

Расчет влияния незеркальной составляющей при рассеянии плоской волны на пластине с периодическими импедансными условиями

Ю. Н. Попов,* Н. М. Лисенков†

Крыловский государственный научный центр. Россия,
196158, Санкт-Петербург, Московское шоссе, д. 44

(Статья поступила 11.07.2017; Подписана в печать 13.09.2017)

Сформулирована задача формирования и приведен алгоритм расчета незеркальной составляющей при рассеянии плоской волны на пластине с периодическими импедансными условиями. Показано, что на плоской пластине, не имеющей пространственную кривизну, при косом падении волны может возникать сложное рассеяние, в том числе с незеркальной составляющей. Результаты могут быть использованы при проектировании конструкций судов и морских сооружений, для которых важен вопрос помехозащищенности.

PACS: 43.30+m

УДК: 534-16.001.024

Ключевые слова: гидролокация, интеграл Кирхгофа, незеркальная составляющая, плоская волна.

ВВЕДЕНИЕ

В основу классификации по характеру отражения может быть положено пространственное распределение отраженного им звука. Определяющее влияние на диаграмму рассеяния оказывает структура поверхности объекта. По характеру диаграммы рассеяния можно выделить четыре поверхности (рис. 1)

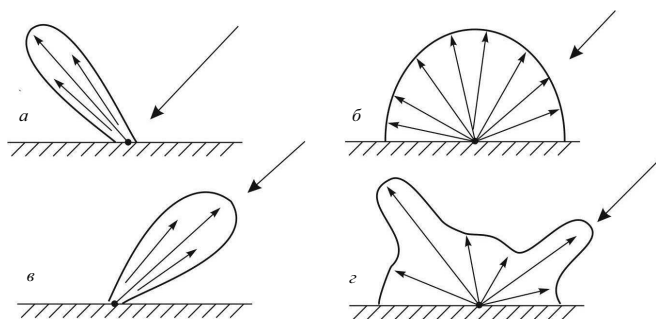


Рис. 1: а — Зеркальное отражение волны, б — диффузное рассеяние волны, в — незеркальное отражение волны, г — рассеяние от реальной поверхности, включающее в себя все возможные отражения

На гладкой поверхности акустическая волна отражается в плоскости падения, под углом, равным углу падения (закон Снелиуса), аналогично отражению волны от зеркальной поверхности в оптике. При этом падающая акустическая волна рассеивается в некотором телесном угле относительно направления максимума. К поверхности с зеркальным отражением может быть отнесена поверхность, удовлетворяющая критерию Релея:

$$h < \lambda (16 \cos \theta), \quad (1)$$

где h — величина неоднородностей; θ — угол падения.

С увеличением размеров неоднородностей (h) и плотности их хаотичного расположения зеркальная составляющая снижается, и отражение приобретает диффузный характер (равномерный во всех направлениях, вне зависимости от направления падающей волны).

Если расстояния между неоднородностями упорядочены, и их размер сопоставим с длиной волны в ряде случаев возникает звуковая волна, направление которой противоположно направлению падающей волны. Впервые незеркальное отражение было открыто С. Н. Ржевкиным и С. И. Кречмером [1] при отражении звука от неограниченной пластины при исследовании эффектов, связанных с ее изгибными колебаниями.

Следует отметить, что незеркальное отражение в диаграмме рассеяния присутствует совместно с другими типами отражения для реальных объектов (рис. 1, г). Однако теоретически его величина в отдельных случаях может иметь доминирующий характер в отражении.

На практике поверхность большинства корпусных конструкций удовлетворяет условиям гладкости (в данном случае условию Релея). При этом, с точки зрения граничных условий на поверхности (зависимости акустического импеданса), большинство плоских конструкций имеют периодические неоднородности, обусловленные наличием швов, подкрепляющих элементов и т.д., формирующих характер отражения волны от поверхности. Классическим примером такой конструкции может служить оребренная оболочка (рис. 2).

