Теоретический анализ крутящего момента, оказываемого закрученным ультразвуковым пучком на расположенный в жидкости поглотитель

М.Е. Терзи,* С.А. Цысарь,[†] П.В. Юлдашев,[‡] О.А. Сапожников[§]

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, физический факультет, кафедра акустики Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д.1, стр. 2

(Статья поступила 12.09.2017; Подписана в печать 20.09.2019)

Волны любой природы переносят энергию и количество движения. При определенных конфигурациях волновых пучков возможен также перенос углового момента; такие пучки называются «закрученными». В настоящей работе исследуется способность закрученного акустического пучка мегагерцового диапазона вращать поглотитель большого размера (диаметром в несколько десятков длин волн) в жидкости. Закрученный пучок формировался в воде пропусканием ультразвукового излучения от фокусирующего пьезокерамического источника через неоднородную по толщине 12-секторную фазовую пластину из оргстекла. Пучок распространялся вертикально вверх и направлялся на акустический поглотитель в виде цилиндра диаметром 10 см и высотой 3 см, изготовленного из силиконовой резины. Поглотитель был свободно подвешен на тонкой упругой нити. Продемонстрировано, что при облучении поглотителя он приводится во вращение. С помощью сканирования акустического поля в поперечной плоскости миниатюрным гидрофоном находились двумерные распределения амплитуды и фазы волны, и на их основе рассчитывался приложенный к поглотителю момент радиационной силы пучка. Результаты расчетов находятся в согласии с проведёнными наблюдениями.

РАСS: 43.40.Rj УДК: 534-143 Ключевые слова: ультразвук, радиационная сила, закрученный пучок, момент силы, интеграл Рэлея, акустическая голография.

введение

Способность оптического излучения с циркулярной поляризацией переносить угловой момент была описана теоретически и подтверждена экспериментально ещё в начале прошлого века [1, 2]. Оптические пучки с фазовым фронтом в виде винтообразной поверхности (фаза $\sim e^{il\varphi}$, где φ — полярный угол, а l — целое число, называемое орбитальным числом или «топологическим зарядом») переносят угловой момент $L \sim l$. Такие пучки получили название «закрученных». В работе [3] был описан способ получения таких пучков и предложен метод измерения переносимого ими момента путем передачи его механической системе. Позже в работах [4-6] продемонстрирована возможность передачи крутящего момента от закрученного неполяризованного оптического пучка молекулам и частицам размером в 1-2 мкм.

Для переноса волной момента импульса достаточно наличие в выражении для её комплексной амплитуды множителя $\sim e^{il\varphi}$, т.е. свойство «закрученности» не связано с природой излучения. Базируясь на этом общем свойстве, вслед за работами по оптике стали исследоваться возможности получения закрученных волновых пучков другой природы, например, закрученных электронов [7]. Для акустики важной является статья [8], в которой проведено сравнение свойств закрученных оптических и акустических пучков и показано их сходство. Исследование закрученных пучков в акустике представляет особый интерес в связи с тем, что для акустических волн закрученность проявляются гораздо сильнее благодаря намного более низкой частоте акустических волн по сравнению с оптическими [9– 12].

Момент, переносимый волной, может измеряться разными способами. Прямое измерение основано на измерении момента сил, действующего на облучаемую закрученным пучком механическую систему [13–15]. В настоящей работе в качестве такой механической системы выступает акустический поглотитель, свободно подвешенный на нити. Для теоретического расчёта возникающего силового момента передаваемый поглотителю момент импульса находится как интеграл по поверхности поглотителя от плотности потока момента. Необходимые для расчёта характеристики волнового поля, а именно акустическое давление и компоненты вектора колебательной скорости, находятся экспериментально методом акустической голографии [16].

1. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА ПО НАБЛЮДЕНИЮ ВРАЩЕНИЯ ПОГЛОТИТЕЛЯ ЗАКРУЧЕННЫМ УЛЬТРАЗВУКОВЫМ ПУЧКОМ

Схема экспериментальной установки показана на рис. 1. С генератора поступала последовательность квазигармонических электрических импульсов. Закрученный ультразвуковой пучок частоты $f = 1.092 \, M \Gamma$ ц, направленный вертикально вверх, создавался с по-

^{*}E-mail: me.terzi@physics.msu.ru

[†]E-mail: sergeyt@physics.msu.ru

[‡]E-mail: petr@acs366.phys.msu.ru

[§]E-mail: oleg@acs366.phys.msu.ru

мощью вогнутого пьезокерамического преобразователя диаметром 100 мм, сфокусированного на расстояние 100 мм. Он помещался на дно кюветы с водой вместе с прикреплённой к его поверхности фазовой пластиной из оргстекла, выполненной в виде 12-секторного диска с кусочно-постоянной угловой зависимостью толщины, обеспечивающей дополнительный набег фазы для формирования закрученного пучка с топологическим зарядом l = 3.



Рис. 1: Схема эксперимента по наблюдению вращения поглотителя закрученным ультразвуковым пучком

Поглотитель в форме цилиндра диаметром 100 мм и высотой 30 мм, изготовленный из силиконовой резины RTV-2, подвешивался на длинной вертикальной нити так, чтобы его основание оказалось в фокальной плоскости излучателя или вблизи нее, а поглотитель при этом был полностью погружен в воду. В качестве нити использовалось оптическое волокно диаметром около 100 мкм. Под действием ультразвука поглотитель приобретал крутящий момент и приходил во вращение. Этот процесс регистрировался с помощью видеокамеры. Фотографии основных элементов экспериментальной установки приведены на рис. 2.

2. РАСЧЕТ КРУТЯЩЕГО МОМЕНТА, ПЕРЕДАННОГО ПОГЛОТИТЕЛЮ УЛЬТРАЗВУКОВЫМ ЗАКРУЧЕННЫМ ПУЧКОМ

Со стороны пучка гармонических волн на поглотитель действует радиационная сила, определяемая выражением для ее поверхностной плотности [17]:

$$\frac{dF}{d\Sigma} = \left(\frac{\rho|v|^2}{4} - \frac{|p|^2}{4\rho c^2}\right)n - \frac{\rho}{2}Re[v^*(v\cdot n)].$$

Здесь dF — радиационная сила, действующая на бесконечно малый элемент $d\Sigma$ фронтальной поверхности поглотителя Σ , ρ и c — плотность и скорость звука

в жидкости, v и p — комплексные амплитуды колебательной скорости и акустического давления на поверхности Σ , v^* — комплексно сопряженное значение амплитуды скорости, n = (0, 0, -1) — единичный вектор внешней нормали к поверхности поглотителя. На площадку $d\Sigma$ относительно начала координат действует момент силы $dM = r \times dF$, где r = (x, y, z) — радиусвектор. Для определенности будем считать, что начало координат расположено в центре выходной поверхности фазовой пластины. Полный крутящий момент, действующий на поглотитель, можно представить как $M = \int_{\Sigma} dM = \int_{\Sigma} r \times \frac{dF}{d\Sigma} d\Sigma$. Нас интересует только момент относительно оси подвеса, т.е. z-компонента вектора момента сил M:

$$M_z = \frac{\rho}{2} Re \left\{ \int_{\Sigma} d\Sigma \left(x v_y^* - y v_x^* \right) v_z \right\}.$$

Чтобы определить акустическое поле в плоскости поглотителя, используем интеграл Рэлея [16] в форме, позволяющей выразить давление в точке наблюдения через давление на источнике:

$$p(x, y, z) = \frac{z}{2\pi} \int_{\Sigma_1} p(x_1, y_1, 0) \left(\frac{-ik}{R^2} + \frac{1}{R^3}\right) e^{ikR} dx_1 dy_1,$$

