

## Планарные волновые пучки в конденсате бозе–эйнштейна

А. А. Калинович,<sup>\*</sup> М. В. Комиссарова,<sup>†</sup> И. Г. Захарова,<sup>‡</sup> И. Ю. Полякова<sup>§</sup>

*Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова,  
физический факультет, кафедра фотоники и физики микроволн  
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2*

(Статья поступила 27.11.2017; Подписана в печать 29.11.2017)

В работе рассмотрено распространение оптических пучков сквозь бозе–эйнштейновский конденсат. С помощью численного моделирования показано, что оптический пучок фокусируется или дефокусируется в зависимости от знака отстройки частоты лазера от частоты атомного перехода. Созданы аналитическая и численная модели, описывающая эволюцию волнового пучка в БЭК. За основу была взята полуклассическая модель, в которой конденсат рассматривается с квантовой точки зрения, а волновой пучок с классической. Данная модель позволяет учитывать не только изменения волнового пучка, но и изменение волновых функций конденсата. В работе рассмотрены две модели: с учетом спонтанного излучения и без. БЭК ведет себя как среда с керровской нелинейностью, знак которой зависит от знака отстройки от резонансной частоты. При отрицательной отстройке наблюдается тенденция к фокусировке пучка, в то время как при положительной отстройке наблюдается дефокусировка. Волновая функция основного состояния БЭК не претерпевает значительных изменений, в то время как волновая функция возбужденного состояния совершает осцилляции (в случае резонанса с частотой Раби). Кроме сохранения общего числа атомов в системе выполняется также закон сохранения энергии и для всей системы. Уменьшение энергии пучка приводит к возрастанию населенности возбужденного уровня, а уменьшение населенности возбужденного уровня, соответственно, приводит к возрастанию энергии пучка. Для широкого пучка в случае положительной отстройки от резонанса наблюдается его расщепление.

PACS: 42.65.Tg

УДК: 535.03, 519.06, 539.186

Ключевые слова: бозе–эйнштейновский конденсат, оптическая нелинейность, керровская нелинейность.

### ВВЕДЕНИЕ

Как известно, одним из уникальных свойств бозе–эйнштейновского конденсата (БЭК) является большая нелинейная оптическая поляризуемость [1, 2]. Это позволяет даже при малых интенсивностях распространяющегося в бозе–эйнштейновском конденсате излучения наблюдать и исследовать важнейшие нелинейные оптические эффекты [3].

Для получения бозе–эйнштейновского конденсата часто используются, например, магнито–оптические ловушки [4, 5]. Во многих работах, посвященных теме взаимодействия оптического излучения и бозе–эйнштейновского конденсата, подробно исследовалось поведение конденсата во внешнем поле, в оптических ловушках и оптических решетках [6], создаваемых световыми пучками от лазерных источников. Также изучалось сверхизлучательное рассеяние и отражение от бозе–эйнштейновского конденсата [7], существование в нем различных видов солитонов [8–11]. В ряде работ исследовалось конкретное воздействие на бозе–эйнштейновский конденсат распространяющегося в нем излучения, динамика когерентных атомных волн, импульсы отдачи, получаемые атомами

бозе–эйнштейновского конденсата при рассеянии фотонов [12].

Однако наиболее часто при изучении взаимодействия оптического излучения с бозе–эйнштейновским конденсатом рассматривались не пучки, а плоские волны. Кроме того, уделялось мало внимания одновременному рассмотрению эволюции распространяющегося в среде излучения и изменений самой среды. Целью нашей работы является построение модели, которая учитывает и описывает одновременно как распространение волнового пучка, так и изменения бозе–эйнштейновского конденсата.

### 1. ЭВОЛЮЦИЯ ОДНОМЕРНОГО ВОЛНОВОГО ПУЧКА В БОЗЕ–ЭЙНШТЕЙНОВСКОМ КОНДЕНСАТЕ

Данная модель строилась в полуклассическом приближении для взаимодействия поля и бозе–эйнштейновского конденсата, при этом вещество в конденсированном состоянии рассматривалось с квантово–механической точки зрения, а распространяющееся излучение — с классической [13]. Это позволяет учитывать не только изменения волнового пучка, но и изменение волновых функций конденсата. При взаимодействии бозе–эйнштейновского конденсата с полем излучения часть атомов неизбежно переходит из основного состояния в возбужденное.

