

Технология расчета вибраций и звукоизлучения конструкций морских сооружений

Е. А. Завгородний*

Крыловский государственный научный центр. Россия,
196158, Санкт-Петербург, Московское шоссе, д. 44

(Статья поступила 11.07.2017; Подписана в печать 19.09.2017)

Показана возможность точного решения задач вибраций и звукоизлучения конструкций бесконечных пластин, соединенных круговыми инерционными связями, в акустических средах с использованием одномерных преобразований Бесселя. Выявлена роль резонансов участков пластин на звуковые и вибрационные поля конструкции. Результаты могут быть использованы при проектировании конструкций судов и морских сооружений.

PACS: 43.30+m

УДК: 534.16

Ключевые слова: звукоизлучение, вибрация пластин, преобразование Бесселя, инерционные связи.

ВВЕДЕНИЕ

В современных условиях быстрого развития вычислительной техники и расчетных методов при определении различных параметров технических конструкций возникают сложности со сходимостью результатов вычислений и их анализом. В связи с этим использование классических методов расчета конструкций с использованием методов математической физики может оказать полезное для получения решений, позволяющих получить качественные инженерные решения, несмотря на кажущуюся упрощенность рассматриваемых моделей.

Представление соединения пластин круговыми концентрическими связями позволяет описать распространение волн по пластинам в одномерном виде и получить точное решение задач вибраций и звукоизлучения системы пластин, позволяющее проводить качественный анализ поведения конструкций в комбинации различных жидкостей.

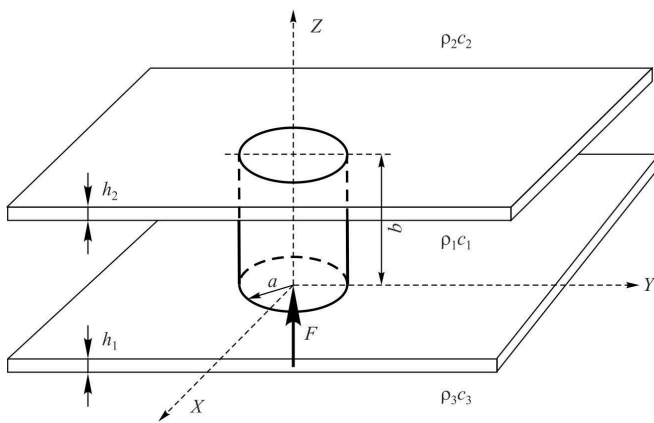


Рис. 1: Схематичное изображение системы колец со связью

Рассмотрим систему двух бесконечных пластин толщиной h_1 и h_2 , плотностью ρm , разделяющих три аку-

стические жидкости с плотностями $\rho m, \rho_2, \rho_3$ и скоростями звука c_1, c_2, c_3 , возбуждаемую гармонической силой F , частотой ω приложенной в центре координат. Пластины соединены рядом круговых звукопрозрачных инерционных концентрических связей (см. рис. 1).

Система уравнений движения пластин с одним кольцом имеет вид:

$$\begin{cases} \Delta \Delta V_1(r) - k_{12}^4 V_1(r) = \frac{1}{1} [F\delta(r)/2\pi - N\delta(r-a) - \\ - P_1(r, z=0) + P_3(r, z=0)], \\ \Delta \Delta V_2(r) - k_{22}^4 V_2(r) = \\ = \frac{1}{2} [N\delta(r-a) + P_1(r, z=b) - P_2(r, z=b)], \end{cases} \quad (1)$$

где $V_1(r), V_2(r)$ — нормальные смещения пластин 1 и 2; $P_1(r, z)$ — звуковое давление в пространстве между пластинами; $P_2(r, z)$ — звуковое давление снаружи пластины 2; $P_3(r, z)$ — звуковое давление снаружи пластины 1; $\delta(r-a), \delta(r)$ — дельта-функция Дирака; $B_1 = h_1^3/12, B_2 = h_2^3/12$ — погонные моменты инерции; k_{12}, k_{22} — волновые числа; N — сила взаимодействия пластин по связи.

