

## Влияние магнитного поля на двумерные световые пули в неоднородной среде углеродных нанотрубок

И.С. Двужилов<sup>1,\*</sup>, Ю.В. Двужилова<sup>1,†</sup>, М.Б. Белоненко<sup>1,2‡</sup>

<sup>1</sup>Волгоградский государственный университет, институт приоритетных технологий,  
кафедра судебной экспертизы и физического материаловедения  
Россия, 400062, Волгоград, Университетский пр-т, д. 100

<sup>2</sup>Волгоградский институт бизнеса, кафедра математики и информатики  
Россия, 400010, Волгоград, ул. Качинцев, д. 63

(Статья поступила 30.08.2017; Подписана в печать 16.10.2017)

В настоящей работе проведено теоретическое исследование динамики распространения двумерных предельно коротких оптических импульсов (световых пуль) в неоднородной среде углеродных нанотрубок с пространственно модулированным показателем преломления в присутствии внешнего постоянного магнитного поля, направленного параллельно оси углеродных нанотрубок. Электромагнитное поле импульса описывается классическим способом на основе уравнений Максвелла. Закон дисперсии записан в приближении сильной связи в рамках анализа динамики  $\pi$ -электронов, которые взаимодействуют с электромагнитным полем предельно короткого импульса. Начальное условие для вектор-потенциала электрического поля предельно короткого оптического импульса выбиралось в гауссовой форме. Шаги по времени и координате определялись из стандартных условий устойчивости и уменьшались до тех пор, пока решение не изменялось в восьмом значащем знаке. Как показали результаты численных расчетов, распространение двумерного предельно короткого оптического импульса в присутствии магнитного поля является устойчивым, а также удалось установить влияние периода неоднородности среды на скорость распространения предельно короткого оптического импульса, а именно, при увеличении периода решетки предельно короткий оптический импульс распространяется наиболее быстро.

PACS: 72.20.Ht, 42.65.Re.

УДК: 535.2.

Ключевые слова: световые пули, неоднородная среда, магнитное поле, углеродные нанотрубки.

### ВВЕДЕНИЕ

Исследование эволюции двумерных предельно коротких оптических импульсов (световых пуль) в различных средах интересно не только с теоретической точки зрения, но и имеет важные практические приложения [1–3]. Помимо использования в системах оптических вычислений, световые пули могут использоваться и в целях спектроскопии в силу того, что их спектр экстремально широкий. Отметим, что в вакууме или в линейных средах световые пули неустойчивы и уширяются вследствие дисперсионных эффектов. Для устойчивого распространения подобного рода импульсов необходима нелинейная среда, в которой эффекты, связанные с дисперсией, могли бы компенсироваться нелинейными эффектами [4–6]. С данной точки зрения углеродные нанотрубки (УНТ) являются перспективными средами для распространения двумерных предельно коротких оптических импульсов, поскольку в среде УНТ нелинейность обусловлена непараболическостью закона дисперсии электронов, которые взаимодействуют с полем светового импульса [7–9].

В рамках данной статьи остается спорным вопрос, связанный с влиянием внешнего магнитного поля на

динамику распространения двумерных предельно коротких оптических импульсов, а именно, то, что постоянное магнитное поле может сильно менять одноэлектронный спектр УНТ.

Повышенный интерес к такого рода импульсам во внешнем магнитном поле обусловлен очень широким спектром практических приложений, таких как, микроскопия сверхвысокого разрешения, передача информации по волоконно-оптическим линиям связи, манипуляции микро- и наночастицами, разработка устройств для обработки оптической информации и т.д. [10–14]. Важность практических приложений и изложенные выше соображения и послужили стимулом для написания данной статьи.

### 1. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрено распространение двумерных электромагнитных импульсов в массиве углеродных нанотрубок, причем постоянное магнитное поле параллельно переменному электрическому полю направлены вдоль оси нанотрубок.

