Резонансы внутри ансамбля пор как возможная модель формирования спектра акустического излучения при фильтрации газа через пористые среды

Э. А. Иванова[1,2*] Д. Н. Михайлов[1†]

[1] *Московский научно–исследовательский центр Шлюмберже. Россия, 119285 Москва, ул. Пудовкина, д. 13*

[2] *Московский физико–технический институт. Россия, Московская область, 141701, Долгопрудный, Институтский пер. д. 9*

(Статья поступила 29.06.2017; Подписана в печать 12.09.2017)

Предложена новая модель, описывающая поровое пространство в виде ансамбля взаимосвязанных резонаторов Гельмгольца. С помощью этой модели удалось улучшить воспроизведение особенностей спектра акустического шума, регистрируемого в экспериментах при фильтрации газа через пористые среды. Реализована программа расчета собственных частот системы связанных резонаторов. Представлены результаты работы программы на примере модели порового пространства известняка Indiana. В качестве основного механизма генерации акустического шума газовым потоком рассматриваются микровихри в порах. Появление микровихрей обусловлено инерционными эффектами течения. Представлены численные расчеты на COMSOL Multiphysics которые показывают, что микровихри начинают генерироваться при числах Рейнольдса в порах порядка 1–10.

PACS: 91.60.Lj УДК: 534.2, 534-18

Ключевые слова: акустический шум, течение флюида, пористая среда, математическая модель.

ВВЕДЕНИЕ

Акустические шумы, генерируемые фильтрационным потоком в образцах горных пород, активно изучаются последние десятилетия [1–5]. Интерес к данной теме обусловлен, в частности, развитием новых методов мониторинга разработки месторождений на основе регистрации акустических шумов в скважине. В литературе предложены различные механизмы генерации такого шума, в том числе, формирование вихрей в поровом пространстве, осцилляция гранул породы, пульсация жидкости при течении по порам со случайно меняющейся формой сечения, мобилизация несвязной (остаточной) фазы. Тем не менее, вопрос о выборе физической модели и получении однозначного набора её параметров остается открытым.

Многие экспериментальные данные свидетельствуют о том, что основной частотный диапазон шумов фильтрационного потока слабо зависит от скорости фильтрации и определяется только структурой породы. Данный эффект объясняется резонансом колебаний частиц породы или формированием стоячих волн в длинных поровых каналах. Например, согласно модели [6], акустический шум генерируется колебаниями отдельных гранул скелета породы, а спектр шума соответствует набору частот колеблющихся гранул. Однако, модель включает ряд трудно определяемых параметров (например, коэффициент упругости цементирующих микрочастиц). В работе [3], поровое пространство представляется в виде пучка извилистых капилляров и предполагается, что спектр акустического шума определяется частотами их собственных колебаний. Однако, типичные частоты акустического шума в диапазоне 5–20 кГц [1, 4] могут быть воспроизведены только длинными поровыми каналами около 1.5–3 см. Генерация шума в модели [3] связана с турбулентным течением. Но турбулентность при течении в трубах возникает [8] только при значениях числа Рейнольдса порядка 2000, что не соответствует течению углеводородов в пластах, где число Рейнольдса на несколько порядков ниже.

С другой стороны, активно разрабатываются модели [9, 10], в которых поровое пространство породы представлено как совокупность тел пор, связанных между собой горлышками с некоторой идеализированной геометрией. Такое сочетание тела поры и горлышка соответствует резонатору Гельмгольца [11], который при эквивалентной эффективной длине имеет резонансные частоты ниже, чем собственные частоты труб.

В данной работе предложена новая модель, основанная на рассмотрении порового пространства как ансамбля взаимосвязанных внутренних резонаторов Гельмгольца, с помощью которой удалось лучше воспроизвести особенности спектра экспериментально зарегистрированного шума.