 $k = \omega/c$ — волновое число, поверхность интегрирования Σ_1 — выходная поверхность фазовой пластины (плоскость z = 0), $R = \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + z^2}$ — расстояние между элементом интегрирования и точкой наблюдения (x, y, z), расположенной на поверхности поглотителя. Колебательная скорость находится из соотношения $v = \nabla p/(i\omega\rho)$, что дает соответствующие выражения для вычисления компонент комплексной амплитуды колебательной скорости:

$$v_x = \frac{z}{2\pi i \omega \rho} \int_{\Sigma_1} p\left(x_1, y_1, 0\right) \left(x - x_1\right) \times \left(\frac{k^2}{R^3} + \frac{3ik}{R^4} - \frac{3}{R^5}\right) e^{ikR} dx_1 dy_1,$$

$$v_{y} = \frac{z}{2\pi i \omega \rho} \int_{\Sigma_{1}} p(x_{1}, y_{1}, 0) (y - y_{1}) \times \left(\frac{k^{2}}{R^{3}} + \frac{3ik}{R^{4}} - \frac{3}{R^{5}}\right) e^{ikR} dx_{1} dy_{1},$$

$$v_{z} = \frac{1}{2\pi i \omega \rho} \int_{\Sigma_{1}} p(x_{1}, y_{1}, 0) \times \left[\frac{-ik}{R^{2}} + \frac{1}{R^{3}} + z^{2} \left(\frac{k^{2}}{R^{3}} + \frac{3ik}{R^{4}} - \frac{3}{R^{5}} \right) \right] e^{ikR} dx_{1} dy_{1}.$$

Расчет проводился в среде MATLAB. Распределение комплексной амплитуды акустического давления на

УЗФФ 2017



Рис. 2: Фотографии основных элементов экспериментальной установки: *а* — пьезопреобразователь; *б* — 12-секторная фазовая пластина; *в* — акустический поглотитель



Рис. 3: Поперечное распределение амплитуды и фазы акустического давления в фокальной плоскости закрученного ультразвукового пучка, полученного пропусканием излучения фокусированного поршневого излучателя через 12-секторную фазовую пластину

выходной поверхности фазовой пластины $p(x_1, y_1, 0)$ рассчитывалось на основе интеграла Рэлея в предположении поршневого характера колебаний поверхности ультразвукового источника и с учетом дополнительного сдвига фаз, вносимого фазовой пластиной. На рис. З в качестве примера показаны результаты расчета действительной амплитуды и фазы акустического давления. На распределении фазы отчетливо проявляется закрученность пучка.

Проведенные вычисления момента радиационных сил использовались для оценки временной зависимости угла поворота поглотителя. Теоретические и экспериментальные результаты качественно совпали. шим длины волны с помощью облучения закрученным ультразвуковым пучком. Переданный момент радиационной силы измерен динамическим методом. Проведено теоретическое исследование в среде MATLAB амплитудно-фазовых характеристик волнового поля в плоскости поглотителя, полученного пропусканием аксиально-симметричного пучка через многосекторную фазовую пластину с угловой зависимостью фазового сдвига.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе предложен способ передачи крутящего момента поглотителю диаметром много больРабота поддержана грантом РФФИ № 17-02-00261 и грантом Президента РФ по программе поддержки ведущих научных школ № НШ-7062.2016.2.

УЗФФ 2017

- [1] Poynting J. H. Proc. Royal Society A. 1909. 82. P. 560.
- [2] Beth R. A. Phys. Rev. 1936. 50. P. 115.
- [3] Allen L., Beijersbergen M. W., Spreeuw R. J. C., Woerdman J. P. Phys. Rev. A. 1992. **45**. P. 8185.
- [4] He H., Friese M. E. J., Heckenberg N. R., Rubinsztein-Dunlop H. Phys. Rev. Lett. 1995. 75. P. 826.
- [5] Babiker M., Bennett C. R., Andrews D. L., Romero L. C. D. Phys. Rev. Lett. 2002. 89, N14. P. 043601.
- [6] Скиданов Р.В., Хонина С.Н., Морозов А.А. Оптический журнал. 2013. **80**, № 10. С. 3.
- [7] McMorran B. J., Agrawal A., Anderson I. M., Herzing A. A., Lezec H. J., McClelland J. J., Unguris J. Science. 2011. 331, N 6014. P. 192.
- [8] Thomas J.L., Marchiano R. Phys. Rev. Lett. 2003. 91.
 P. 244302.
- [9] *Mitri F.G.* IEEE Int. Ultrasonic Symp. Proc. 2014. P. 1988.

