

## Возбуждение стоячих волн в вязкоупругом резонаторе при наличии статической деформации сдвига

Ш. А. Асфандияров,<sup>\*</sup> Т. Б. Крит,<sup>†</sup> В. Г. Андреев<sup>‡</sup>

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра акустики  
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

(Статья поступила 05.07.2017; Подписана в печать 13.09.2017)

В работе приводятся результаты экспериментального исследования стоячих сдвиговых волн в резонаторе в виде прямоугольного параллелепипеда из гелеобразного полимерного материала, закреплённого без проскальзывания между двумя деревянными пластинами. К свободной пластине прикреплены металлические стержни, на которые закрепляется нагрузочная масса, создающая дополнительное статическое сдвиговое напряжение в среде под действием силы тяжести. Это напряжение приводит к изменению упругих характеристик исследуемого материала, что при его деформации выражается в увеличении резонансной частоты.

PACS: 43.25.+y

УДК: 534.16

Ключевые слова: сдвиговые волны, нелинейная акустика, резонатор, резиноподобные среды, пластисол.

### ВВЕДЕНИЕ

Акустические методы сканирования ткани живых организмов широко используются в медицинской диагностике. Известный пример — ультразвуковая визуализация внутренних структур организма. Однако упругие и вязкие свойства сред и их акустические параметры определяются близкодествующими силами взаимодействия между молекулами, а не клеточной и надклеточной структурой ткани. Ткани различаются по составу значительно меньше, чем по структуре. Поэтому модуль всестороннего сжатия и скорость звука в различных мягких тканях примерно одинаковы. Столь же малы и пределы изменения импеданса, а также акустической нелинейности.

Напротив, пределы изменения структурных особенностей несравнимо шире. В последние 10 лет возникло направление, основанное на использовании сдвиговых акустических волн. Сдвиговые свойства тканей (модули сдвига и Юнга, сдвиговая вязкость) отличаются в разных тканях не на единицы процентов, а на порядки [1]. Поэтому развитие методов исследования с помощью сдвиговых волн является актуальной и перспективной задачей акустики, применительно к медицине.

Среди различных методов исследования вязкоупругих свойств различных сред удобным является метод, основанный на анализе стоячих волн в слое исследуемой среды. Такой подход оказался успешным в случае продольных волн мегагерцового диапазона. Соответствующие ультразвуковые интерферометры широко используются для измерения скорости и коэффициента затухания звука в кристаллах [2]. Коэффициент затухания определяется по ширине резонансных пиков,

а фазовая скорость звука — по значениям резонансных частот.

Аналогичный подход может быть использован для измерения комплексного сдвигового модуля резиноподобных сред, где коэффициент Пуассона выше, чем в кристаллах [3]. Ввиду малой скорости сдвиговых волн в резиноподобных средах соответствующие длины волн невелики, что позволяет возбуждать стоячие волны в образцах малых размеров на сравнительно низких частотах. Такие измерения становятся особенно актуальными в приложении к мягким биологическим тканям, сдвиговый модуль которых служит важным диагностическим параметром.

Интерферометр может быть удобен не только для исследования линейных упругих параметров материала [2], но и для измерения его нелинейных модулей. Наличие нелинейности в резиноподобных материалах приводит к ряду новых нелинейных явлений, в частности к смещению резонансной частоты при конечных амплитудах сдвиговых волн, что позволяет оценить нелинейный модуль упругости.

Было показано [4], что при сдвиговых деформациях резонатора, превышающих 40% толщины, зависимость сдвигового напряжения от деформации существенно нелинейна. И по ней можно определить не только линейный модуль сдвига, но и нелинейные параметры, которые могут вносить дополнительную информацию в карты распределения сдвиговой упругости. При измерении нелинейных параметров статически [4] и динамически [5] были получены различные значения, что говорит о зависимости нелинейных параметров среды от метода воздействия.