Гамильтониан системы электронов можно записать в виде:

$$H = \sum_{ps} \varepsilon_s \left( p - \frac{e}{c} A(t) \right) a_{ps}^+ a_{ps}, \quad (1)$$

где  $a_{ps}^+$ ,  $a_{ps}$  — операторы рождения и уничтожения электронов с квазиимпульсом  $(p, s)$ ;  $A(t)$  — величина

\*E-mail: dvuzhilov.ilya@volsu.ru

†E-mail: nevzorkina@yandex.ru

‡E-mail: mbelonenko@yandex.ru

на вектор–потенциала переменного электромагнитного поля, который имеет одну компоненту и направлен вдоль осей нанотрубок;  $\varepsilon_s(p)$  — закон дисперсии электронов.

Исследование электронной структуры УНТ, как правило, проводится в приближении сильной связи в рам-

ках анализа динамики  $\pi$ -электронов. Радиус УНТ считается много меньшим по сравнению с характерным размером световой пули, что позволяет пренебречь пространственной неоднородностью поля в трубках. Закон дисперсии электронов в присутствии магнитного поля параллельного оси нанотрубки есть [9]:

$$\varepsilon_s(k_x, k_y, H) = \pm \gamma \sqrt{1 + 4 \cos\left(ap_z \frac{3ak_z}{2}\right) \cos\left(\frac{\sqrt{3}ak_x}{2}\right) + 4 \cos^2\left(\frac{\sqrt{3}ak_x}{2}\right)}, \quad (2)$$

где  $a = 1.4 \text{ \AA}$ ,  $k_z$  — волновой вектор вдоль оси трубки,  $k_x = \frac{2\pi}{\sqrt{3}aM_0} \left(s + \frac{\Phi}{\Phi_0}\right)$ ,  $\Phi$  — магнитный поток через поперечное сечение трубки,  $\Phi_0 = \frac{\hbar A}{5}$ ,  $s = 1, 2, \dots, M_0$ ,  $M_0$  — количество гексагонов по периметру нанотрубки. Возникновение тока в металлической углеродной нанотрубке обязано своим появлением электронам, которые описываются законом дисперсии для «ветки», пересекающей уровень Ферми. Ток, рассматриваемый нами, баллистический, т. е. текущий на временах много меньших, чем времена релаксации электронов.

Будем описывать электромагнитное поле импульса на основании уравнений Максвелла, в калибровке Кулона [15]  $\mathbf{E} = -\partial\mathbf{A}/c\partial t$ :

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial C^2} - \frac{n^2(x, y)}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} = 0, \quad (3)$$

где  $\mathbf{E}$  — электрическое поле световой волны,  $\mathbf{j}$  — плотность электрического тока, обязанного своему появлению воздействию электрического поля импульса на электроны в зоне проводимости углеродных нанотрубок,  $t$  — время,  $c$  — скорость света в среде. В (3) введен коэффициент  $n(x, y)$ , который задает пространственное изменение показателя преломления.

Выражение для плотности тока представлено в виде:

$$j = e \sum_{ps} v_s(p - \frac{e}{c} A(t)) \langle a_{ps}^+ a_{ps} \rangle, \quad (4)$$

в котором  $v_s(p) = \partial\varepsilon_s(p)/\partial p$ , и угловые скобки означают усреднение с неравновесной матрицей плотности  $\rho(t)$ :  $\langle B \rangle = Sp(B(0)\rho(t))$ . Учитывая, что из уравнений движения для матрицы плотности получаем, что  $\langle a_{ps}^+ a_{ps} \rangle = \langle a_{ps}^+ a_{ps} \rangle_0$ , где  $\langle B \rangle_0 = Sp(B(0)\rho(0))$ .

