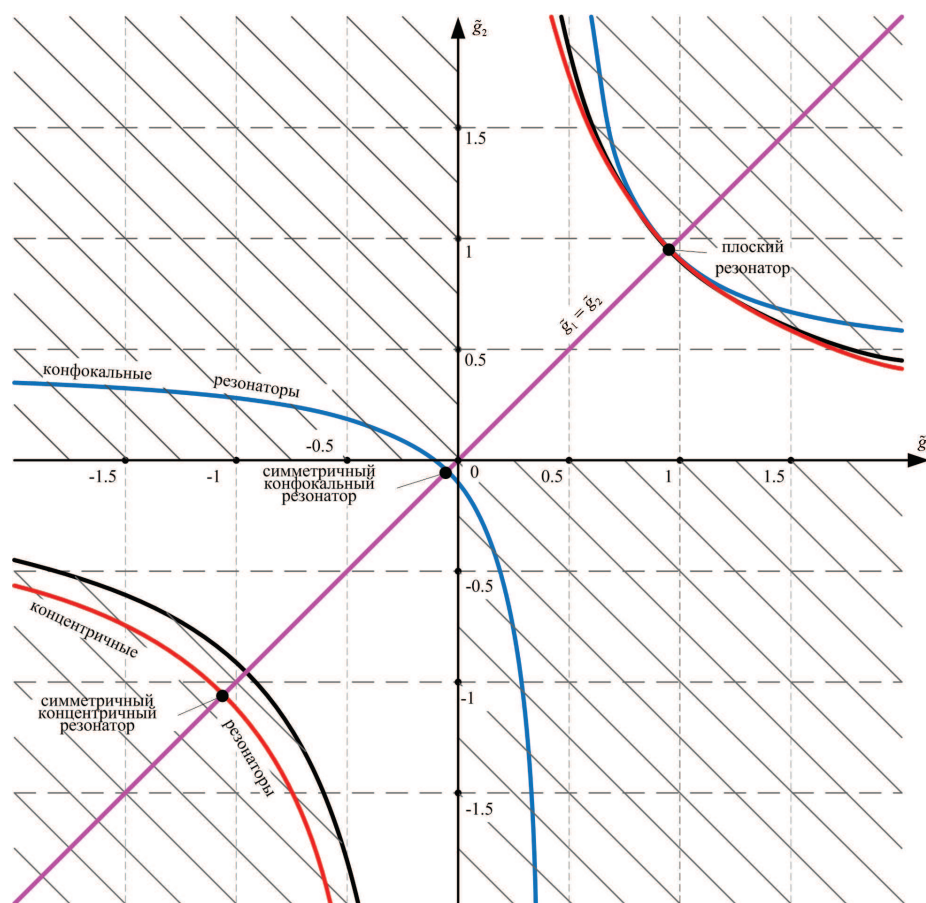
При описании резонаторов часто используют G -плоскость, на которой каждому резонатору произвольной конфигурации однозначно соответствует некоторая точка. Для наиболее распространенных схем резонаторов (конфокальные, концентричные, симметричные), на рис. 3 показано их положение на G -плоскости и построены граничные кривые, отделяющие области устойчивых и неустойчивых (заштрихованы) резонаторов. При построении G -диаграммы резонаторов использовались приведенные выражения для g -параметров резонатора, учитывающие аберрации зеркал.

Анализ G -диаграммы с учетом аберраций зеркал резонатора позволяет сделать следующие выводы:

1. имеются конфигурации устойчивых концентричных (в I четверти диаграммы) и конфокальных (в III четверти диаграммы) резонаторов;
2. малые искажения поля формируемого пучка характерны для неконфокальных и неконцентричных резонаторов, находящиеся «вдали» от граничных кривых.

Проведенные для линейных резонаторов различных конфигураций расчеты показали:

1. отличаются значения параметров конфигурации (g -параметры) идеального резонатора и при учете аберраций зеркал высших порядков;
2. область устойчивости реального резонатора уже, чем идеального;
3. вблизи границы устойчивости резонатор может стать неустойчивым из-за аберраций зеркал, что приведет к формированию другого типа колебаний.

