Изучение зависимости уровня шума турбулентного потока от параметров течения

А. А. Дорофеева,[1,2*] Т. В. Жарников[1†]

[1] *Schlumberger Moscow Research. Россия, 119285, Москва, ул.Пудовкина, д. 13*

[2] *Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра акустики Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2*

(Статья поступила 05.07.2017; Подписана в печать 11.09.2017)

Целью настоящей работы является изучение влияния осредненных характеристик турбулентного потока жидкости или газа в трубе на уровень создаваемого им шума. Роль шума играют гидродинамические флуктуации давления, возрастающие с увеличением числа Рейнольдса, а в качестве параметра потока рассматривается его средняя скорость. В результате теоретического анализа корреляционных функций полей скорости и давления получена зависимость мощности шума от средней скорости. Численное моделирование турбулентного течения было выполнено в стандартном пакете CFD методом крупных вихрей (LES). Рассматривались течения газа с плотностью 100 кг/м^3 в диапазоне чисел Рейнольдса от $3.2 \cdot 10^4$ до $1.3 \cdot 10^5$. Анализ временного распределения флуктуаций давления и скорости показал, что они могут быть описаны в рамках модели локальной изотропной турбулентности в центральной части течения. Зависимость мощности шума от средней скорости потока была найдена путем расчета временных моментов первого и второго порядков для флуктуирующих гидродинамических величин. Сравнение теоретической зависимости с результатами численного моделирования показало хорошее согласие.

PACS: 47.27.Sd, 47.27.ep, 47.27.Gs, 43.50.+y УДК: 534-13, 532.542.4, 532.57.08

Ключевые слова: турбулентное течение, турбулентные шумы, течение в трубе, метод крупных вихрей.

ВВЕДЕНИЕ

Данная работа посвящена установлению связи между мощностью шума турбулентного потока, то есть флуктуациями давления, и его средней скоростью. Эта задача актуальна для таких практических приложений, как пассивный мониторинг расхода жидкости/газа в трубопроводах и скважинах и т.д. Она уже рассматривалась в литературе [1, 2], однако полное понимание до сих пор отсутствует. Например в работе [1] предложена полуэмпирическая зависимость мощности шума от средней скорости $\langle p^2 \rangle \sim k \cdot U_b^3$, однако она обосновывается только наглядными физическими соображения. В данной работе рассматриваются течения с числами Рейнольдса Re от $3.2 \cdot 10^4$ до $1.3 \cdot 10^5$, которые характерны для течений в скважинах. Это соответствует турбулентному режиму течения.

Для установления зависимости мощности шума от среднего расхода в турбулентном потоке в трубе в данной работе используется предположение о локально изотропной турбулентности. Это позволяет связать флуктуации давления и скорости и воспользоваться большим массивом экспериментальных данных о связи флуктуаций скорости со средней скоростью потока. Для численного моделирования изучаемых течений использовался метод крупных вихрей. Сопоставление результатов расчета с полученной полуэмпирической зависимостью дало хорошее согласие.

1. СВЯЗЬ ДИСПЕРСИЙ ДАВЛЕНИЯ И СКОРОСТИ В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОТОКЕ

При выводе связи между среднеквадратичными флуктуациями давления и скорости будем исходить из уравнений Навье–Стокса для ньютоновской жидкости. Поскольку характерные для изучаемых в данной работе течений числа Маха много меньше единицы, правомерно приближение несжимаемой жидкости. В этом случае давление $P(x)$ и компоненты скорости $U_i(x)$ связаны уравнением Пуассона [3]

$$\Delta_x P = \rho \frac{\partial^2 U_i U_j}{\partial x_i \partial x_j}. \qquad (1)$$

Перемножив левые и правые части двух уравнений (1), отнесенных к двум точкам пространства $\mathbf{x}$ и $\mathbf{x}$', и усреднив результат по времени, получим следующее уравнение:

$$\Delta_x \Delta_{x'} \overline{PP'} = \rho^2 \frac{\partial^4 \overline{U_i U_j U'_k U'_l}}{\partial x_i \partial x_j \partial x'_k \partial x'_l} \qquad (2)$$