После разложения  $v_s(p)$  в ряд Фурье и выполнив суммирование по  $s$  и  $p$  получим:

$$j = -en_0 \sum_k B_k \sin\left(\frac{ke}{c} A(t)\right),$$

$$B_k = \sum_{s=1}^m \int_{-\pi/a}^{\pi/a} dp A_{ks} \cos(kp) \frac{\exp(-\beta\varepsilon_s(p))}{1 + \exp(-\beta\varepsilon_s(p))},$$

где  $n_0$  — концентрация равновесных электронов в углеродных нанотрубках,  $\beta = 1/kT$ .  $A_{ks} = \int_{-\pi/a}^{\pi/a} v_s(p) \sin(kp) dp$  — убывающие с ростом  $k$  коэффициенты разложения.

Окончательное безразмерное уравнение может быть приведено к виду:

$$\frac{\partial^2 B}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 B}{\partial y^2} - n(x, y) \sin(B) + \sum_{k=2}^{\infty} B_k n(x, y) \sin(kB) = 0. \quad (5)$$

Отметим, что уравнение (5), является обобщением широко известного уравнения Синус–Гордона.

При решении задачи мы пренебрегаем дифракционным расплыванием лазерного пучка в направлении вдоль оси УНТ. Также и не учитывается электрическое поле подложки. В рамках модели используемой нами, не учитываются межзонные переходы, это ограничивает частоту лазерных импульсов, которая лежит в ближней инфракрасной области. Отметим, что поскольку типичный размер УНТ и расстояние между ними много меньше чем типичный размер пространственной области, в которой локализован предельно короткий импульс, можно использовать приближение сплошной среды и считать ток распределенным по объему.

## 2. ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ

Исследуемое уравнение (5) решалось численно, при помощи прямой конечно–разностной схемы типа крест [16]. Шаги по времени и координате определялись из стандартных условий устойчивости,