Для описание взаимодействия БЭК с электромагнитным полем лазерного излучения напряженностью

<sup>\*</sup>Е-mail: [kalinovich@gmail.com](mailto:kalinovich@gmail.com)

<sup>†</sup>Е-mail: [komissarova@physics.msu.ru](mailto:komissarova@physics.msu.ru)

<sup>‡</sup>Е-mail: [zaharova@physics.msu.ru](mailto:zaharova@physics.msu.ru)

<sup>§</sup>Е-mail: [iy.polyakova@physics.msu.ru](mailto:iy.polyakova@physics.msu.ru)

$(Ae^{-i\omega t} + A^*e^{i\omega t})$  использовались уравнения, связывающие волновые функции атомов конденсата в нормальном  $\Phi_g$  и возбужденном  $\Phi_e$  электронном состоянии [1]:

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial \Phi_e(r, t)}{\partial t} &= -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Phi_e - \frac{1}{2} dA \Phi_g e^{-i\delta t} - i\hbar \frac{4\gamma}{2} e, \\ i\hbar \frac{\partial \Phi_g(r, t)}{\partial t} &= -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Phi_g - \frac{1}{2} dA^* \Phi_e e^{i\delta t} + \frac{4\pi\hbar^2 a}{m} |\Phi_g|^2, \\ \frac{2i\omega}{c^2} \frac{\partial A(r, t)}{\partial t} &= -\Delta A - k^2 A - 4\pi k^2 P. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь индексы  $g$  и  $e$  относятся к нормальному и возбужденному состояниям атома,  $m$  — масса атома,  $d$  — матричный элемент дипольного момента перехода атома,  $\delta = \omega - \omega_a$  — отстройка частоты лазера от частоты атомного перехода,  $a$  — длина рассеяния,  $\gamma$  — радиационная константа возбужденного электронного состояния атома,  $k$  — волновое число,  $P = d\Phi_g^* \Phi_e e^{i\delta t}$  — поляризованность.

Первое уравнение системы (1) описывает эволюцию волновой функции «надконденсированного» состояния вещества, с учетом спонтанного излучения и дипольных переходов. Оно может быть получено из нестационарного уравнения Шредингера:

$$i\hbar \frac{\partial \Phi_e}{\partial t} = H_e \Phi_e, \quad (2)$$

где  $H_e = H_F + H_D + H_S$  — полный гамильтониан,  $H_F$  — гамильтониан свободно движущихся атомов,  $H_D$  — гамильтониан дипольных переходов  $H_S$  — гамильтониан спонтанного излучения атомов.

Второе уравнение системы (1) описывает эволюцию волновой функции конденсированного состояния вещества, с учетом только парного взаимодействия атомов и дипольных переходов. Это уравнение можно также получить из нестационарного уравнения Шредингера:

$$i\hbar \frac{\partial \Phi_g}{\partial t} = H_g \Phi_g \quad (3)$$

где  $H_g = H_F + H_D + H_S$  — полный гамильтониан,  $H_F$  — гамильтониан свободно движущихся атомов,  $H_D$  — гамильтониан дипольных переходов,  $H_S$  — гамильтониан парного взаимодействия атомов.

Третье уравнение системы (1) — уравнение распространения для медленно меняющейся во времени амплитуды поля  $E = A(z, \mu t) e^{-i\omega t}$  в скалярном приближении. Отличительной особенностью такой среды является медленное изменение поляризованности, позволяющее не учитывать ее производные по времени [1].

## 2. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ОПТИЧЕСКОГО ЛАЗЕРНОГО ПУЧКА В КОНДЕНСАТЕ БОЗЕ–ЭЙНШТЕЙНА БЕЗ УЧЕТА СПОНТАННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Система (1) решалась численно в одномерном случае, для планарных волновых пучков с разной шири-

ной. В работе изучено распространение лазерного оптического пучка в такой среде с сильной керровской нелинейностью как с учетом, так и без учета спонтанного излучения.