Условия неразрывности на поверхностях пластин имеют вид

$$\begin{aligned} V_1 &= -\frac{1}{\omega^2 \rho_3} \cdot \frac{dP_3(r, z=0)}{dz}, \\ V_1 &= -\frac{1}{\omega^2 \rho_1} \cdot \frac{dP_1(r, z=0)}{dz}, \\ V_2 &= -\frac{1}{\omega^2 \rho_1} \cdot \frac{dP_1(r, z=b)}{dz}, \\ V_2 &= -\frac{1}{\omega^2 \rho_2} \cdot \frac{dP_2(r, z=b)}{dz}. \end{aligned} \quad (2)$$

Для решения воспользуемся бесконечным преобразованием Ханкеля для нормальных смещений пластин и дельта-функций.

Функции, описывающие звуковые давления, должны удовлетворять волновым уравнениям для жидких сред внутри и снаружи рассматриваемых конструкций, а также условиям излучения и могут быть записаны в виде уходящих вдоль оси Z , волн с учетом преобра-

*E-mail: krylov6@krylov.spb.ru

зований Бесселя по координате r .

$$\begin{aligned} P_1(r, z) &= \int_{-\infty}^{\infty} [P_{11}^-(\lambda)e^{i\alpha_1 z} + P_{12}^-(\lambda)5^{i\alpha_1 z}] J_0(\alpha\lambda)\lambda d\lambda, \\ P_2(r, z) &= \int_{-\infty}^{\infty} [P_2^-(\lambda)e^{i\alpha_2(z-b)}] J_0(\alpha\lambda)\lambda d\lambda, \\ P_3(r, z) &= \int_{-\infty}^{\infty} [P_3^-(\lambda)e^{i\alpha_3(z-b)}] J_0(\alpha\lambda)\lambda d\lambda, \end{aligned} \quad (3)$$

где $P_{11}^-(\lambda)$, $P_{12}^-(\lambda)$, $P_2^-(\lambda)$, $P_3^-(\lambda)$ — обратные преобразование Ханкеля излучения пластиной 1 в среду 1,

2, 3, соответственно;

$$\alpha_1 = \sqrt{k_1^2 - \alpha^2}; \quad \alpha_2 = \sqrt{k_2^2 - \alpha^2}; \quad \alpha_3 = \sqrt{k_3^2 - \alpha^2};$$

$k_1 = \omega/c_1$; $k_2 = \omega/c_2$; $k_3 = \omega/c_3$ — волновые числа в средах, такие, что

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}(\alpha_1) \geq 0; \quad \operatorname{Re}(\alpha_2) \geq 0; \quad \operatorname{Re}(\alpha_3) \geq 0; \\ \operatorname{Im}(\alpha_1) \leq 0; \quad \operatorname{Im}(\alpha_2) \leq 0; \quad \operatorname{Im}(\alpha_3) \leq 0. \end{aligned}$$

Подставляя значения (3) в (1) через преобразование выражений для смещений пластин, приходим к системе уравнений движения пластин (1) в виде:

$$\begin{cases} \left\{ \alpha^4 - k_{1b}^4 + i \frac{\omega}{B_1} \left[\frac{\rho_3}{\alpha_3} + \frac{\rho_1}{\alpha_1} \operatorname{ctg}(\alpha_1 b) \right] \right\} v_1^-(\lambda) - \frac{\omega^2 \rho_1}{\alpha_1 B_1 \sin(\alpha_1 b)} v_2^-(\lambda) = \frac{1}{B_1} \left[\frac{F}{2\pi} a - Na J_0(\lambda a) \right], \\ - \frac{\omega^2 \rho_1}{\alpha_1 B_2 \sin(\alpha_1 b)} v_1^-(\lambda) + \left\{ \lambda^4 - k_{2b}^4 + i \frac{\omega}{B_2} \left[\frac{\rho_2}{\alpha_2} + \frac{\rho_1}{\alpha_1} \operatorname{ctg}(\alpha_1 b) \right] \right\} v_2^-(\lambda) = \frac{1}{B_2} Na J_0(\lambda a), \end{cases} \quad (4)$$