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим цилиндр (рис. 3), на поверхности которого заданы переменные (по координате) импедансные граничные условия $Z = f(x, \phi)$, где x — координата вдоль оси цилиндра, ϕ — угол.

В частном случае $Z = f(x, \phi) = \text{const}$, задача дифракции сводится к расчету только зеркальной состав-

*E-mail: krylov6@krylov.spb.ru

†E-mail:

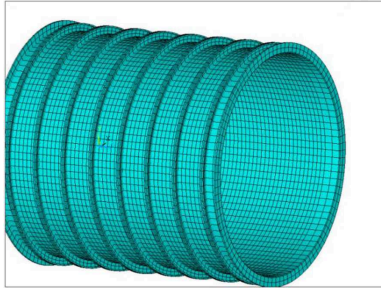


Рис. 2: Пример корпусной конструкции с незеркальной составляющей в диаграмме отражения

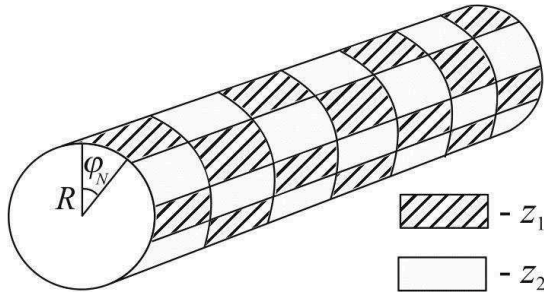


Рис. 3: Цилиндр с переменными импедансными граничными условиями

ляющей (2), зависящей от угла падения волны на цилиндр (θ) и импеданса Z (коэффициенты A_{ns} определяются из граничных условий на поверхности).

$$p_s = e^{ikz \sin \theta} \sum_{n=0}^{\infty} A_{ns} H_n^1(kr \cos \theta) \cos n\phi. \quad (2)$$

Для формирования незеркальной составляющей в рассеянной волне изменения акустического импеданса на поверхности должно подчиняться некоторому периодическому закону.

Для определенности положим (рис. 4), что импеданс меняется ступенчатым образом через равные расстояния (a — вдоль оси цилиндра, ϕ_N — вдоль окружности цилиндра) и может принимать фиксированные значения Z_1, Z_2 .

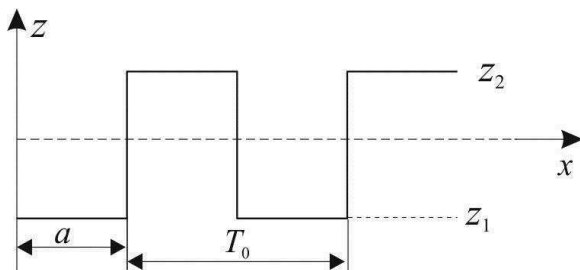


Рис. 4: Цилиндр с переменными импедансными граничными условиями

В общем случае расчет акустического поля (Φ) возможен с помощью интеграла Кирхгофа:

$$\Phi(\vec{R}) = \frac{1}{4\pi} \iint_S \left[\frac{\partial \Phi}{\partial n} \cdot \frac{e^{ikr}}{r} - \Phi \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{ikr}}{r} \right) \right] dS. \quad (3)$$

Через известное распределение акустического импеданса на поверхности определяются колебательную скорость ($\sim \partial\Phi/\partial n$) и звуковое давление ($\sim \Phi$) и система оказывается замкнутой. Однако из-за громоздкости аналитического решения (3) упростим задачу и рассмотрим вместо цилиндра возникновения незеркальной составляющей от пластины с переменными по координате импедансными условиями (рис. 5).

