

## Распределение акустических полей обратных акустических волн по толщине пьезоэлектрической пластины

И. Е. Кузнецова,\* И. А. Недоспасов†

*Институт радиотехники и электроники имени В. А. Котельникова РАН*

*Россия, 125009, Москва, ул. Моховая, д. 11, корп. 7*

(Статья поступила 29.06.2017; Подписана в печать 12.09.2017)

Обратные акустические волны характеризуются противоположно направленными фазовой и групповой скоростью. В настоящее время характеристики этих волн хорошо изучены для непьезоэлектрических материалов. Что касается пьезоэлектрических пластин, то существуют работы, описывающие возможные механизмы возникновения этих волн, их характеристики при контакте с жидкостью. Однако исследования, посвященные вопросу влияния на акустические и электрические поля этих волн различных электрических граничных условий, отсутствуют. В данной работе исследовано влияние различных электрических граничных условий на распределение компонент механического смещения и электрического поля по толщине пластины. В результате проведенных исследований была обнаружена возможность управления глубиной проникновения и положением максимума смещения обратных волн в X-Y ниобата калия путем использования различных типов электрического закорачивания пластины. Полученные результаты могут быть полезны для разработки методов управления смещением частиц пьезоэлектрической среды при распространении обратных акустических волн.

PACS: 72.50.+b

УДК: 548:53+534.22

Ключевые слова: обратные акустические волны, электрические граничные условия, акустические поля, пьезоэлектрическая пластина.

### ВВЕДЕНИЕ

Как известно, обратные акустические волны в пластинах характеризуются противоположно направленными фазовой и групповой скоростями [1–4]. К настоящему времени их свойства изучены довольно подробно в пластинах из изотропных и анизотропных материалов [1–12]. Что касается пьезоэлектрических пластин, то существует лишь небольшое количество работ, в которых теоретически предсказана возможность существования обратных волн для узкого класса материалов с высокой симметрией [13–15]. В частности, в [14] показано, что при определенных условиях в пьезопластинах обратными могут быть не только волны Лэмба, но и поперечные акустические волны. Изучение условий распространения поперечных акустических мод в пьезоэлектрических пластинах продолжено в [15]. В этой работе также теоретически исследованы потоки энергии, переносимые нормальными поперечными акустическими волнами вблизи критических частот, где эти волны могут существовать в виде обратных волн. В работах [16, 17] приведены результаты исследования особенностей распространения и гибридизации обратных мод Лэмба в пластинах ниобата лития и ниобата калия. В работе [18] исследован вопрос о существовании чисто сдвиговых обратных волн и волн с нулевой групповой скоростью в пластинах X- и Y-срезов ромбического кристалла ниобата калия,

отличающегося исключительно сильным пьезоэффектом [19, 20]. Выделены два механизма, способствующие возникновению обратных волн: отрицательное смещение объемных сдвиговых волн при отражении от поверхности пьезокристалла и вогнутость в сечении поверхности медленности для сдвиговых объемных волн вблизи оси X в пластине ниобата калия. В работах [21, 22] исследовано влияние жидкости на характеристики обратных акустических волн в пьезоэлектрических пластинах.

Тем не менее, изучение различных характеристик и условий существования обратных волн в пьезоэлектрических пластинах остается по-прежнему актуальным.

В связи с этим целью настоящей работы является теоретическое исследование влияния металлизации поверхностей пластины X–Y ниобата калия на характеристики обратных акустических волн с поперечно-горизонтальной (SH) поляризацией.