решением которой будут:

$$\begin{aligned} v_1(r) &= \int_0^{\infty} \frac{\frac{F}{2\pi B_1} A(\lambda) - Na J_0(\lambda a) \left[\frac{A(\lambda)}{B_1} + \frac{D(\lambda)}{B_2} \right]}{\Delta(\lambda)} J_0(\lambda r) \lambda d\lambda, \\ v_2(r) &= \int_0^{\infty} \frac{Na J_0(\lambda a) \left[\frac{B(\lambda)}{B_2} + \frac{C(\lambda)}{B_1} \right] - \frac{F}{2\pi B_1} C(\lambda)}{\Delta(\lambda)} J_0(\lambda r) \lambda d\lambda, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} A(\lambda) &= \lambda^4 - k_{2b}^4 - \frac{\omega^2}{i B_2} \left[\frac{\rho_2}{\alpha_2} + \frac{\rho_1}{\alpha_1} \operatorname{ctg}(\alpha_1 b) \right]; \\ B(\lambda) &= \lambda^4 - k_{1b}^4 - \frac{\omega^2}{i B_1} \left[\frac{\rho_3}{\alpha_3} + \frac{\rho_1}{\alpha_1} \operatorname{ctg}(\alpha_1 b) \right]; \\ C(\lambda) &= \frac{\omega^2 \rho_1}{\alpha_1 B_1 \sin(\alpha_1 b)}; \\ D(\lambda) &= \frac{\omega^2 \rho_1}{\alpha_1 B_2 \sin(\alpha_1 b)}; \\ \Delta(\lambda) &= A(\lambda)B(\lambda) - C(\lambda)D(\lambda). \end{aligned}$$

На низких частотах, таких, что $k_{np} \leq 1$, где k_{np} — волновое число продольных колебаний в конструкционной связи, выполняется условие:

$$v_1(a) = v_2(a). \quad (5)$$

Удовлетворяя условию (5) можно получить соотношение между возмущающей силой и силой взаимодей-

ствия пластин по связи.

$$\frac{2\pi a N}{F} = \frac{\int_0^{\infty} \frac{A(\lambda) + C(\lambda)}{\Delta(\lambda)} J_0(\lambda a) d\lambda}{\int_0^{\infty} \frac{\left\{ \frac{B_1}{B_2} [B(\lambda) + D(\lambda)] + A(\lambda) + C(\lambda) \right\}}{\Delta(\lambda)} J_0^2(\lambda a) d\lambda}. \quad (6)$$

Проведенные расчеты показывают, что указывает на определяющую роль участков пластин внутри кольца на формирование резонансных явлений (рис. 2–3).

Необходимо отметить, что резонансные усиления сил взаимодействия весьма незначительны и имеют величину не более 2–4 дБ. Это объясняется, прежде всего, слабым отражением вибрационной энергии от линии соединения пластин со связью за счет пренебрежения изгибными моментами по линии соединения и распространением энергии по бесконечным пластинам и средам.

Представляет определенный интерес определить влияние инерционности концентрической связи на величину сил раскомпенсации. В этом случае система