Первоначально была рассмотрена модель, не учитывающая спонтанное излучение в среде. Численные расчеты проводились для волновых пучков различной ширины: сопоставимой с шириной конденсата и превышающей ее. Рассматривалась эволюция оптического пучка в процессе распространения. Также рассчитывалось изменение волновых функций бозе–эйнштейновского конденсата при распространении пучка. Следует учесть, что при расчетах для каждой конкретной ширины пучка и конденсата вводились отстройки несущей частоты лазерного излучения от частоты атомного перехода. Они имели различный знак: если несущая частота лазерного излучения оказывалась больше резонансной частоты атомного перехода, отстройка была положительной, при несущей частоте, меньшей резонансной частоты атомного перехода, отстройка была отрицательна. Рассматривался и случай резонансного возбуждения БЭК при нулевой отстройке.

Анализ расчетов показал, что бозе–эйнштейновский конденсат ведет себя как среда с сильной керровской нелинейностью, знак которой зависит от знака отстройки несущей частоты лазерного излучения от резонансной частоты атомного перехода. При отрицательной отстройке наблюдается тенденция к фокусировке пучка при его распространении в конденсате, в то время как при положительной отстройке наблюдается его дефокусировка (рис. 1).

В ходе распространения оптического лазерного пучка в конденсате волновая функция основного состояния БЭК не претерпевает значительных изменений, волновая же функция возбужденного состояния совершает осцилляции (в случае резонанса, с частотой Раби). С точки зрения энергетических параметров системы, при распространении волнового пучка без учета спонтанного излучения общее число атомов в системе сохраняется, и выполняется закон сохранения энергии для всей системы. При этом уменьшение энергии пучка приводит к возрастанию населенности возбужденного уровня системы, а уменьшение населенности возбужденного уровня, в свою очередь, ведет к возрастанию энергии пучка.

В случае, когда ширина пучка превышала ширину БЭК, а при этом отстройка несущей частоты лазерного излучения от резонансной частоты атомного перехода была положительной, наблюдалось расщепление пучка.