В настоящее время широкое распространение получили квазистатические методы [6]. В данной работе выясняются возможности использования метода интерферометра [7] для измерения линейных вязкоупругих параметров резиноподобных материалов. Приводятся результаты исследования стоячих сдвиговых волн в резонаторе, к которому приложено статическое сдвиговое напряжение. Статическая нагрузка одновременно ме-

<sup>\*</sup>E-mail: shoma.ufa@gmail.com

<sup>†</sup>E-mail: timofey@acs366.phys.msu.ru

<sup>‡</sup>E-mail: andreev@acs366.phys.msu.ru

няет резонансную частоту и создаёт деформацию сдвига, соответствующую нелинейной области зависимости сдвигового напряжения от деформации.

## 1. СТОЯЧИЕ СДВИГОВЫЕ ВОЛНЫ В РЕЗОНАТОРЕ

### 1.1 Метод измерения

В работе исследуются стоячие сдвиговые волны в резонаторе из гелеобразного полимерного материала пластисола. При деформациях свыше 30% толщины резонатора зависимость сдвигового напряжения  $\sigma$  от деформации  $\varepsilon$  материала резонатора описывается уравнением  $\sigma = \mu\varepsilon + \mu\beta\varepsilon^3$  [4], где  $\mu$  — линейный модуль сдвига,  $\beta$  — нелинейный параметр. При этом относительная деформация  $\varepsilon$  вычисляется как отношение смещения границ резонатора друг относительно друга к его толщине. К одной из границ резонатора приложено статическое сдвиговое напряжение. Это напряжение приводит к изменению эффективного модуля сдвига исследуемого материала, что выражается в изменении частоты первого резонанса. Деформации, создаваемые при воздействии внешней гармонической силы на резонатор, не превышали 20%, что соответствует линейному режиму.

Метод возбуждения стоячей сдвиговой волны пояснён на вставке к рис. 1. Образец из гелеобразного материала в форме прямоугольного параллелепипеда толщиной  $L$  закреплён на пластине ( $x = 0$ ) так, чтобы при движении пластины проскальзывание слоя отсутствовало. На свободной грани ( $x = L$ ) находится пластина конечной массы, которая движется вместе с этой гранью. Показано [8], что к резонатору может быть применена одномерная модель, если его длина в направлении колебаний в 4 и более раз превышает толщину. К свободной пластине прикреплены стержни, на которые крепятся металлические грузы, влияющие на её массу. Изменением массы грузов можно добиться дополнительной статической деформации резонатора вплоть до 65%.

### 1.2 Экспериментальная установка

Схема экспериментальной установки приведена на рис. 1. Измерения проведены в резонаторе 1 из резиноподобного полимерного материала пластисола толщиной  $L = 1.4$  см. На противоположных гранях резонатора со сторонами 6.9 и 3.9 см закреплены без проскальзывания деревянные пластины 2, 3 таких же размеров. Масса пластины 3 составляет 12.75 г. Колебания пластины 2 возбуждались миниатюрным вибратором Brüel & Kjær 4810 4. На вибратор подавалось напряжение синусоидальной формы с генератора сигналов Rigol DG 1062Z 6. Измерения проводились на различных частотах в диапазоне 12–26 Гц с шагом 0.1 Гц. В процессе измерений амплитуда ускоре-