### 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Рассмотрим распространение прямых и обратных акустических волн с поперечно-горизонтальной поляризацией в пластине X–Y ниобата калия. Геометрия задачи представлена на рис. 1. Волна распространяется вдоль оси  $x_1$  пьезоэлектрической пластины, ограниченной плоскостями  $x_3 = 0$  и  $x_3 = h$ . В областях  $x_3 < 0$  и  $x_3 > h$  расположен вакуум. Рассматривается двумерная задача, и в этом случае все механические и электрические переменные считаются постоянными в направлении оси  $x_2$ . Для решения задачи запишем

\*E-mail: kuziren@yandex.ru

†E-mail: nedospasov.ilya@physics.msu.ru

уравнение движения, уравнение Лапласа и материальные уравнения для пьезоэлектрической среды [5]:

$$\rho \partial^2 U_i / \partial t^2 = \partial T_{ij} / \partial x_j, \quad (1)$$

$$\partial D_j / \partial x_j = 0,$$

$$T_{ij} = C_{ijkl} \partial U_l / \partial x_k + e_{kij} \partial \Phi / \partial x_k, \quad (2)$$

$$D_j = -\varepsilon_{jk} \partial \Phi / \partial x_k + e_{jlk} \partial U_l / \partial x_k.$$

Здесь  $U_i$  — компонента механического смещения частиц,  $t$  — время,  $T_{ij}$  — компонента тензора механического напряжения,  $x_j$  — координаты,  $D_j$  — компонента вектора электрической индукции,  $\Phi$  — электрический потенциал,  $\rho$ ,  $C_{ijkl}$ ,  $e_{kij}$ , и  $\varepsilon_{jk}$  — плотность, упругие, пьезоэлектрические и диэлектрические постоянные пьезоэлектрика, соответственно

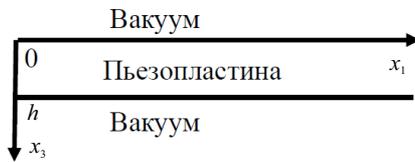


Рис. 1: Геометрия задачи

За пределами пластины в областях  $x_3 < 0$  и  $x_3 > h$  электрическая индукция должна удовлетворять уравнению Лапласа:

$$\partial D_j^V / \partial x_j = 0, \quad (3)$$

где  $D_j^V = -\varepsilon_0 \partial \Phi^V / \partial x_j$ . Здесь индекс  $v$  обозначает величины, относящиеся к вакууму, а  $\varepsilon_0$  — диэлектрическая постоянная вакуума.

Акустические волны, распространяющиеся в пластине, должны также удовлетворять механическим и электрическим граничным условиям. На границе с вакуумом ( $x_3 = 0$  и  $x_3 = h$ ) эти условия имеют следующий вид:

$$T_{3j} = 0, \quad \Phi^V = \Phi, \quad D_3^V = D_3. \quad (4)$$

При электрическом закорачивании пластины с одной или двух сторон бесконечно тонким металлом, потенциал  $\Phi$  становится равным нулю при  $x_3 = 0$  или при  $x_3 = h$ , соответственно.

Указанная выше граничная задача решалась следующим методом. Решение представлялось в виде совокупности плоских неоднородных волн [23, 24] и имело вид:

$$Y_i(x_1, x_3, t) = Y_i(x_3) \exp[j\omega(t - x_1/V)], \quad (5)$$

где  $i = 1 \div 8$  для пьезоэлектрика, а для вакуума  $i = 1, 2$ ;  $V$  — фазовая скорость,  $\omega$  — круговая частота акустической волны. Здесь введены следующие нормированные переменные:

$$Y_i = \omega C_{11}^* U_i / V, \quad Y_4 = T_{13}, \quad Y_5 = T_{23}, \quad (6)$$

$$Y_6 = T_{33}, \quad Y_7 = \omega e^* \Phi / V, \quad Y_8 = e^* D_3 / \varepsilon_{11}^*,$$

где  $i = 1, 2, 3$ ;  $C_{11}^*$ ,  $\varepsilon_{11}^*$  — нормировочные материальные постоянные пьезоэлектрической среды в кристаллофизической системе координат;  $e^* = 1$  и имеет размерность пьезоэлектрической постоянной.