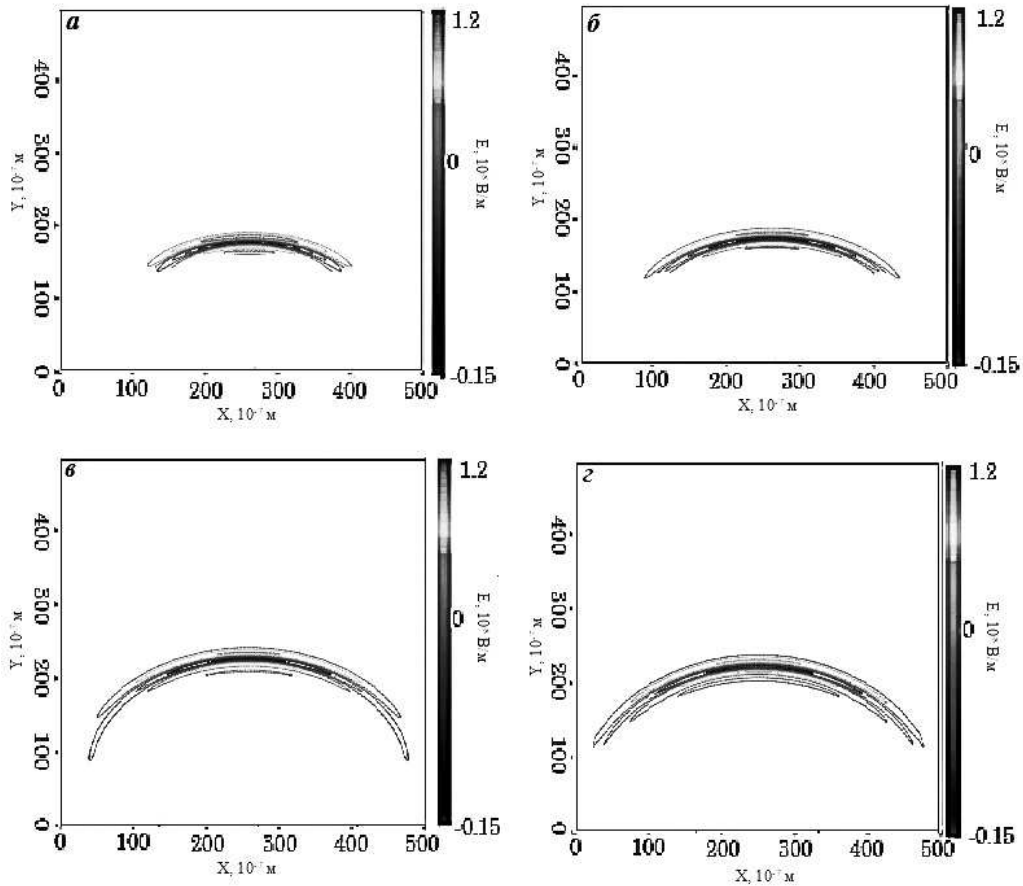


Рис. 1: Распространение световой пули в неоднородной среде УНТ в присутствии магнитного поля ( $\sim 10^8$  В/м) (период решетки  $\chi = 2.5$  мкм, глубина модуляции  $\alpha = 0.1$ ) в различные моменты времени: *a* —  $4 \times 10^{-12}$  с, *б* —  $6 \times 10^{-12}$  с, *в* —  $8 \times 10^{-12}$  с, *г* —  $10 \times 10^{-12}$  с. По осям отложены относительные единицы координат и электрического поля

и уменьшались до тех пор, пока решение не изменилось в восьмом значащем знаке. Начальное усло-

вие для вектор-потенциала световой пули выбиралось в гауссовой форме:

$$A(x, y, 0) = Q \exp\left(\left(-\frac{(x-x_0)^2}{\gamma_x}\right)\left(-\frac{(y-y_0)^2}{\gamma_y}\right)\right),$$

$$\frac{dA(x, y, 0)}{dt'} = \frac{2Qvx}{\gamma_x^2} \exp\left(-\frac{(x-x_0)^2}{\gamma_x}\right) \exp\left(-\frac{(y-y_0)^2}{\gamma_y}\right) \Big|_{t'=0}.$$

Здесь  $Q$  — амплитуда импульса;  $\gamma_x, \gamma_y$  — ширины импульса в направлении  $x$  и  $y$  соответственно,  $v$  — начальная скорость импульса.

Как показали результаты численных расчетов, распространение двумерной световой пули в присутствии магнитного поля является устойчивым и получившиеся эволюция представлена на рис. 1.

Как видно из приведенных зависимостей решение для двумерной световой пули в неоднородной нелинейной среде с углеродными нанотрубками в присутствии постоянного магнитного поля остается локализованным, но меняет, вследствие дисперсионных эффектов, свою пространственную структуру. Одновременное влияние нелинейности среды и дисперсионных эффектов приводят к образованию сложной структу-