1. МОДЕЛЬ ПОРОВОГО ПРОСТРАНСТВА КАК АНСАМБЛЬ ВЗАИМОСВЯЗАННЫХ ВНУТРЕННИХ РЕЗОНАТОРОВ

Общепринятая теория резонатора Гельмгольца (рис. 1) разработана в предположениях, что вся кинетическая энергия сосредоточена в горлышке, а длина звуковой волны много больше длины резонатора. Последнее предположение позволяет считать, что сжатие флюида происходит равномерно во всем объеме тела резонатора, а флюид в горлышке резонатора несжима-

*E-mail: EIvanova3@slb.com

†E-mail: DMikhailov2@slb.com

ем. Тогда кинетическая энергия флюида в горлышке равна [11]:

$$T_i = \frac{1}{2}\frac{\rho_0}{K_i}\left(\dot{q}_i\right)^2, \tag{1}$$

где $\dot{q}_i$ — скорость потока в горлышке резонатора, K_i — проводимость горлышка, зависящая от его геометрии и шероховатости стенок, ρ_0 — плотность флюида.

Поток флюида $\dot{q}$ из горлышка ведет к изменению давления в теле резонатора:

$$\delta p \approx \beta^{-1}\frac{q}{V_0} = C_s^2\rho_0\frac{q}{V_0}, \tag{2}$$

где β — сжимаемость флюида, V_0 — объем тела резонатора, C_s — скорость звука.

Потенциальная энергия резонатора приближенно определяется как [11]:

$$U_i = \frac{1}{2}\delta p\delta V = \frac{1}{2}C_s^2\rho_0\frac{q^2}{V_0}. \tag{3}$$

По аналогии с «сеточной моделью» [9, 10], воспроизведем поровое пространство в виде системы взаимосвязанных резонаторов Гельмгольца. Пусть N — общее число горлышек. Для исследования собственных колебаний в системе резонаторов воспользуемся методом Лагранжа, в качестве обобщенных координат примем объемы флюидов, прошедших через горлышки — q_i. Предполагая скорость флюида в теле пор пренебрежимо малой, представим общую кинетическую энергию системы как сумму кинетических энергий в каждом горлышке системы:

$$T = \sum_{i=1}^{N} T_i. \tag{4}$$

Общая потенциальная энергия системы зависит от величины и направления смещении флюида во входящих и исходящих горлышках каждой поры и может быть вычислена по следующей формуле:

$$U = \frac{1}{2}C_s^2\rho_0\sum_{i,j=1}^{N}\Lambda_{ij}q_iq_j, \tag{5}$$

где коэффициенты $\Lambda_{ij} = V_m^{-1}$, если оба горлышка i и j связаны с телом поры m; $\Lambda_{ij} = 0$, если $i \neq j$ и горлышки i, j не связаны одним телом поры.

Подставляя (4) и (5) в уравнение Лагранжа, получаем систему из N дифференциальных уравнений второго порядка, определяющих N переменных q_i:

$$\sum_{j=1}^{N} k_{ij}\ddot{q}_j + \alpha_{ij}q_j = 0, \quad i = \overline{1,N}. \tag{6}$$

Решение (6) ищется в форме:

$$q_i = A_i e^{i\omega t}, \; i = \overline{1,N}, \tag{7}$$

Получаем систему из N линейных уравнений для амплитуд A_i:

$$\sum_{j=1}^{N}\left(-k_{ij}\omega^2 + \alpha_{ij}\right)A_j = 0, \; i = \overline{1,N}. \tag{8}$$

Условие согласованности системы (8) приводит к уравнению, определяющему набор из $2N$ собственных частот ω_s:

$$D(\lambda) = \left|-\omega^2\hat{k} + \hat{\alpha}\right| = 0. \tag{9}$$

2. РАСЧЕТ СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ АНСАМБЛЯ ВЗАИМОСВЯЗАННЫХ ТЕЛ И ГОРЛЫШЕК ПОР

Предположим далее, что все горлышки имеют цилиндрическую форму с длиной l_i и радиусом r_i, и что все тела пор имеют сферическую форму с радиусом R_k (рис. 1). В общем случае на каждое тело приходится более одного горлышка.