Подставляя выражение (5) в уравнения (1)–(4), получим системы из 8-ми и из 2-х обыкновенных дифференциальных линейных уравнений для пьезоэлектрической среды и вакуума, соответственно. Каждую из этих систем можно записать в следующем матричном виде:

$$[A][dY/dx_3] = [B][Y]. \quad (7)$$

Здесь  $[dY/dx_3]$  и  $[Y]$  — 8-мерные векторы для среды и 2-мерные векторы для вакуума, компоненты которых определены в соответствии с формулами (6). Матрицы  $[A]$  и  $[B]$  — квадратные, размером  $8 \times 8$  для пьезоэлектрической среды и размером  $2 \times 2$  для вакуума.

Поскольку матрица  $[A]$  не является особенной ( $\det[A] \neq 0$ ), то для каждой контактирующей среды можно записать

$$[dY/dx_3] = [A - 1][Y] = [C][Y].$$

Далее для решения системы уравнений (7) необходимо найти собственные значения  $\beta^{(i)}$  матриц  $[C]$  и соответствующие им собственные векторы  $[Y^{(i)}]$ , определяющие параметры парциальных волн, для каждой из контактирующих сред. Общее решение будет линейной комбинацией всех парциальных волн для каждой среды:

$$Y_k = \sum_{i=1}^N A_i Y_k^{(i)} \exp(\beta^{(i)} x_3) \exp(i\omega[t - x_1/V]), \quad (8)$$

где число собственных значений  $N = 8$  для пьезоэлектрической среды и  $N = 2$  для вакуума,  $i$  — неизвестные величины. Для нахождения величин  $i$  и скорости  $V$  воспользуемся механическими и электрическими граничными условиями (4), которые также были записаны в нормированном виде с учетом (6). Для вакуума, расположенного в областях  $x_3 < 0$  и  $x_3 > h$ , собственные значения с отрицательной и положительной действительной частью, соответственно, исключим из рассмотрения, поскольку все переменные в вакууме должны иметь убывающую амплитуду при удалении от пьезоэлектрической пластины.

Таким образом, неизвестные величины  $i$  и скорость  $V$  можно определить из системы однородных алгебраических линейных уравнений (4).

В результате применения описанного метода определялись фазовая скорость волны и амплитуды всех электрических и механических переменных в зависимости от координаты  $x_3$ .

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

В результате решения граничной задачи были получены зависимости фазовых скоростей прямых и обратных поперечно-горизонтальных акустических волн первого ( $SH_1$ ), второго ( $SH_2$ ) и третьего ( $SH_3$ ) порядков от параметра  $hf$  ( $h$  — толщина пластины,  $f$  — частота волны), распространяющихся в пластине X-Y ниобата калия (рис. 2). Материальные постоянные ниобата калия были взяты из [25]. Расчеты были проведены для ситуаций, когда пластина электрически открыта (1), одна поверхность пластины электрически закорочена (2) и обе стороны пластины электрически закорочены (3).

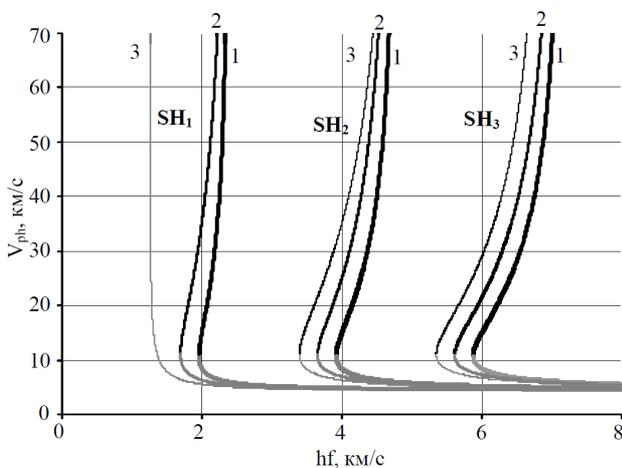


Рис. 2: Зависимости фазовых скоростей прямых (серые линии) и обратных (черные линии) ( $SH_n$ ) волн в X-Y пластине  $KNbO_3$  от параметра  $hf$ : 1 — электрически открытая пластина, 2 — электрически закороченная пластина с одной стороны, 3 — электрически закороченная пластина с двух сторон