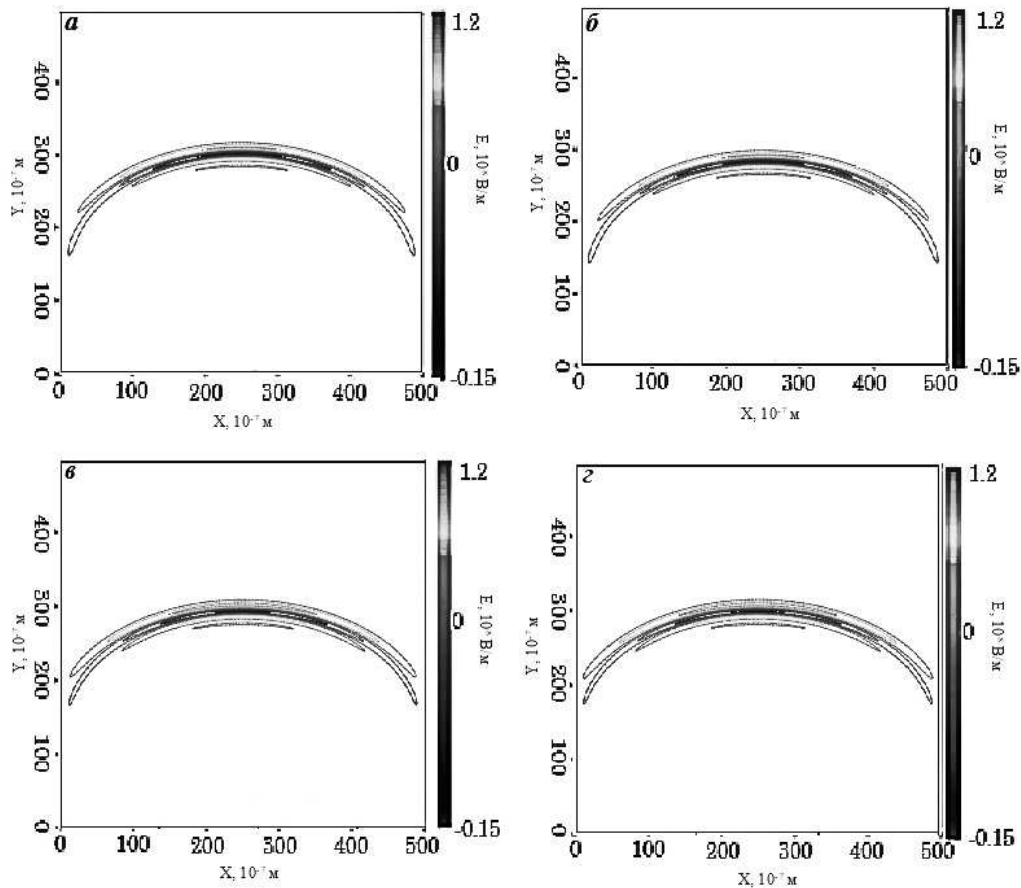


Рис. 2: Распространение световой пули в неоднородной среде УНТ в присутствии магнитного поля в фиксированный момент времени  $10 \times 10^{-12}$  с, с различными периодами неоднородности среды  $\chi$ : а — 1,25 мкм, б — 2,5 мкм, в — 5 мкм, г — 7,5 мкм. По осям отложены относительные единицы координат и электрического поля

ры на заднем фронте импульса, которая остается локализованной в ограниченной пространственной области. Влияние магнитного поля приводит лишь к изменению пространственной структуры световой пули, поскольку изменяется закон дисперсии электронов.

Результаты численного моделирования в зависимости от периода неоднородности  $\chi$  представлены на рис. 2. Как и следовало ожидать, при увеличении периода решетки предельно короткий импульс распространяется быстрее.

Следующий результат касается зависимости формы и скорости предельно коротких импульсов от величины внешнего магнитного поля  $\Phi$  и представлен на рис. 3.

Как можно заметить увеличение величины внешнего магнитного поля  $\Phi$  приводит к замедлению импульса (по причинам, описанным выше) и также приводит к изменению его формы вследствие сильной интерференции. Полученные результаты, также могут помочь предсказать величину уширения импульса при его замедлении при помощи нелинейных решеток в средах, содержащих углеродные нанотрубки.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Из проведенного исследования можно сделать следующие выводы:

1. Распространение двумерного предельно короткого оптического импульса (световой пули) устойчиво в неоднородной среде с углеродными нанотрубками, в присутствии внешнего магнитного поля параллельного оси нанотрубки.
2. Увеличение периода неоднородности среды с УНТ влияет на скорость распространения световой пули, увеличивая ее. Таким образом, существует возможность контролировать скорость импульса, меняя параметры неоднородной среды, что важно для решения прикладных задач оптики.
3. Влияние внешнего магнитного поля сводится к изменению пространственной структуры двумерной световой пули, вследствие изменения закона дисперсии электронов.