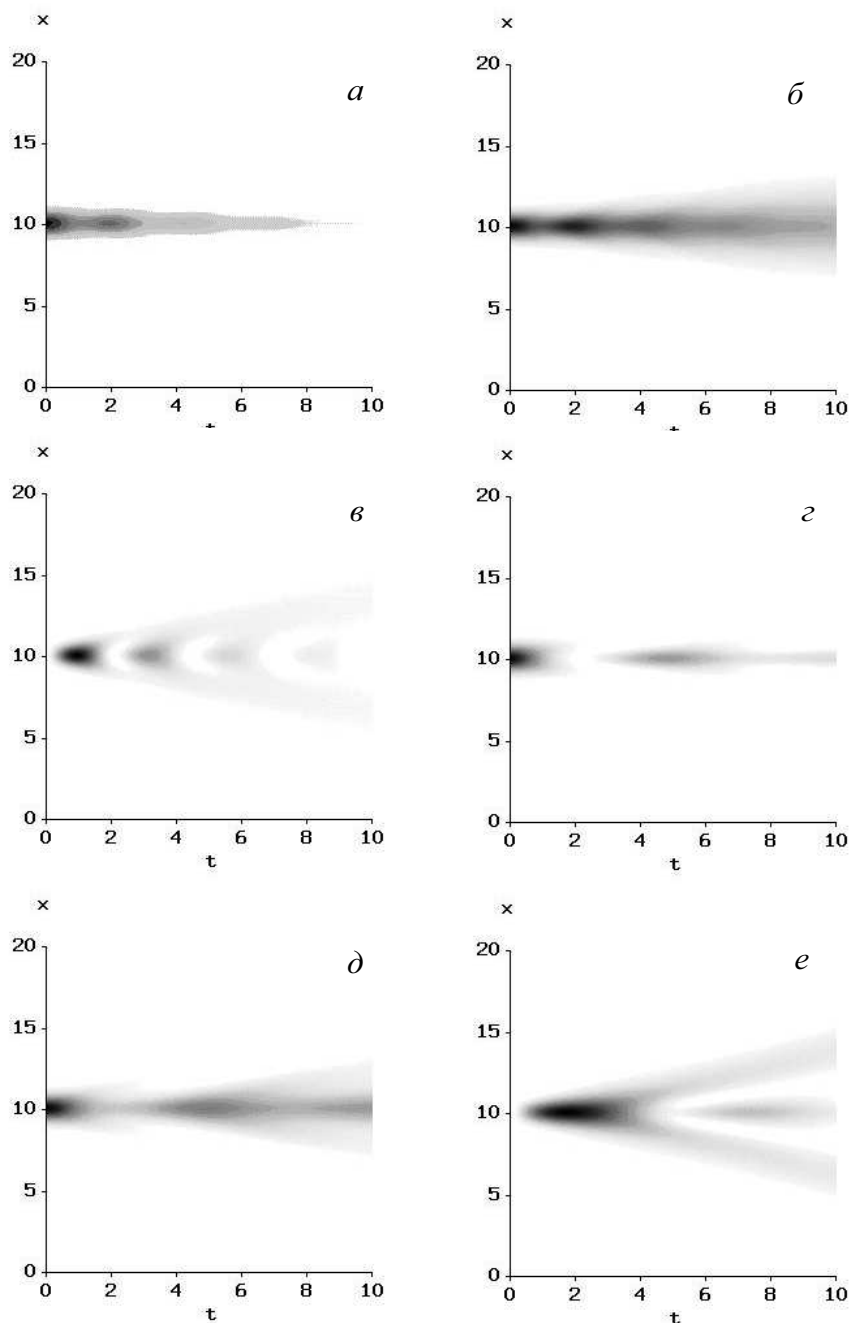


Рис. 1: Эволюция волнового пучка в БЭК без учета спонтанного излучения в случае отрицательной (*a*, *б*, *в*) и положительной (*г*, *д*, *е*) отстройки от резонансной частоты. (*a*, *г*) — распределение интенсивности оптического излучения, (*б*, *д*) — плотность вероятности конденсата в нормальном состоянии, (*в*, *е*) — плотность вероятности конденсата в возбужденном состоянии

### 3. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ОПТИЧЕСКОГО ЛАЗЕРНОГО ПУЧКА В КОНДЕНСАТЕ БОЗЕ–ЭЙНШТЕЙНА С УЧЕТОМ СПОНТАННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Далее мы исследовали модель, которая учитывает спонтанное излучение атомов. Известно, что спонтанное излучение атомов является отличительным свой-

ством бозе–эйнштейновского конденсата. Несмотря на то, что населенность возбужденного уровня как минимум в  $10^7$  раз ниже населенности основного состояния, безвозвратный уход небольшого числа атомов из конденсата приводит к уменьшению энергии всей системы и оказывает значительное влияние на эволюционную картину. Видно, что процессы затухания и дефокусировки в такой системе протекают быстрее (рис. 2).