Анализ показал, что при металлизации пластины точка появления обратных волн сдвигается в область более низких частот, а диапазон их существования

увеличивается, что согласуется с данными, приведенными в [13]. В случае же ( $SH_1$ ) волны при металлизации пластины с двух сторон обратная волна исчезает.

Были также построены зависимости абсолютного значения электрического потенциала (рис. 3) и максимальной компоненты механического смещения  $U_2$ , нормированной на значение на поверхности пластины (рис. 4), обратных акустических ( $SH_n$ ) волн от толщины пластины. Как и в предыдущем случае рассматривались случаи электрически открытой пластины (1), электрически закороченной пластины с одной (2) и обеих сторон (3).

Видно, что меняя электрические граничные условия на поверхности пластины, можно управлять как величиной пьезоэлектрического поля, сопровождающего волну, так и амплитудой смещения частиц по толщине пластины.

Данный эффект может быть использован для обеспечения взаимодействия акустической волны с локальными электрическими неоднородностями внутри пластины.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате выполненного исследования были построены зависимости фазовых скоростей прямых и обратных акустических волн с поперечно-горизонтальной поляризацией, распространяющихся в пластине X-Y ниобата калия. Было исследовано влияние металлизации одной или обеих сторон пластины на характеристики этих волн. В результате было обнаружено, что при металлизации пластины точка появления обратных волн сдвигается в область более низких частот, а диапазон их существования увеличивается. В случае же ( $SH_1$ ) волны при металлизации пластины с двух сторон обратная волна исчезает. Было также обнаружено, что меняя электрические граничные условия на поверхности пластины, можно управлять как величиной пьезоэлектрического поля, сопровождающего волну, так и амплитудой смещения частиц по толщине пластины. Данный эффект может быть использован для обеспечения взаимодействия акустической волны с локальными электрическими неоднородностями внутри пластины.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 16-07-00629, 17-07-00608, 17-57-53101).

[1] Tolstiy I., Usdin E. J. Acoust. Soc. Am. 1957. **29**, № 1. P. 37.  
 [2] Mindlin R. D. An introduction in mathematical theory of vibrations of elastic plates. New Jersey: Fort Monmouth, 1955.

[3] Mindlin R. D., Medick M. A. J. Appl. Mech. 1959. **26**. P. 561.  
 [4] Meitzler A. H. J. Acoust. Soc. Am. 1965. **38**, № 1. P. 835.  
 [5] Auld B. A. Acoustic fields and waves in solids. **2**. Wiley, New York., 1973.