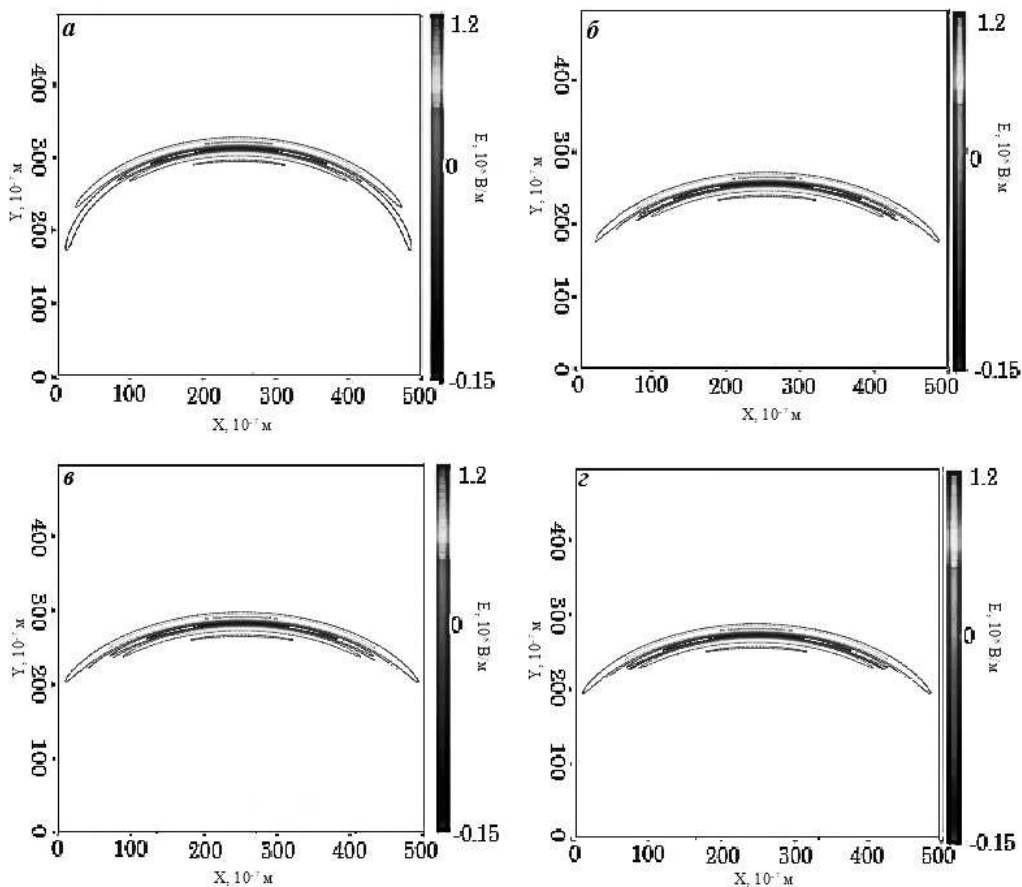


Рис. 3: Распространение световой пули в неоднородной среде УНТ (период решетки  $\chi = 5$  мкм.) в фиксированный момент времени с различной величиной внешнего магнитного поля  $\Phi$ : а –  $3 \times 10^{-8}$ , б –  $5 \times 10^{-8}$ , в –  $10 \times 10^{-8}$ , г –  $15 \times 10^{-8}$ . По осям отложены относительные единицы координат и электрического поля