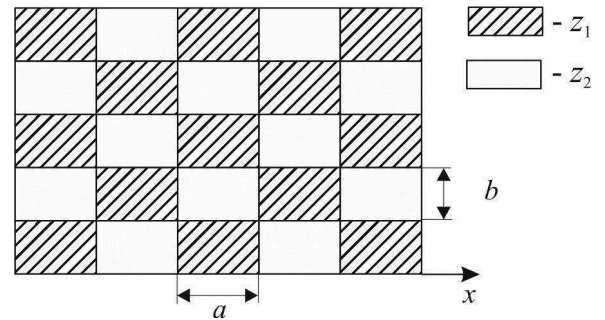


Рис. 5: Пластина с переменными по координате импедансными условиями

В этом случае расчет полного поля возможен с помощью интегрального уравнения Гюйенса, которое при переходе от потенциалов к колебательной скорости и звуковому давлению имеет вид:

$$P(\vec{R}) = \frac{-i\omega\rho}{2\pi} \iint_S \left[V_n \cdot \frac{e^{ikr}}{r} \right] dS. \quad (4)$$

Выражение (4) определяет рассеянную волну $P(\vec{R})$ по всем направлениям, в том числе в направлении угла θ (обратному к углу падения плоской волны). Для решения воспользуемся разложением колебательной скорости на поверхности $V_n(x, y)$ в ряд по собственным функциям:

$$V_n^{(qs)}(x, y) = \sum_i \sum_j V_{ij}^{(qs)} \cdot X_i^{(q)}(x) Y_j^{(s)}(y), \quad (5)$$

где $X_i^{(q)}(x)$ и $Y_j^{(s)}(y)$ образуют ортогональную и нормированную систему на участке поверхности $qa \leq x \leq (q+1)a$ и $sb \leq y \leq (s+1)b$ соответственно. Коэффициенты разложения $V_{ij}^{(qs)}$ отличаются только фазовым сдвигом (набегом фазы в падающей волне в зависимости от номера области qs). Для обеспечения непрерывности колебательной скорости и звукового давления на границах областей должно выполняться условие непрерывности собственных функций и их первых производных. В общем случае собственные функции имеют вид:

$$X_i^{(q)} = ch(k_i(x - qa)) - \cos(k_i(x - qa)) - \alpha_i [sh(k_i(x - qa)) - \sin(k_i(x - qa))], \quad (6)$$

где

$$\alpha_i = \frac{ch(k_i a) - \cos(k_i a)}{sh(k_i a) - \sin(k_i a)}.$$

С учетом распределения импеданса, выбранного для рассматриваемой задачи, можно существенно упростить выражение (5) воспользовавшись хорошо известным разложением прямоугольной функции (рис. 4) в ряд Фурье. Кроме этого, ортогональность собственных функций позволяет применить метод разделения переменных относительно координат. В дальнейшем, для упрощения изложения, рассматривается двумерная задача (x, z) . Полное поле в нижнем полупространстве как сумму полей падающей волны, отраженной волны от абсолютно жесткой поверхности и волны, излученной поверхностью:

$$P(x_1, z_1) = e^{ik(x \sin \theta + z \cos \theta)} + e^{ik(x \sin \theta - z \cos \theta)} - P_s, \quad (7)$$

где $P(x_1, z_1)$ можно выразить через известный импеданс на поверхности пластины и колебательную скорость, P_s можно выразить через интеграл Гюйгенса и колебательную скорость на поверхности пластины:

$$P_s = \frac{\omega \rho}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[V_n(x) \cdot H_0^{(1)} \left(k \sqrt{(x - x_1)^2 + z_1^2} \right) \right] dx. \quad (8)$$

На поверхности пластины ($z_1 \rightarrow 0$) уравнение движения относительно колебательной скорости на поверхности пластины может быть записано в виде:

$$\sum_{i=1}^{\infty} Z_i^{(q)} V_i^{(q)} X_i^{(q)} = 2e^{ik(x \sin \theta)} - \frac{\omega \rho}{2} \sum_{i=1}^{\infty} V_i^{(q)} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[X_i^{(q)} \cdot H_0^{(1)}(k|x - x_1|) \right] dx. \quad (9)$$