Представим давление и компоненты скорости в виде суммы осредненной по времени и флуктуирующей составляющих: $P(\mathbf{x}, t) = \overline{p} + p(\mathbf{x}, t)$, $U_i(\mathbf{x}, t) = \overline{u_i} + u_i(\mathbf{x}, t)$. Предположим, что рассматриваемые в данной работе течения можно описывать в рамках модели локальной однородной изотропной турбулентности, когда распределения плотностей вероятности скорости и давления и, следовательно, $\overline{p}$ и $\overline{u_i}$ остаются постоянными во времени и в некоторой области пространства. Такое предположение оправдывается тем, что эти течения являются установившимися, а также результатами приводимого ниже анализа данных численных экспе-

*E-mail: aa.dorofeeva@physics.msu.ru

†E-mail: tzharnikov@slb.com

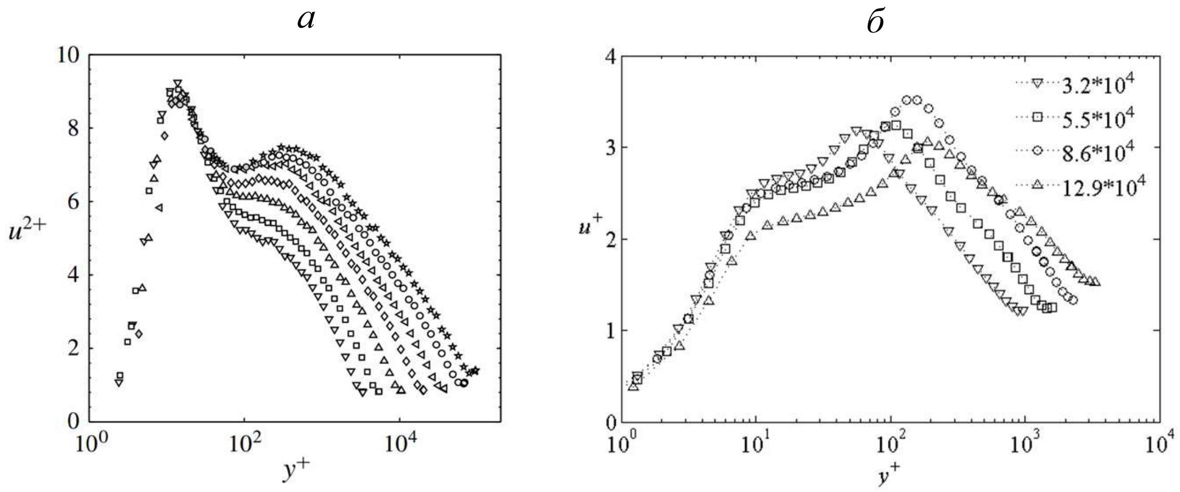

Рис. 1: *а* — экспериментальная зависимость u^{2+} от нормированного расстояния до стенки $y^+ = yu_\tau/\nu$ для *Re* $8.1 \cdot 10^4 \div 6 \cdot 10^6$ [5], *б* — результаты моделирования зависимости u^+ от y^+, значения *Re* приведены на графике

риментов. В этом случае флуктуации давления и скорости также будут связаны уравнением (2). Учитывая то, что $\overline{u_i(\mathbf{x},t)u_j(\mathbf{x},t)u_k(\mathbf{x}',t)u_l(\mathbf{x}',t)}$ есть не что иное, как четырехточечная корреляционная функция флуктуаций скорости $B_{ij,kl}(\mathbf{r},t)$ [3], а $\overline{dpdp'}$ — это двухточечная корреляционная функция флуктуаций давления $B_{pp}(\mathbf{r},t)$, уравнение (2) примет вид:

$$\Delta^2 B_{pp}(\mathbf{r},t) = \rho^2 \frac{\partial^4 B_{ij,kl}(\mathbf{r},t)}{\partial x_i \partial x_j \partial x'_k \partial x'_l}. \qquad (3)$$