Работа выполнена в рамках реализации гранта Президента РФ МК-1735.2017.8

- [1] Kaplan A. E., Shkolnikov P. L. Phys. Rev. Lett. 1995. **75**. P. 2316.
- [2] Casperson L. W. Phys. Rev. A. 1998. **57**. P. 609.
- [3] Brabec T., Krausz F. Rev. Mod. Phys. 2000. **72**. P. 545.
- [4] Schafer T., Wyane C. E. Phys. D. 2004. **196**. P. 90.
- [5] Kazantseva E. V., Maimistov A. I., Malomed B. A. Opt. Commun. 2001. **188**. P. 195.
- [6] Kurizki G., Kozhekin A., Opatrny T., Malomed B. Progress in Optics. E. Wolf, ed. Elsevier, North-Holland. 2001. **42**. P. 93.
- [7] Saito R., Dresselhaus M. S., Dresselhaus G. Physical properties of carbon nanotubes. London: Imperial College Press, 1999.
- [8] Reich S., Thomsen C., Maultzsch J. Carbon nanotubes. Basic concepts and physical properties. Berlin: Wiley-VCH Verlag, 2003.
- [9] Harris P. J. F. Carbon nanotubes and related structures: New materials for the 21st century. Cambridge: Cambridge University Press, 2009.
- [10] Pavani S. R. P., Greengard A., Piestun R. Appl. Phys. Lett. 2009. **95**. P. 021103.
- [11] Spektor A. N. B., Shamir J. Appl. Opt. 2008. **47**. P. A78.
- [12] Bozinovic N., Yue Ya., Ren Yo., Tur M., Kristensen P., Huang H., Willner A. E., Ramachandran S. Science. 2013. **340**. P. 1545.
- [13] Abramochkin E., Kotova S., Korobtsov A., Losevsky N., Mayorova A., Rakhmatulin M., Volostnikov V. Las. Phys. 2006. **16**. P. 842.
- [14] Belonenko M. B., Dvuzhilov I. S., Nevzorova Yu. V., Galkina E. N. Mod. Phys. Lett. B. 2016. **30**. P. 1650345.
- [15] Landau L. D., Lifshits E. M. Field theory (in Russian). Fizmatlit., Moscow, 1988.
- [16] Бахвалов Н. С. Численные методы (анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения). М.: Наука, 1975.

## Influence of magnetic field on two–dimensional light bullets in heterogeneous medium of carbon nanotubes

I. S. Dvuzhilov<sup>1,a</sup>, Yu. V. Dvuzhilova<sup>1,b</sup>, M. B. Belonenko<sup>1,2,c</sup>

<sup>1</sup>Volgograd State University. Volgograd 400062, Russia

<sup>2</sup>Volgograd Institute of Business. Volgograd 400010, Russia

E-mail: <sup>a</sup>dvuzhilov.ilya@volsu.ru, <sup>b</sup>nevzorkina@yandex.ru, <sup>c</sup>mbelonenko@yandex.ru

Theoretical investigation of two-dimensional few-cycle optical pulse (light bullet) dynamics in heterogeneous medium of carbon nanotubes in the presence of an external constant magnetic field parallel to the axis of nanotubes. Electromagnetic field of pulse describes classically, on basis of Maxwell equation, and carbon nanotubes give dispersion law for electrons, which interacting with pulse. The dispersion law is written in the close-coupling approximation of the analysis of the dynamics  $\pi$ -electrons, which interact with the electromagnetic field of extremely short pulse. The initial condition for the vector potential of the electric field of an extremely short optical pulse is chosen in the Gaussian form. The time and coordinate steps were determined from the standard stability conditions and sequentially halved until the solution changed in the eight decimal sign. As shown by the results of numerical calculations, the propagation of two-dimensional extremely short optical pulse in the presence of the magnetic field is stable, and also able to establish the impact of the period of the inhomogeneity of the medium on the velocity of propagation of extremely short optical pulse, namely, by increasing the lattice period is extremely short optical pulse is spreading most rapidly.

PACS: 72.20.Ht, 42.65.Re

*Keywords:* light bullets, heterogeneous medium, magnetic field, carbon nanotube.

*Received 30 August 2017.*

### Сведения об авторах

1. Двужиллов Илья Сергеевич — аспирант, ассистент; e-mail: dvuzhilov.ilya@volsu.ru.
  2. Двужилова Юлия Владимировна — канд. физ.-мат. наук, ст. преподаватель; e-mail: nevzorkina@yandex.ru.
  3. Белоненко Михаил Борисович — доктор физ.-мат. наук, профессор, профессор; e-mail: mbelonenko@yandex.ru.
-