Гидродинамическая проводимость горлышек:

$$K_i = \frac{S_i}{l_i}, S_i = \pi r_i^2. \tag{10}$$

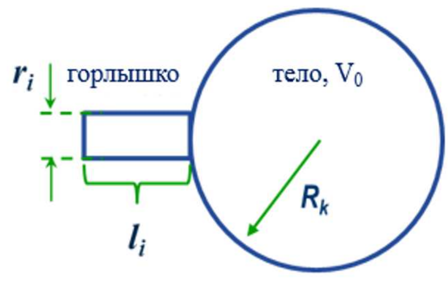

Рис. 1: Резонатор Гельмгольца

Рассмотрим ансамбль взаимосвязанных пор, сгенерированный методом Монте–Карло используя макроскопические параметры известняка Indiana Limestone, приведенные в [12]. Согласно [12], распределение пор по размерам данного известняка может быть аппроксимировано (рис. 2,*а*) логнормальным распределением с параметрами $\sigma^2 = 0.05$, $\mu = 3.7$:

$$g(\zeta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\zeta\,\sigma}\exp\left[-\frac{(\ln(\zeta) - \mu)^2}{2\sigma^2}\right], \tag{11}$$

где ζ — размер пор.

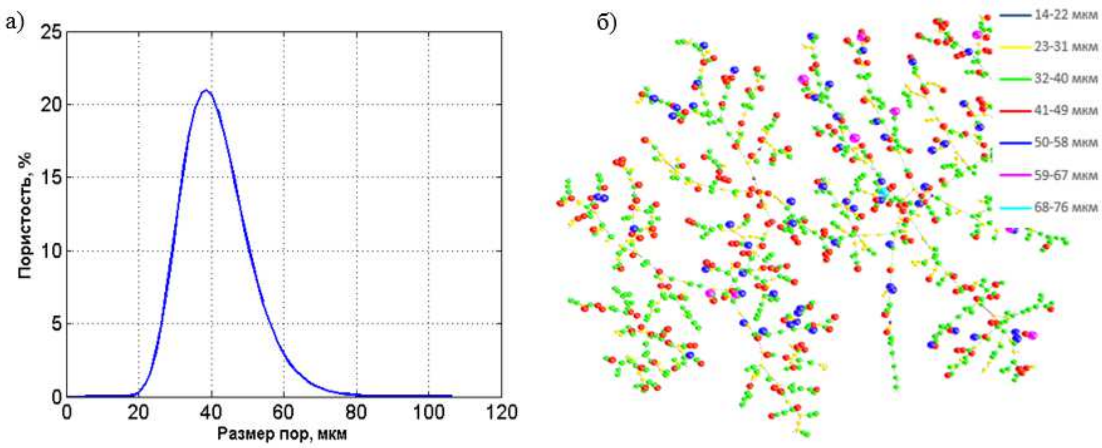

Рис. 2: а — Логнормальное распределение (11) пор по размерам Indiana Limestone ($\sigma^2 = 0.05$, $\mu = 3.7$); б — Визуализация ансамбля поровых резонаторов с использованием Gephi как граф на плоскости