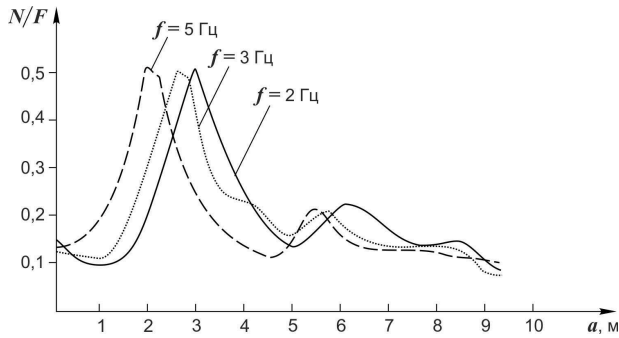


Рис. 2: Силы взаимодействия пластин при изменении размера связи

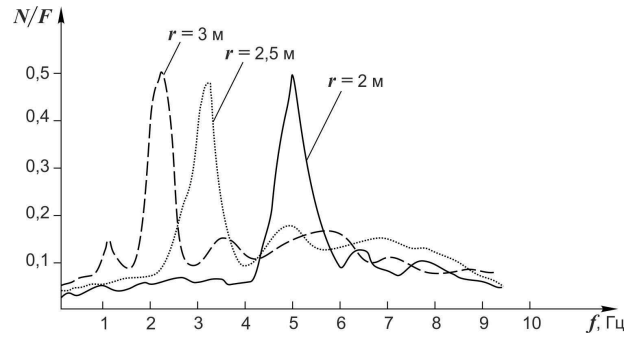


Рис. 3: Силы взаимодействия пластин при изменении частоты возбуждения

уравнений (1) примет вид

$$\begin{cases} \Delta \Delta V_1(r) - K_{12}^4 V_1 = \frac{1}{1} [F\delta(r)/2\pi - N_1\delta(r - a) - P_1(r, z = 0) + P_3(r, z = 0)] \\ \Delta \Delta V_2(r) - K_{22}^4 V_2 = \frac{1}{2} [N_2\delta(r - a) + P_1(r, z = b) - P_2(r, z = b)] \end{cases}, \quad (7)$$

где N_1, N_2 — силы взаимодействия пластин 1 и 2 по связи.

Соотношение между силами взаимодействия N_1, N_2 может быть записано в виде

$$N_1 - N_2 = \rho_m h_3 b \omega^2 v(a), \quad (8)$$

где h_3 — толщина кольцевой связи; ρ_m — плотность материала кольца.

На низких частотах выполняется условие (5). После довольно громоздких преобразований, решая систему уравнений (7), с учетом и соотношения (8), получим для силы N_2

$$\frac{2\pi a N_2}{F} = \frac{S(\lambda) + T(\lambda)}{G(\lambda) + L(\lambda)}, \quad (9)$$

где

$$G(\lambda) = \int_0^\infty \frac{\frac{A(\lambda)+C(\lambda)}{B_1} + \frac{D(\lambda)+B(\lambda)}{B_2}}{\Delta(\lambda)} J_0^2(\lambda a) \lambda d\lambda;$$

$$S(\lambda) = \frac{1}{B_1} \int_0^\infty \frac{A(\lambda) + C(\lambda)}{\Delta(\lambda)} J_0(\lambda a) \lambda d\lambda;$$

$$L(\lambda) = m\omega^2 \int_0^\infty \frac{\frac{A(\lambda)}{B_1} - \frac{D(\lambda)}{B_2}}{\Delta(\lambda)} J_0^2(\lambda) \lambda d\lambda \times \int_0^\infty \frac{\frac{B(\lambda)}{B_1} + \frac{C(\lambda)}{B_2}}{\Delta(\lambda)} J_0^2(\lambda) \lambda d(\lambda);$$

$$T(\lambda) = m\omega^2 \int_0^\infty \frac{\frac{A(\lambda)}{B_1} - \frac{D(\lambda)}{B_2}}{\Delta(\lambda)} J_0(\lambda) \lambda d\lambda \times \int_0^\infty \frac{C(\lambda)}{\Delta(\lambda)} J_0(\lambda) \lambda d(\lambda);$$

$m = \rho_m h_3 b$ — погонная масса кольца.

Вычисления, выполненные в соответствии с выражением (9), при указанных выше численных значениях, показывают, что величина массы (толщины) кольца определенным образом сказывается на раскомпенсации сил взаимодействия (рис. 4).

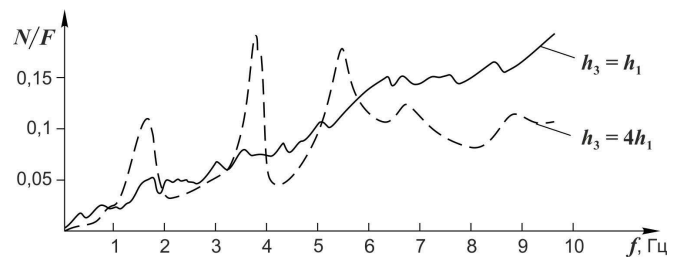


Рис. 4: Силы взаимодействия пластин для различных инерционных параметров связи

Данная задача может быть решена в той же постановке и для системы колец с радиусами r_1, r_2, \dots, r_n . В связи с громоздкостью представления данной системы уравнений и аналогичными преобразованиями указанное решение не приводится.