В силу предположения об изотропии корреляционные функции зависят только от $r = |\mathbf{r}|$ и можно применить гипотезу Миллионщикова [3], согласно которой $B_{ij,kl}$ факторизуется следующим образом: $\partial^2 B_{ij,kl}(r)/\partial r_i \partial r_j = 2\partial B_{ik}(r)/\partial r_j \cdot \partial B_{jl}(r)/\partial r_i$, где $B_{ij}(r) = \overline{u_i(\mathbf{x},t)u_j(\mathbf{x}',t)}$ — двухточечная корреляционная функция скорости. Функция B_{ij} может быть представлена в виде

$$B_{ij} = [B_{LL} - B_{NN}]\, r_i r_j/r^2 + B_{NN}\delta_{ij},$$

где

$$B_{LL}(r) = \overline{u_L(\mathbf{x},t)u_L(\mathbf{x}',t)},$$

$$B_{NN}(r) = \overline{u_N(\mathbf{x},t)u_N(\mathbf{x}',t)} \; -$$

это продольная и поперечная корреляционные функции скорости, соответственно [3]. Используя то, что в силу уравнения неразрывности функции B_{LL} и B_{NN} связаны соотношением Кармана $B_{NN} = B_{LL} + r/2 \cdot \partial B_{LL}/\partial r$, а также гипотезу Миллионщикова и уравнение (3), функция $B_{p'p'}$ может быть выражена через функцию $B_{LL}(r)$:

$$B_{pp}(r) = 2\rho^2 \int_0^\infty (y - r^2/y)(dB_{LL}/dy)^2 dy. \qquad (4)$$

Отсюда, предполагая, что $B_{LL}(r)$ имеет вид $\overline{u_L^2(t)}\, e^{-r^2/2\lambda^2}$, соответствующий периоду вырождения турбулентности, получаются следующие соотношения [3]:

$$B_{pp}(r) = \rho^2 \overline{u^2(t)}\; e^{-r^2/\lambda^2} = \rho^2 B_{LL}(r)^2, \qquad (5)$$

$$B_{pp}(0) = \sigma_p^2 = \overline{(p - \overline{p})^2} = \rho^2 \overline{u^2(t)}. \qquad (6)$$

Таким образом, среднеквадратичные значения флуктуаций давления и скорости в турбулентном потоке связаны между собой.

2. СВЯЗЬ МОЩНОСТИ ШУМА СО СРЕДНЕЙ СКОРОСТЬЮ ПОТОКА

Средняя скорость турбулентного течения в трубе распределена по радиусу по логарифмическому закону [4]. Ввиду медленного изменения функции логарифма, среднюю скорость потока U_b можно принять равной его скорости в центре трубы: $U_b = u_\tau/\kappa \cdot \ln(Ru_\tau/\nu)$, где R — радиус трубы, $\kappa = 0.41$ — постоянная Кармана, ν — кинематическая вязкость жидкости, u_τ — так называемая скорость трения. Величина u_τ определяется как $u_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho}$ через касательное напряжение на стенке τ_w, которое возникает под действием продольного градиента давления. Скорость u_τ выражается через U_b с помощью W–функции Ламберта, являющейся обратной к функции $y = xe^x$ следующим образом:

$$u_\tau = \frac{\nu}{R} \cdot \left(W\left(\exp\left(U_b R\kappa/\nu\right)\right)\right). \qquad (7)$$

В литературе приведено много данных по измерениям распределения нормированной дисперсии скорости

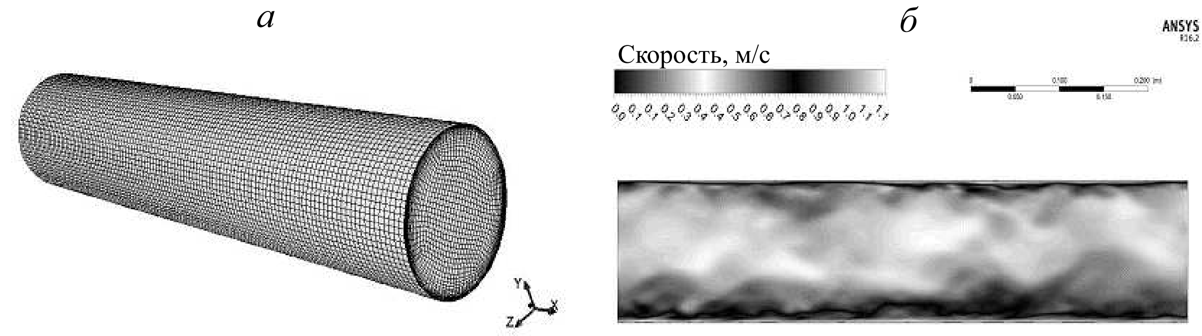

Рис. 2: *а* — расчетная сетка, *б* — распределение модуля мгновенной скорости потока в центральном сечении трубы