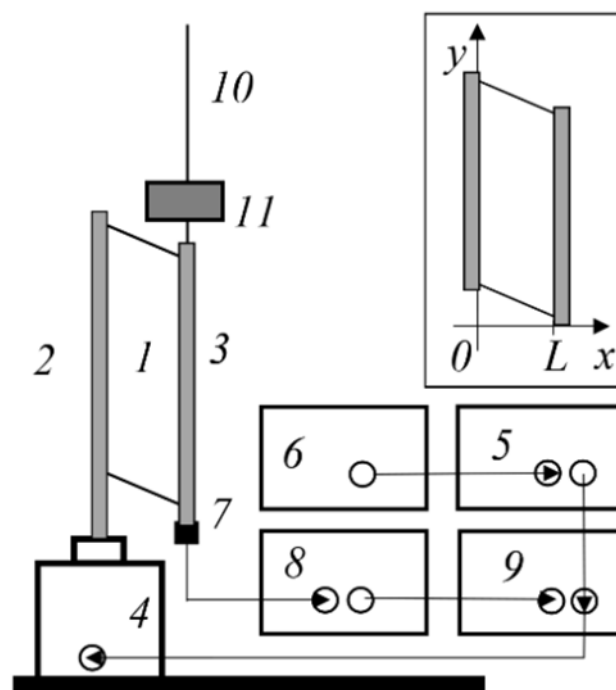


Рис. 1: Метод возбуждения стоячей сдвиговой волны

ния основания резонатора была фиксированной. Контроль амплитуды основания проводился в соответствии со специально разработанным алгоритмом [9]. Два акселерометра Brüel & Kjær 4374 и 4517 7 размещались на обеих пластинах и измеряли ускорения этих пластин. Сигналы с акселерометров через усилители Brüel & Kjær 2635 8 подавались на входы двухканального цифрового осциллографа Tektronix TDS 3032B 9. Сигналы с осциллографа поступали в компьютер, где производилось вычисление отношения амплитуд ускорений. Измерения были проведены при разных статических сдвиговых деформациях резонатора, которые создавались силой тяжести, действовавшей на металлические грузы 11. Металлические грузы крепились на стержнях 10.

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ

Результаты измерения сдвигового напряжения от статической деформации представлены на рис. 2. Зависимость сдвигового напряжения от статической деформации линейна при деформациях, не превышающих 0.3; на графике эта зависимость показана прямой линией. По полученной зависимости статического сдвигового напряжения от деформации был определён модуль сдвига данного образца по тангенсу угла наклона прямой при малых значениях деформации. Статическим методом измерения модуля сдвига было получено значение:  $\mu = 9.71 \pm 0.11$  кПа. Также из полученной зависимости найден нелинейный параметр:

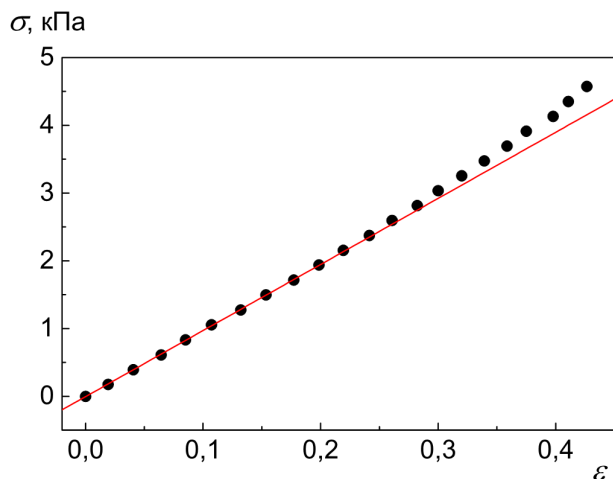


Рис. 2: Измеренная зависимость сдвигового напряжения от статической деформации

$\beta = 0.49 \pm 0.07$ . На рис. 3 представлены зависимости отношения амплитуд ускорений границ резонатора от частоты колебаний для различных статических сдвиговых деформаций.