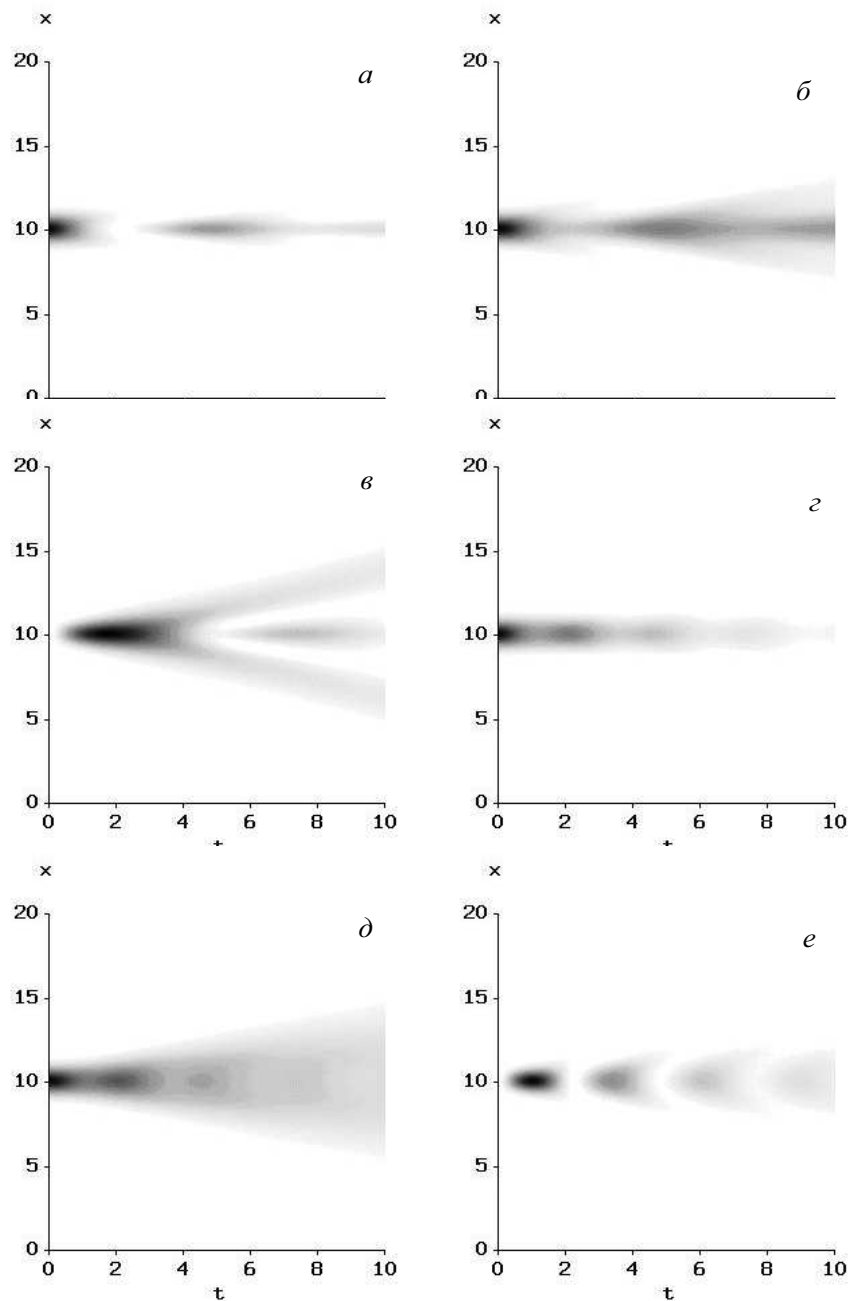


Рис. 2: Эволюция волнового пучка в БЭК с учетом спонтанного излучения в случае отрицательной (*a*, *б*, *в*) и положительной (*г*, *д*, *е*) отстройки от резонансной частоты. (*a*, *г*) — распределение интенсивности оптического излучения, (*б*, *д*) — плотность вероятности конденсата в нормальном состоянии, (*в*, *е*) — плотность вероятности конденсата в возбужденном состоянии

В отличие от рассмотренной системы без спонтанного излучения, которая ведет себя как стандартная двухуровневая система [14], в данной системе наблюдается уменьшение числа атомов в БЭК и, как следствие, необратимо теряется энергия системы и пучка. Именно поэтому нелинейность БЭК значительно сильнее, чем для всех известных сред, особенно в случае медленного распада конденсата вследствие спонтанного излучения возбужденных атомов [1].

Так же, как и в первом случае, даже при  $A_0^2 < 10^{-7}$  ед. СГСЭ наблюдаются нелинейные эффекты, характерные для среды с кубической нелинейностью, а знак отстройки несущей частоты лазерного излучения от резонансной частоты атомного перехода соответствует знаку керровской нелинейности. Например, наблюдается тенденция к фокусировке при отрицательной отстройке от резонансной частоты.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

За основу в исследованиях распространения оптических пучков сквозь бозе–эйнштейновский конденсат была взята полуклассическая модель, в которой бозе–эйнштейновский конденсат рассматривается с квантовой точки зрения, а волновой пучок — с классической. Данная модель позволяет учитывать не только изменение волнового пучка, но и изменение волновых функций конденсата.

В целом, полученные с помощью компьютерного эксперимента результаты подтверждают наличие у бозе–эйнштейновского конденсата оптической нелинейности даже при низких интенсивностях входного пучка, что позволяет использовать его в прикладных задачах фотоники.

Исследование выполнено за счет гранта Российского Научного Фонда (проект № 17-11-01157).