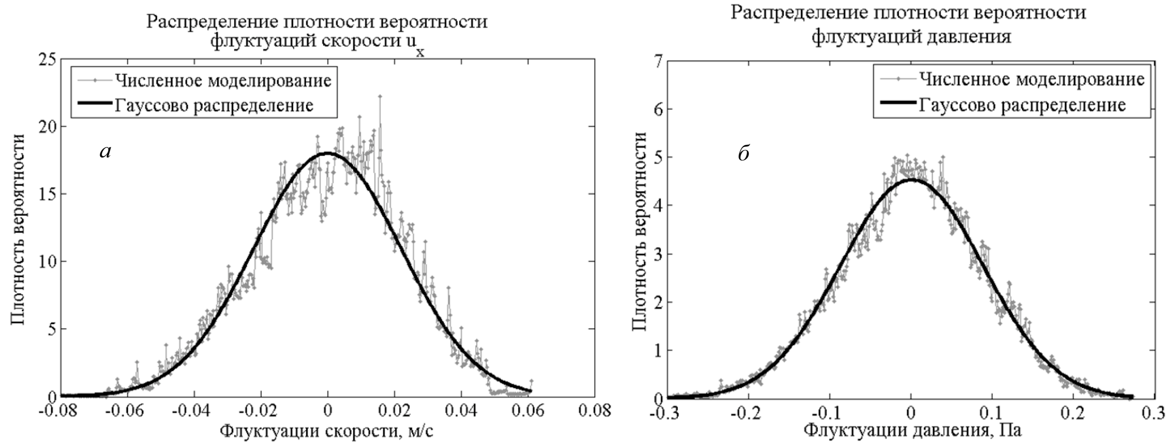

Рис. 3: Распределение плотности вероятности флуктуаций продольной компоненты скорости (*а*) и давления (*б*) в сравнении с гауссовым распределением

турбулентного потока по радиусу трубы для широкого диапазона чисел Рейнольдса *Re* [5–7]. Такие распределения оказываются универсальными ввиду закона гидродинамического подобия. Было замечено, что в центре трубы нормированная дисперсия скорости

$$u^{+}(R)=\sqrt{\overline{u^{2}(t,R)}}\Big/u_{\tau}$$

слабо зависит от *Re* (рис. 1,*а*) [5]. Этот вывод согласуется с результатами проведенного в данной работе численного моделирования (рис. 1,*б*).

Тогда, учитывая соотношение (6), можно написать $\sigma_p=\rho\left(C_u u_\tau\right)^2$, где коэффициент $C_u=\sqrt{\overline{u^2(t,R)}}\Big/u_\tau\approx 1$. Мощность шума в дБ определяется через дисперсию давления как $N = 20\log_{10}\left(\sigma_p/p_{ref}\right)$, где p_{ref} — порог слышимости. Подставляя сюда выражение (7) для u_τ, можно выразить мощность шума в центре трубы через среднюю скорость потока:

$$N=20\,\log_{10}\left(\sigma_p/p_{ref}\right)= \\ =20\,\log_{10}\left(\rho\left(C_u\frac{\nu}{R}W\left(\exp\left(U_bR\kappa/\nu\right)\right)\right)^2\Big/p_{ref}\right). \tag{8}$$

3. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Численное моделирование турбулентного течения проводилось в пакете Fluent с использованием 8 ядер. В расчетах использовалась сетка с постоянным шагом в центре трубы и сгущением к стенкам (показана на рис. 2,*а*). Радиус трубы был принят $R=129$ мм, длина расчетной области была выбрана равной $10R$. Использовались периодические граничные условия. Градиент давления ∇p_w, обеспечивающий заданный средний расход, оценивался как $\nabla p_w=-2\rho u_\tau^2/R$ [4]. Размер ячеек и шаг по времени выбирались таким образом, чтобы обеспечить сходимость решения и разрешить все масштабы турбулентности вплоть до ламинарного подслоя. Параметры сетки выбирались исходя из оценок u_τ при заданной средней скорости на основании стандартных формул [8] (смотри также формулу (7)). Анализировались флуктуации давления и скорости в нескольких точках по сечению трубы (рис. 2,*б*).