Интеграл, описывающий звуковое давление P бесконечной пластины с круговым ребром, возбуждаемой сосредоточенной силой, приложенной в начале координат, вычисленный методом стационарной фазы для достаточно удаленных точек, равен:

$$P = P_0 \left[1 - \frac{2\pi a N}{F} J_0(ka \sin \theta) + \frac{2\pi M}{F} J_1(ka \sin \theta) \right], \quad (10)$$

где P_0 — звуковое давление, излучаемое пластиной при отсутствии ребер; θ — угол между осью z (нормаль) и направлением из начала координат в точку наблюдения; M — погонный момент взаимодействия ребра и пластины; $J_0(\cdot)$, $J_1(\cdot)$ — функции Бесселя нулевого и первого порядка.

В связи с малой излучательной способностью момен-

та по сравнению с силой излучением момента обычно пренебрегают.

На низких частотах таких, что $ka \leq 1$ и $k/k_b \leq 1$, где k_b волновое число изгибных волн в пластине, выражение (10) упрощается до

$$P = \frac{ike^{ikR} \cos \theta}{4\pi R} (F - 2\pi a N). \quad (11)$$

Таким образом «сквозное решение» задачи звукоизлучения системы пластин может быть получено подставкой соотношения (6), определяющего возмущающие силы, в выражение (11) и вычислением его для дальнего поля методом стационарной фазы.

В общем виде звукоизлучение системы будет

$$P = \frac{ike^{ikR} \cos \theta}{4\pi R} \cdot F \left\{ 1 - \frac{\int_0^\infty \frac{A(\lambda)+C(\lambda)}{\Delta(\lambda)} J_0(\lambda a) d\lambda}{\int_0^\infty \frac{\left\{ \frac{B_1}{B_2} [B(\lambda)+D(\lambda)] + A(\lambda)+C(\lambda) \right\}}{\Delta(\lambda)} J_0^2(\lambda a) d\lambda} \right\}. \quad (12)$$

Аналогичным образом может быть решена задача звукоизлучения системы с учетом инерционности кольца и наличия системы концентрических колец.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Получено «сквозное» решение задач вибрации и излучения системы пластин, соединенных связями, позволяющее качественно оценить влияние отдельных параметров системы, таких, как жесткость и плотность

пластин и связей, характеристики различных жидкостей, в том числе отсутствие какой-либо жидкостей, аппроксимируя вакуум, соприкасающихся с системой.

2. Анализ результатов показывает наличие ограниченных по амплитуде резонансных явлений элементов пластин, в пределах круговых связей, вызывающих повышенное звукоизлучение. Ограниченность резонансов обусловлена потерями на излучение в окружающую среду, бесконечностью пластин и пренебрежением изгибных моментов на линиях соприкосновения пластин и связей.

Technology for estimation of vibration and sound radiation of marine structures

E. A. Zavgornii

Krylov State Research Centre. St. Petersburg, 196158 Russia

E-mail: krylov6@krylov.spb.ru

The exact analytical solution obtained by the methods of mathematic physics is suggested for the problems in vibration and acoustic radiation of joined plate systems approximating structures of marine platforms for the analysis of their environment friendliness and habitability.

It is theoretically proven that there is a possibility of limited amplitude resonance vibrations of plate parts within plate joints and, therefore, increased acoustic radiation of the system at these frequencies.

PACS: 43.30+m

Keywords: sound emission, plate vibration, Bessel transformation, inertial links.

Received 11 July 2017.

Сведения об авторе

Завгородний Евгений Анатольевич — доктор техн. наук, нач. сектора отделения судовой и промышленной акустики; e-mail: krylov6@krylov.spb.ru.