Аналогично решению задачи о прохождении звука через решетку из щелей в экране конечной толщины [2] решение уравнения (9) можно свести к решению бесконечной системы уравнений относительно неизвестных коэффициентов:

$$Z_m^{(q)} V_m^{(q)} + \sum_{n=1}^{\infty} V_n^{(q)} Z_{nm}^{(q)} = b_m^{(q)}(\sin \theta). \quad (10)$$

Здесь $Z_{nn}^{(q)}$ импеданс формы с номером n , $Z_{nm}^{(q)}$ — импедансы взаимодействия форм с номерами m, n (при наличии среды колебания различных форм не являются независимыми, поскольку образование одной формы приводит к образованию других форм за счет сдвигов фаз колебаний, приходящих в данную точку от других участков пластины через окружающую среду и $Z_{nm}^{(q)} \neq 0$). Разложение колебательной скорости на поверхности по собственным функциям в виде (6) имеет явную физическую интерпретацию представления колебаний по поверхности в виде стоячих волн. Как известно, стоячая волна может быть представлена в виде двух бегущих волн навстречу друг другу. При этом при совпадении частоты падающей волны ω с частотой форм колебаний ω_n , волна с составляющей $\exp(ik_n x)$ будет участвовать в формировании волны в зеркальном направлении, волна с составляющей $\exp(-ik_n x)$ — в незеркальном.

Расчет выражения (10) является достаточно громоздким и может быть получен только численно, так как для каждого частного случая требуется вычислять матрицу коэффициентов, включающую суммирование и двойной несобственный интеграл. Очень грубая оценка выражения (10) приводит к тому колебательная скорость m — моды должна быть пропорциональна соотношению:

$$V_m^{(q)} \sim \frac{b_m^{(q)}(\sin \theta)}{\tilde{Z}}, \quad (11)$$

где \tilde{Z} — некоторый обобщенный импеданс, учитывающий возможные формы взаимодействия и их вклад в излучение.

Определив разложение $V_m^{(q)}$ можно применить интеграл Гюйгенса (4) и определить $P(\vec{R})$ в направлении незеркального отражения. Очевидно, что максимум обратного отражения (при угле θ) имеет место в частном случае, когда импеданс \tilde{Z} в знаменателе стремится к нулю. Следует отметить, что для импедансов на реальных конструкциях выполнение данного условия возможно только частично, что, однако, приводит к необходимости учета вклада незеркальной составляющей в задачах по оценке гидроакустического поля от реальных объектов.

[1] Шендеров Л.Е. Волновые задачи гидроакустики. Л.:П Издательство «Судостроение», 1972.
 [2] Канторович Л.В., Крылов В.И. Приближенные методы

высшего анализа. Л.-М.: Физматгиз, 1962.

Calculation of the non-mirror component of acoustical field from plate with periodical impedance conditions

Y. N. Popov^a, N. M. Lisenkov

Krylov State Research Centre. St.-Petersburg 196158, Russia

E-mail: ^akrylov6@krylov.spb.ru

The problem of formation is formulated and the calculation algorithm, of non-mirror component with scattering a plane wave on a plate with periodic impedance conditions, is given. The complex scattering could arise, including mirrored component, with the slanting falling of a wave on the flat plate without spatial curvature is shown. The results could be used in vessels design projection and sea constructions projection. The most important issue for them is noise protection.

PACS: 43.30+m

Keywords: acoustic field, reflection, acoustical impedance.

Received 11 July 2017.

Сведения об авторах

1. Попов Юрий Николаевич — канд. техн. наук, нач. лаборатории; e-mail: krylov6@krylov.spb.ru.
 2. Лисенков Николай Михайлович — нач. сектора; e-mail: krylov6@krylov.spb.ru.
-