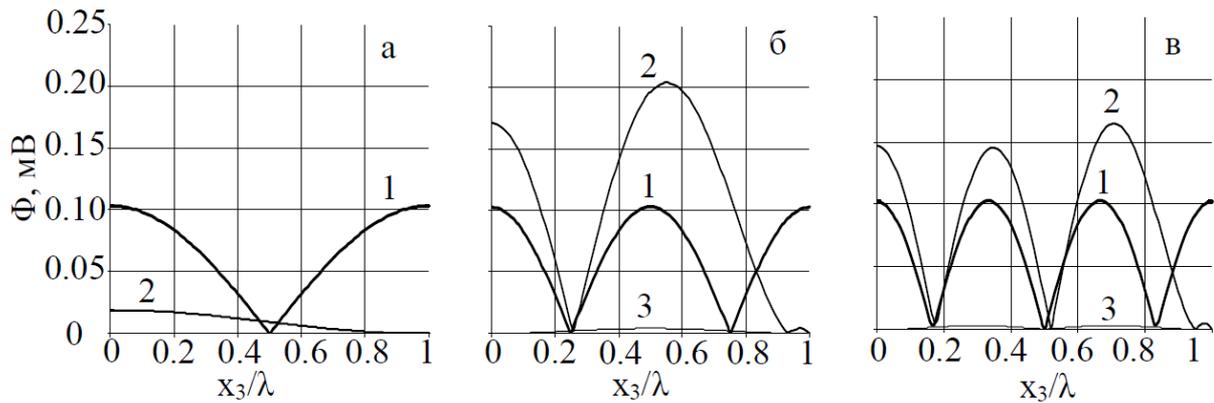


Рис. 3: Зависимости абсолютного значения электрического потенциала обратных (SH<sub>1</sub>) (а), (SH<sub>2</sub>) (б), (SH<sub>3</sub>) (в) волн от толщины X–Y пластины KNbO<sub>3</sub>: 1 – электрически открытая пластина, 2 – электрически закороченная пластина с одной стороны, 3 – электрически закороченная пластина с двух сторон

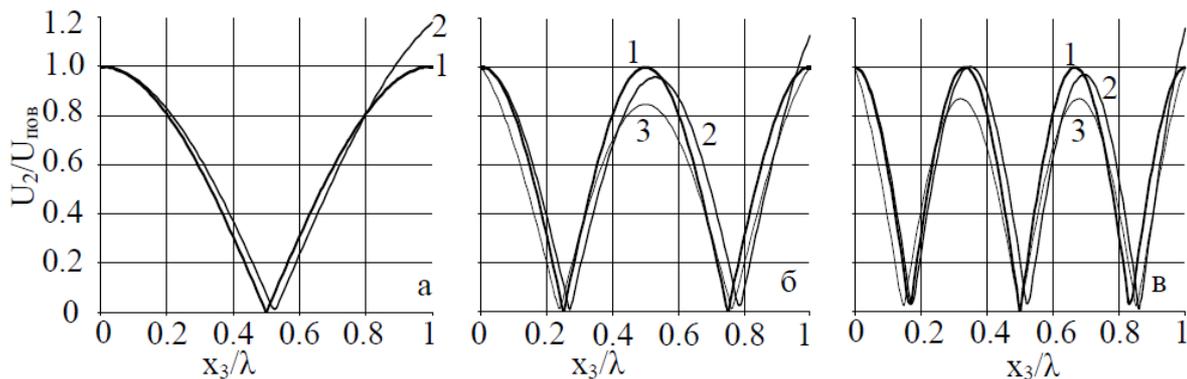


Рис. 4: Зависимости максимальной компоненты механического смещения U<sub>2</sub>, нормированной на значение на поверхности пластины обратных (SH<sub>1</sub>) (а), (SH<sub>2</sub>) (б), (SH<sub>3</sub>) (в) волн от толщины XY пластины KNbO<sub>3</sub>: 1 – электрически открытая пластина, 2 – электрически закороченная пластина с одной стороны, 3 – электрически закороченная пластина с двух сторон