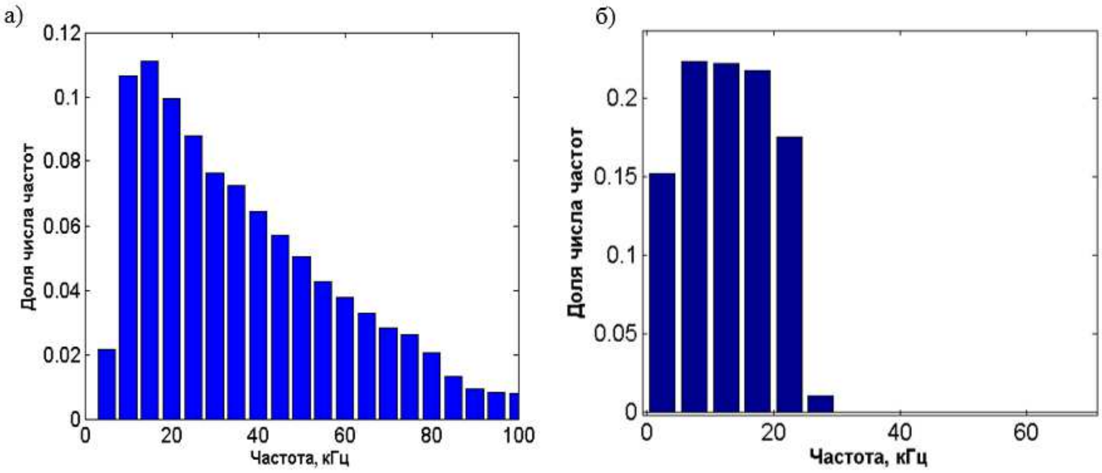

Рис. 3: Гистограмма распределения числа собственных колебаний по частотам ансамбля пор (с шагом 5 кГц) по логнормальному распределению (11) а — первый алгоритм связи, б — второй алгоритм связи

Ансамбль (рис. 2,*б*) получен усреднением по 100 реализациям и состоит из 1024 пор и 1234 горлышек. Среднее число горлышек, приходящихся на одну пору, равно 2.2, а среднее расстояние между порами 180 мкм; радиусы горлышек постоянны и равны 1.35 мкм. Предполагается, что поры заполнены азотом (вязкость $\mu = 17.9$ мкПа·с и плотность $\rho_0 = 1.251$ кг/м3 в стандартных условиях).

Исследовано два алгоритма построения связей между порами. В первом алгоритме горлышком соединяются поры со случайным радиусом из распределения. Во втором алгоритме горлышко соединяет поры с близкими радиусами — радиусы соединяемых пор отличаются не более чем на 10%. Если поры из распределения не попадают в установленный диапазон по радиусу, то диапазон равномерно расширяется. Результаты расчетов по двум алгоритмам представлены в виде распределения числа собственных частот ансамбля пор на каждые 5 кГц (рис. 3). Результат работы первого алгоритма представлен на рис. 3,*а*, второго алгоритма — рис. 3,*б*. Частоты выше 30 кГц пропадаю при работе второго алгоритма. Наличие высоких частот в первом алгоритме можно объяснить существованием резких перепадов между радиусами взаимосвязанных пор, что проявляется во втором алгоритме в значительно меньшей степени.

Известняк Indiana Limestone неоднородный и его распределение пор по размерам (11) может значительно варьироваться. Исследуем влияние смещения максимума распределения пор по размерам, например, в сторону более крупных пор $\mu = 4.4$ (рис. 4,а), используя второй алгоритм построения связей между порами. Как показывают расчеты, плотность распределения собственных частот сместилась в область более

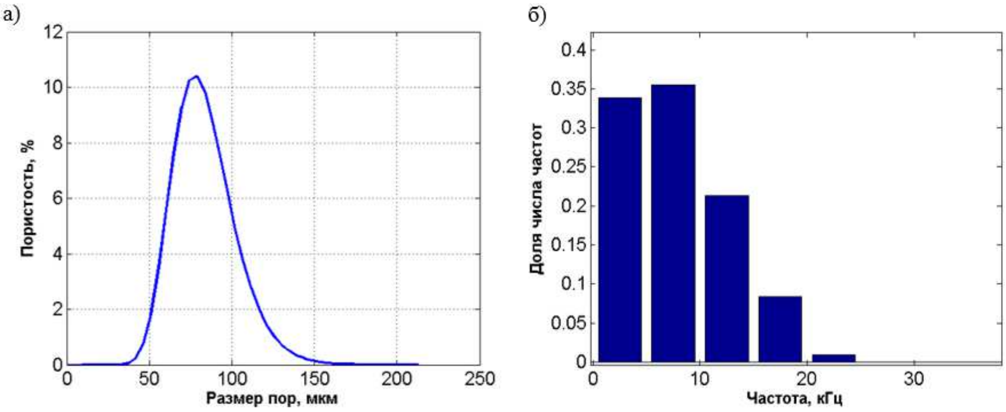

Рис. 4: а — Распределение пор по размерам Indiana Limestone с $\mu = 4.4$; б — Гистограмма распределения числа собственных колебаний по частотам (с шагом 5 кГц) по логнормальному распределению (11) ($\sigma^2 = 0.05$, $\mu = 4.4$)