- 
- [1] Розанов Н. Н., Смирнов В. А. Письма в ЖЭТФ. 2005. **82**, вып. 1. С. 27.
- [2] Pitaevskii L., Stringari S. Bose–Einstein Condensation and Superfluidity. Oxford University Press, 2016.
- [3] Гранкин А. С., Комиссарова М. В., Сухоруков А. П. Известия РАН. Сер. физ. 2011. **75**, № 12. С. 1737.
- [4] Anderson M. et al. Science. 1995. **269**. P. 198.
- [5] Klaers J., Schmitt J., Vewinger F. et al. Nature. 2010. **468**, № 7323. P. 545.
- [6] Питаевский Л. П. УФН. 2006. **176**, № 4. С. 345.
- [7] Аветисян Ю. А., Трифонов Е. Д. УФН. 2015. **183**, № 3. С. 307.
- [8] Смирнов Л. А., Смирнов А. И., Миронов В. А. ЖЭТФ. 2016. **149**, № 1. С. 23.
- [9] Высотина Н. В., Розанов Н. Н. ЖЭТФ. 2016. **123**. № 1. С. 51.
- [10] Kengne E., Shehou A., Lakhassassi A. The European Physical Journal B. March, 2016. **89**. P. 78.
- [11] Розанов Н. Н. Оптика и спектроскопия. 2015. **119**, № 6. С. 1001.
- [12] Campbell G. K. et al. Phys.Rev. Lett. 2005. **94**. P. 170403.
- [13] Питаевский Л. П. УФН. 1998. **168**, № 6. С. 641.
- [14] Карлов Н. В. Лекции по квантовой электронике. М.: Наука, 1988.

## Planar wave beams in Bose-Einstein condensate

A. A. Kalinovich<sup>a</sup>, M. V. Komissarova<sup>b</sup>, I. G. Zakharova<sup>c</sup>, I. Y. Polyakova<sup>d</sup>

Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University. Moscow 119991, Russia

E-mail: <sup>a</sup>kalinovich@gmail.com, <sup>b</sup>komissarova@physics.msu.ru, <sup>c</sup>zaharova@physics.msu.ru, <sup>d</sup>iy.polyakova@physics.msu.ru

The paper discusses propagation of optical beams through a Bose-Einstein condensate. With the help of numerical simulation shows that the optical beam is focused or defocused depending on the sign of the detuning of the laser frequency from the atomic transition frequency. Established analytical and numerical models describing the evolution of a wave beam in the BEC. For was based on the semiclassical model, in which the condensate is considered from the quantum point of view, and the wave beam classic. This model allows to take into account not only the changes of the wave beam, but also changes in the wave functions of the condensate. The paper considers two models: taking into account spontaneous emission and without. BEC behaves as a medium with the Kerr nonlinearity, the sign of which depends on the sign of the detuning from the resonance frequency. For negative detuning there is a trend towards the focusing of the beam, while for positive detuning there is a defocusing. The wave function of the ground state BEC does not undergo significant changes, while the wave function of the excited state performs oscillations (in the case of resonance with the Rabi frequency). In addition to storing the total number of atoms in the system is the law of conservation of energy for the entire system. The reduction in beam energy leads to the growth of the population of the excited level, and a reduction of the population of the excited level, respectively, leads to an increase in beam energy. For a wide beam in the case of a positive detuning from the resonance is observed in its cleavage.

PACS: 42.65.Tg

Keywords: Bose–Einstein condensation, optical nonlinearity, kerr nonlinearity.

Received 27 November 2017.

## Сведения об авторах

1. Калинович Алексей Андреевич — ст. науч. сотрудник; тел.: (495) 939-33-17, e-mail: kalinovich@gmail.com.
2. Комиссарова Мария Валентиновна — ст. преподаватель; тел.: (495) 939-16-62, e-mail: komissarova@physics.msu.ru.
3. Захарова Ирина Гургеновна — доцент; тел.: (495) 939-16-62, e-mail: zaharova@physics.msu.ru.
4. Полякова Ирина Юрьевна — науч. сотрудник; тел.: (495) 939-16-62; e-mail: iy.polyakova@physics.msu.ru.