Рис. 3: G -диаграмма лазерных резонаторов, учитывающая aberrации зеркал

Для расчета распределения поля и параметров лазерного пучка в многоэлементных резонаторах с учетом aberrаций зеркал предлагается метод эквивалентного двухзеркального резонатора [10]. В этом методе многоэлементный резонатор приводится к эквивалентному двухзеркальному, параметры которого (радиусы кривизны зеркал, расстояние между ними, их апертуры) определяются параметрами многокомпонентной схемы. Это позволяет упростить анализ влияния aberrаций зеркал многоэлементного резонатора произвольной конфигурации на характеристики формируемого пучка и применить для их расчета результаты, полученные для двухзеркального резонатора.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрены вопросы расчета резонаторов твердотельных лазеров с изменяемыми пространственными параметрами формируемого пучка с учетом особенностей их работы (возникновение в активном элементе тепловой линзы, aberrаций элементов резонатора). Адекватность методики подтверждена результатами aberrационного анализа зеркально-линзового резонатора.

Исследование выполнено при поддержке гранта Президента РФ (грант № МК-6960.2016.8).

- [1] Koechner W. Solid-State Laser Engineering. StateplaceBerlin: Springer. 6th ed. 1999.
- [2] Вакс Е. Д., Миленький М. Н., Сапрыкин Л. Г. Практика прецизионной лазерной обработки. М.: Техносфера, 2013.
- [3] Быков В. П., Силичев О. О. Лазерные резонаторы. М.: Физматлит, 2004.

- [4] Мезенов А. В., Сомс Л. Н., Степанов А. И. Термооптика твердотельных лазеров. Л.: Машиностроение, 1986.
- [5] Пахомов И. И., Цибуля А. Б. Расчет оптических систем лазерных приборов. М.: Радио и связь, 1986.
- [6] Носов П. А., Батшев В. И. Прикладная физика. 2017. № 1. С. 51.
- [7] Пахомов И. И., Рожков О. В., Рождествин В. Н.

Оптико–электронные квантовые приборы: учеб. пособие
для вузов. М.: Радио и связь, 1982.

[8] Пахомов И. И., Ширанков А. Ф., Носов П. А. Оптический журнал. 2010. **77**, № 2. С. 37.

[9] Паиковский С. Вычислительные применения многочле-

нов и рядов Чебышева. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат.
лит., 1983.

[10] Носов П. А., Пахомов И. И., Ширанков А. Ф. Оптический журнал. 2010. **77**, № 1. С. 28.

Calculation of high-efficiency resonators of solid–state lasers

P. A. Nosov

Department of Laser and Optoelectronic Systems, Bauman Moscow State Technical University. Moscow 105005, Russia

E-mail: pan@bmstu.ru

The problem of calculating the stable resonators of solid-state lasers forming a Gaussian beam with variable spatial parameters (waist diameter, confocal parameter, angular divergence) with the energy parameters of the radiation unchanged is considered. The scheme of the optical system of a resonator of a solid-state laser to solve this task is presented. By the ray bundle method and on the base of scalar diffraction theory, the problem of calculating the characteristics of a laser beam formed by linear resonators of arbitrary configuration taking into account the aberrations of its elements is considered. The results of modeling the mirror–lens resonator scheme for varying the spatial parameters of the output beam by the ray bundle method are presented. For stable resonators approximate analytical expressions are obtained, which allow to calculate the distribution of the complex amplitude on mirrors and in an arbitrary cross section of the resonator, the spatial parameters of beam and the frequency spectrum of the radiation for a rectangular and circular aperture of mirrors. The configurations of resonators in which the aberrations of the shape of the surface of mirrors have a significant effect on the characteristics of the formed laser radiation are determined.

PACS: 42.55.Rz, 42.60.Da, 42.60.By.

Keywords: solid-state laser, laser resonator, stable resonator, thermal lens, laser radiation, Gaussian beam, beam waist, zoom lens.

Received 25 July 2017.

Сведения об авторе

Носов Павел Анатольевич — канд. техн. наук, доцент; тел. (499) 263-62-38, e-mail: pan@bmstu.ru.