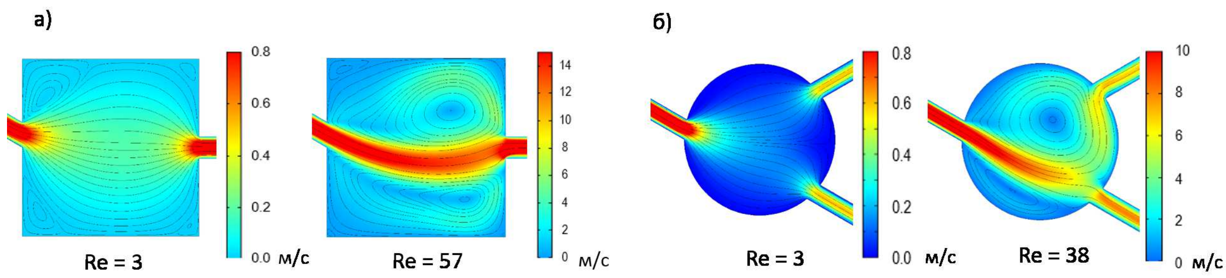

Рис. 5: Результаты численных расчетов (COMSOL Multiphysics) течения азота в двух различных двумерных геометриях пор: а — круглая геометрия; б — квадратная геометрия

низких частот (рис. 4,б) по сравнению плотностью собственных частот на рис. 3,б. Таким образом, смещение максимума распределения к более крупным порам приводит к смещению характерного диапазона частот в область более низких, а смещение максимума распределения к более мелким порам — в область более высоких частот.

Расчеты по обоим алгоритмам показывают, что большинство собственных частот ансамбля пор лежит в диапазоне 5–20 кГц, что соответствует типичному частотному диапазону шумов фильтрационного потока.

3. ВЯЗКО–ИНЕРЦИОННЫЙ ЭФФЕКТ КАК МЕХАНИЗМ ГЕНЕРАЦИИ АКУСТИЧЕСКОГО ШУМА

Согласно экспериментальным данным [5], рассмотрим микровихри, образующиеся в порах за счет инерционных эффектов, как основной источник акустического шума при течении газа через пористую среду. Акустический шум, генерируемый микровихрями в порах, имеет широкий спектр частот, но усиливаются только частоты, соответствующие собственным частотам порового пространства. Однофазное вязко-инерционное течение в пористой среде описывается уравнением Форхгеймера [7]:

$$-\nabla p = \frac{\mu}{k} w + \beta \rho w^2, \tag{12}$$

где μ — вязкость флюида, k — проницаемость породы, β — коэффициент Форхгеймера; гравитационные эффекты опущены.

В правой части (12) первый член соответствует режиму фильтрации Дарси, второй — определяет микроскопические инерционные эффекты. Возникновение дополнительного перепада давления в (12) объясняется образованием микровихрей, что обосновано [7] с помощью численного решения на модели трубы с переменным диаметром.

Нами проведен расчет (COMSOL Multiphysics) течения азота в двух различных двумерных геометриях пор (рис. 5): круглой и квадратной (с целью анализа влияния прямого угла на формирование вихрей). В качестве граничных условий задан профиль скорости на левой границе левого горлышка и постоянное давление на правой границе правого горлышка. Число Рейнольдса вычислено исходя из диаметра левого горлышка, как характерного размера геометрии течения, и скорости потока в нем. Численные расчеты показывают, что микровихри начинают формироваться в порах при малых значениях Рейнольдса порядка $\sim$1–10, что соответствует условиям течения в призабойной зоне газовой скважины. Критическое число Рейнольдса в значительной степени зависит от геометрии пор.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложена новая модель, описывающая поровое пространство как ансамбль взаимосвязанных внутренних резонаторов. Ансамбль сгенерирован методом Монте-Карло на основе распределения пор по размерам и макроскопических параметров породы. В качестве модельного примера рассмотрен известняк Indiana. Приведены расчеты собственных частот при различных связях между порами и вариации максимума распределения пор по размерам. Показано, что большая часть собственных частот находится в диапазоне от 5 до 20 кГц, что соответствует типичному частотному диапазону шумов фильтрационного потока.