- [10] Volke-Sepulveda K., Santillan A. O., Boullosa R. R. Phys. Rev. Lett. 2008. 100, N 024302. P. 1.
- [11] Zhang L., Marston P. Phys. Rev. E. 2011. 84, N 065601.
 P. 1.
- [12] Mitri F.G. IEEE UFFC Trans. 2014. P. 191.
- [13] Wunenburger R., Israel J., Lozano V., Brasselet E. New J.Phys. 2015. 17. P. 103022.
- [14] Skeldon K. D., Wilson C., Edgar M., Padgett M. J. New J. Phys. 2008. 10. P. 013018.
- [15] Anhauser A., Wunenburger R., Brasselet E. Phys. Rev. Lett. 2012. 109, N 034301. P. 1.
- [16] Sapozhnikov O.A., Tsysar S.A., Khokhlova V.A., Kreider W. JASA. 2015. 138, N 3. P. 1515.
- [17] Николаева А.В., Цысарь С.А., Сапожников О.А. Акуст. журн. 2016. **62**, № 1. С. 29.

Theoretical analysis of a torque exerted by the vortex ultrasonic beam on the absorber located in liquid

M. E. Terzi^a, S. A. Tsysar^b, P. V. Yuldashev^c, O. A. Sapozhnikov^d

Department of Acoustics, Physics Faculty, Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia E-mail: ^ame.terzi@ physics.msu.ru, ^bsergeyt@physics.msu.ru, ^cpetr@acs366.phys.msu.ru, ^doleg@acs366.phys.msu.ru

Waves of any nature carry energy and momentum. In certain configurations of wave beams, angular momentum transfer is also possible: the corresponding beams are called «vortex beams». In this paper, we study the ability of a vortex acoustic beam of the megahertz range to rotate a large-sized absorber (of several dozen wavelengths in diameter) in a liquid. The vortex beam was formed in water by passing ultrasonic radiation from a focusing piezoceramic source through a non-uniform in thickness 12-sector phase plate made from Plexiglas. The beam propagated vertically upward and was directed to an acoustic absorber in the form of a cylinder 10 cm in diameter and 3 cm in height made of silicone rubber. The absorber was freely suspended on a thin elastic thread. It is demonstrated that when the absorber is irradiated, it is rotated. By scanning the acoustic field in the transverse plane by a miniature hydrophone, two-dimensional distributions of the amplitude and phase of the wave were found, and on the basis of these calculations the moment of the radiation beam force applied to the absorber was calculated. The results of the calculations are in agreement with the observations.

PACS: 43.40.Rj.

Keywords: ultrasound, radiation force, vortex beam, torque, acoustical holography, Rayleigh integral. *Received 12 September 2017.*

Сведения об авторах

- 1. Терзи Марина Евгеньевна студентка; e-mail: me.terzi@physics.msu.ru.
- 2. Цысарь Сергей Алексеевич канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник; тел.: (495) 939-29-52, e-mail: sergeyt@physics.msu.ru.
- 3. Юлдашев Петр Викторович канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник; тел.: (495) 939-29-52, e-mail: petr@acs366.phys.msu.ru.
- 4. Сапожников Олег Анатольевич доктор физ.-мат. наук, профессор; тел.: (495) 939-29-52, e-mail: oleg@acs366.phys.msu.ru.