[6] Kaduchak G., Hughers D.H., Marston P.L. J. Acoust. Soc. Am. 1994. **96**. P. 3704.  
 [7] Werby M.F., Uberall H. J. Acoust. Soc. Am. 2002. **111**. P. 2686.  
 [8] Marston P.L. J. Acoust. Soc. Am. 2003. **113**, № 5. P. 2659.  
 [9] Holland S.D., Chimenti D.E. Appl. Phys. Lett. 2003. **83**, № 13. P. 2704.  
 [10] Prada C., Balogun O., Murray T.W. Appl. Phys. Lett. 2005. **87**. P. 194109.  
 [11] Ces M., Clorennec D., Royer D., Prada C. J. Acoust. Soc. Am. 2011. **130**, № 2. P. 689.  
 [12] Prada C., Clorennec D., Murray T.W., Royer D. J. Acoust. Soc. Am. 2009. **126**, № 2. P. 620.  
 [13] Burlii P.V., Ilyin P.P., Kucherov I.Ya. Acoust. Phys. 1997. **43**, № 3. P. 266.  
 [14] Burlii P.V., Ilyin P.P., Kucherov I.Ya. JTP Lett. 1982. **8**, № 9. P. 568.  
 [15] Kucherov I.Ya., Malyarenko E.V. Acoust. Phys. 1998. **44**, № 4. P. 420.  
 [16] Zaitsev B.D., Kuznetsova I.E., Borodina I.A., Teplykh A.A. IEEE Trans. on Ultras., Ferroel. and Freq. Control. 2008. **55**, № 7. P. 1660.  
 [17] Borodina I.A., Zaitsev B.D., Kuznetsova I.E., Teplykh A.A. Tech. Phys. Lett. 2008. **34**, № 1. P. 11.  
 [18] Kuznetsova I.E., Nedospasov I.A., Mozhaev G.V. J. of Comm. Tech. and Electronics. 2016. **61**, № 11. P. 1122.  
 [19] Kuznetsova I.E., Zaitsev B.D., Joshi S.G., Borodina I.A. Electron. Lett. 1998. **34**, № 23. P. 2280  
 [20] Yamanouchi K., Odagawa H., Kojima T., Matsumura T. Electron. Lett. 1997. **33**, № 3. P. 193.  
 [21] Kuznetsova I.E., Zaitsev B.D., Nedospasov I.A., Kuznetsova A.S. IEEE Int. Ultras. Symp. 2015. 10.1109/ULTSYM.2015.0351  
 [22] Nedospasov I.A., Mozhaev V.G., Kuznetsova I.E. Ultrasonics. 2017. **77**. P. 95.  
 [23] Олинер А. Поверхностные акустические волны. Гл.2. М.: Мир, 1981.  
 [24] Zaitsev B.D., Joshi S.G., Kuznetsova I.E. Smart Material & Structures. 1997. **6**, P. 739.  
 [25] Zgonik M., Schlessler R., Biaggio I., Voit E., Tscherry J., Gunter P. J. Appl. Phys. 1993. **74**, № 2. P. 1287.

## The distribution of the acoustic fields of backward waves on the thickness of a piezoelectric plate

I. E. Kuznetsova<sup>a</sup>, I. A. Nedospasov<sup>b</sup>

*Kotel'nikov Institute of Radio Engineering and Electronics of RAS. Moscow 125009, Russia*

*E-mail: <sup>a</sup>kuziren@yandex.ru, <sup>b</sup>nedospasov.ilya@physics.msu.ru*

As known, backward acoustic waves are characterized by the opposite directed phase and group velocities. At present the characteristics of these waves are well studied for the nonpiezoelectric materials. As for piezoelectric plates there are exist the works considering the mechanisms of such wave generation and their characteristics in contact with liquid. However the investigations devoted by influence of different electric boundary conditions on the acoustic and electric fields of these waves are absent. In this paper it has been investigated the influence of different electrical boundary conditions on the distribution of the mechanical displacement components on the plate thickness. In the results it has been found the possibility to control the penetration depth and the position of the displacement maximum of the backward acoustic waves in XY potassium niobate plate by using different types of the plate electric shorting. The obtained results could be useful for development of the methods for control of the particle displacements in piezoelectric media at the propagation of backward acoustic waves.

PACS: 72.50.+b.

*Keywords:* backward acoustic waves, electric boundary conditions, acoustic fields, piezoelectric plate.

*Received 29 June 2017.*

### Сведения об авторах

1. Кузнецова Ирен Евгеньевна — доктор физ.-мат. наук, доцент, гл. науч. сотрудник, профессор РАН; e-mail: kuziren@yandex.ru.
2. Недоспасов Илья Александрович — аспирант; e-mail: nedospasov.ilya@physics.msu.ru.