С помощью COMSOL Multiphysics проведены численные расчеты течения газа через систему «пора+горлышки». Расчеты показали, что при числах Рейнольдса ~ 1 — 10 в порах начинают формироваться микровихри, возможные осцилляции которых могут являться источником акустических волн. Также установлено, что критическое значение числа Рейнольдса в значительной степени зависит от геометрии пор.

Авторы выражают благодарность эксперту SMR Шако В. В за ценные комментарии и обсуждения, а также старшему научному сотруднику Бурухину А. А. и научным сотрудникам Жарниковой А. В. и Рыжикову Н. И. за помощь при анализе экспериментальных данных.

[1] *Заславский Ю. М.* Техническая Акустика. 2005. Вып. 5.
[2] *Ипатов А. И., Городнов А. В.* и др. Геофизика. 2004. №2. С. 25.
[3] *Красновидов Е. Ю.* РГУ нефти и газа им. И.С. М. Губкина. Москва. 2005.
[4] *Николаев С. А., Овчинников М. Н.* Акустический журнал. 1992. **38**. Вып. 1. С. 114.
[5] *Коротаев Ю. П.* Исследование и режимы эксплуатации скважин. М.: Газовая промышленность. Серия: Разработка и эксплуатация газовых и газоконденсатных месторождений. 1991.
[6] *Овчинников М. Н.* Дисс. Доктор физ.-мат. наук. Казань. 2004.
[7] *Dullien F. A. L.* Porous media: fluid transport and pore structure. San Diego: Academic Press, 1992.
[8] *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теоретическая физика, **6**. Гидродинамика. М.: Наука, 1986
[9] *Blunt M. J., Jackson M. D.*. et al. Adv. Water Resour. 2002. **25**, (8–12). P. 1069.
[10] *van Dijke M. I. J., Sorbie K. S.* Phys. Rev. E. 2002. **66**, N 4. P. 046302.
[11] *Rayleigh Lord* The Theory of Sound. **II**. London: Macmillan, 1896.
[12] *Freire–Gormaly M.* et al. IFP Energies nouvelles. 2016. **71**, P. 33.

Model of inner resonators ensemble to describe of an acoustic noise spectrum by gas flow through porous media

E. A. Ivanova[1,2,a], **D. N. Mikhailov**[1,b]
[1]*Schlumberger Moscow Research. Moscow 119285 Russia*
[2]*Moscow institute of physics and technology. Dolgoprudny 141701, Moscow region, Russia*
E-mail: [a]*EIvanova3@slb.com,* [b]*DMikhailov2@slb.com*

New mathematical model of pore space as a system of coupled Helmholtz resonators was developed. The model allows to improve description of an acoustic noise spectrum, recorded in experiments with gas flow through porous media. An algorithm and code was created for simulation of fundamental frequencies of resonators. The simulation results are presented on the example of the model of Indiana Limestone pore space. The microvortices, appearing in the pores due to inertial effects, are consider as a main mechanism of an acoustic noise generation in the case of the gas flow. Provided numerical simulations (COMSOL Multiphysics) show that the microvortices are formed in the pores at low Reynolds number 1–10.

PACS: 91.60.Lj
Keywords: acoustic noise, fluid flow, porous medium, mathematical model.
Received 29 June 2017.

Сведения об авторах

1. Иванова Эльвира Алексеевна — магистр; e-mail: EIvanova3@slb.com.
2. Михайлов Дмитрий Николаевич — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник; e-mail: DMikhailov2@slb.com.