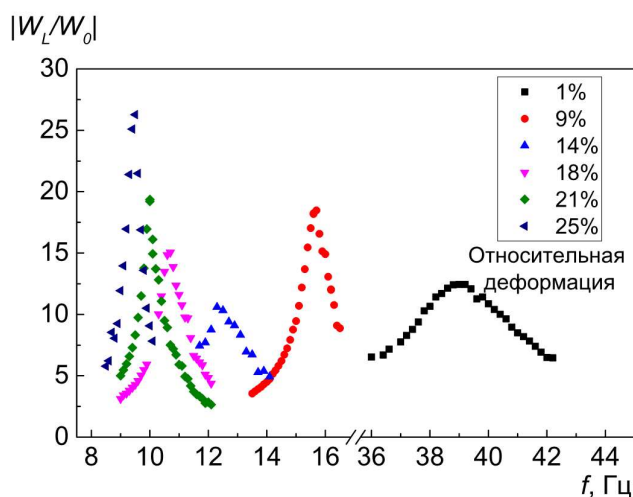


Рис. 3: Зависимость отношения амплитуд ускорения границ резонатора от частоты колебаний при различных статических сдвиговых деформациях

Сопоставление теоретического графика с экспериментальной зависимостью при отсутствии статической деформации сдвига позволило рассчитать модуль сдвига среды. Данным методом было получено значение модуля сдвига среды:  $\mu = 9.51 \pm 0.12$  кПа. Резонансные частоты меняются в зависимости от относительной статической деформации резонатора. По измеренным резонансным кривым аналогичным образом были вычислены эффективные модули сдвига при нескольких статических деформациях и определен нелинейный параметр:  $\beta = 4.8 \pm 0.7$ .

Изменение резонансных частот при создании статической сдвиговой деформации предложенным способом обусловлено в основном изменением массы, закреплённой на границе резонатора. Однако при сравнительно больших статических деформациях модуль упругости возрастает, что приводит к дополнительному сдвигу частоты. На рис. 4 пунктирной линией представлена теоретическая зависимость первой резонансной частоты от массы свободной пластины без учета изменения упругости материала при его статической деформации.

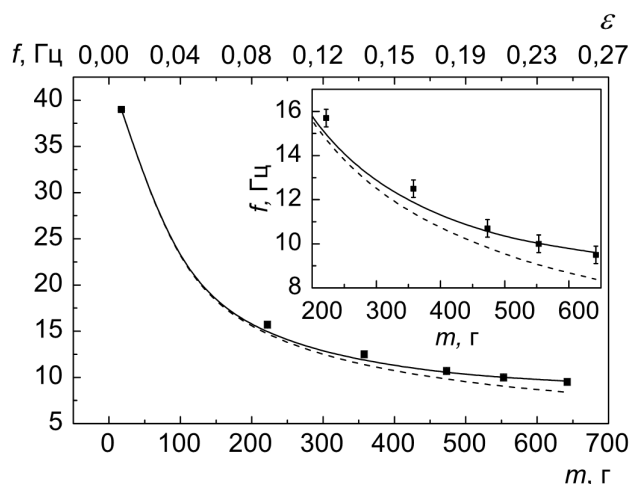


Рис. 4: Зависимость первой резонансной частоты от массы свободной границы резонатора

Точками показана измеренная зависимость первой резонансной частоты от массы. На дополнительной горизонтальной оси приведены значения сдвиговых деформаций, возникающих при соответствующих массах. Сплошной линией приведена зависимость первой резонансной частоты от массы свободной границы, рассчитанная с учётом нелинейного роста модуля сдвига материала резонатора при его статической деформации. На вставке показана область, в которой наблюдается наибольшее различие между рассчитанными и измеренными зависимостями первой резонансной частоты от массы свободной пластины. Рассчитанная зависимость, которая учитывает изменение сдвиговой упругости, в пределах погрешности соответствует измеренной. Зависимость, рассчитанная без учёта изменения упругости, в изображённой на рис. 4 области существенно отличается от измеренной уже начиная с деформаций в 10%. Зависимость сдвигового напряжения от деформации, рассчитанная без учёта изменения упругости и показанная на рис. 3 начинает отличаться от измеренной только при деформациях, превышающих 30%.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложен алгоритм определения модуля сдвига  $\mu$  и нелинейного коэффициента  $\beta$ , основанный на измерении резонансных кривых при малых амплитудах в резонаторе, с приложенными статическими сдвиговыми напряжениями, создающими нелинейные деформации. Были измерены резонансные кривые в отсутствие сдвиговой деформации и для статических сдвиговых деформаций в диапазоне 0.01–0.25. Измерен модуль сдвига и нелинейный коэффициент ма-

териала резонатора статическим и динамическим методом. Зависимость первой резонансной частоты от массы свободной границы резонатора, изображённая на рис. 4, говорит о явном проявлении нелинейных свойств пластисола. Увеличение модуля сдвига по мере роста относительных сдвиговых деформаций является характерным для гелеобразных материалов [5].

Исследование поддержано грантами Президента Российской Федерации НШ-7062.2016.2, РФФИ № 16-02-00719 а, а также РФФИ и Правительства Москвы № 15-32-70016 «мол\_а\_мос».

- 
- [1] Руденко О. В., Сарвазян А. П. Акуст. журн. 2006. **52**, № 6. С. 1.
  - [2] Soboleva E. G., Igisheva A. L., Krit T. B. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2015. **91**, Article number 012032. P. 1.
  - [3] Belomestnykh V. N., Soboleva E. G. Appl. Mechan. & Materials. 2014. **682**. P. 170.
  - [4] Крит Т. Б., Андреев В. Г. Тезисы докладов XI Всероссийской школы-семинара «Волновые явления в неоднородных средах» 26–31 мая 2008, Звенигород. Часть 1. С. 27.
  - [5] Андреев В. Г., Крит Т. Б., Сапожников О. А. Акуст. журн. 2011. **57**, № 6. С. 763.
  - [6] Tyagi M., Goenezen S., Barbone P. E., Oberai A. A. Int. J. Numer. Meth. Biomed. Engng. 2014. **30**. P. 1421.
  - [7] Андреев В. Г., Крит Т. Б., Сапожников О. А. Акуст. журн. 2010. **56**, № 2. С. 190.
  - [8] Андреев В. Г., Крит Т. Б., Костиков В. В., Шанин А. В., Шиндерук С. И. Акуст. журн. 2011. **57**, № 1. С. 3.
  - [9] Krit T. B., Andreev V. G., Demin I. Yu. Acta Acust. united Ac. 2015. **101**, № 5. P. 915.

---

## Excitation of standing waves in viscoelastic resonator under static shear stress

S. A. Asfandiyarov<sup>a</sup>, T. B. Krit<sup>b</sup>, V. G. Andreev<sup>c</sup>

Department of acoustics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University. Moscow 119991, Russia  
E-mail: <sup>a</sup>shoma.ufa@gmail.com, <sup>b</sup>timofey@acs366.phys.msu.ru, <sup>c</sup>andreev@acs366.phys.msu.ru

In this work, we presented the results of the experimental study of standing shear waves in the rectangular parallelepiped shaped resonator made of rubber-like polymer material fixed between two wooden rigid plates. Metal bars were attached to one plate to fix the load mass and create an additional static shear stress in the medium due to the gravity. This tension led to a change of elastic characteristics of studied medium which was expressed in the increase of the resonant frequency under stress.

PACS: 43.25.+y

Keywords: shear waves, nonlinear acoustics, resonator, gel-like media, plastisol.

Received 05 July 2017.

## Сведения об авторах

- 1. Асфандияров Шамиль Альбертович — студент; тел.: (495) 939-29-52, e-mail: shoma.ufa@gmail.com.
- 2. Крит Тимофей Борисович — канд. физ.-мат. наук, науч. сотрудник; тел.: (495) 939-29-52, e-mail: timofey@acs366.phys.msu.ru.
- 3. Андреев Валерий Георгиевич — канд. физ.-мат. наук, доцент; тел.: (495) 939-29-52, e-mail: andreev@acs366.phys.msu.ru.