Одним из основных признаков локально изотропного поля является гауссово распределение [3]. На рис. 3,*а*, *б* показаны полученные в расчетах распределения флуктуаций давления и продольной компоненты скорости. Их согласие с гауссовым распределением довольно хорошее, что оправдывает использование предположения локальной изотропии турбулентности в центральной области течения.

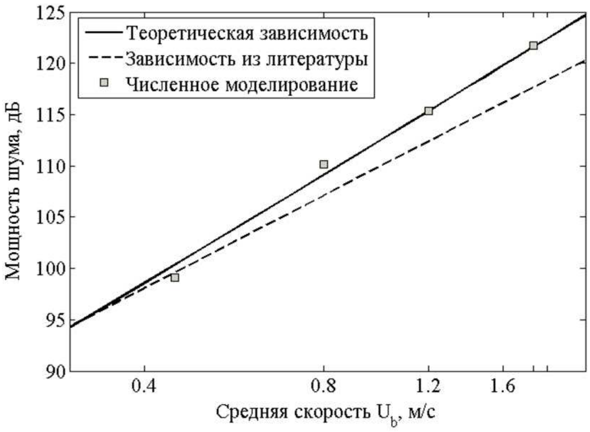

Рис. 4: Сравнение предложенной зависимости мощности шума от средней скорости потока (8) с результатами численного моделирования и зависимостью, предложенной в работе [1]

На рис. 4 представлены результаты численного моделирования течения газа с плотностью $\rho = 10^2$ кг/м^3, числа Рейнольдса принимали значения в диапазоне от от $3.2 \cdot 10^4$ до $1.3 \cdot 10^5$. Показана зависимость мощности шума в центральной области трубы от средней скорости потока U_b. Как видно, результаты численного моделирования хорошо описываются теоретической зависимостью (8) при $C_u = 1.2$, причем верно оценивается не только общее поведение зависимости, но и абсолютная мощность шума в децибелах. Для сравнения, предложенная в работе [1] полуэмпирическая зависимость $\langle p^2 \rangle \sim k \cdot U_b^3$ хуже согласуется с результатами численного моделирования и не дает абсолютных значений мощности шума.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе была изучена зависимость мощности шума от среднего расхода в турбулентном потоке в трубе. В результате простого теоретического анализа для этой зависимости была получена полуэмпирическая формула (8). Несмотря на то, что в целом течение в трубе заведомо не является изотропным и однородным, применение модели локальной однородной изотропной турбулентности для описания центральной части течения и зависимости мощности шума от средней скорости оказывается осмысленным, что подтверждается результатами последующего сравнения с данными численных расчетов. Для проверки формулы (8) была отработана методика численного моделирования на основе метода крупных вихрей для чисел Рейнольдса, характерных для рассматриваемого круга течений. Сравнение предложенной зависимости с результатами численных расчетов показало хорошее согласие, лучшее, чем для некоторых других существующих в литературе зависимостей.

[1] *McKinley R. M., Bower F. M., Rumble R. C.* J. Pet. Tech. 1973. P. 329
[2] *Willmarth W. W.* Annu. Rev. Fluid. Mech. 1975. **7**, P. 13.
[3] *Монин А. С., Яглом А. М.* Статистическая гидромеханика. Часть 2. М.: Наука, 1967.
[4] *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теоретическая физика. **6**. Наука. М., 1986.
[5] *Vallikivi M., Hultmark M., Smits A. J.* J. Fluid Mech. 2015. **779**. P. 371.
[6] *Hultmark M., Vallikivi M., Bailey S. C. C., Smits A. J.* Phys. Rev. Lett. 2012. **108**. 094501.
[7] *Лойцянский Л. Г.* Механика жидкости и газа. М.: Дрофа, 2003.
[8] *Гарбарук А. В., Стрелец М. Х., Шур М. Л.* Моделирование турбулентности в расчетах сложных течений СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2012.

The study of noise level dependence on flow parameters

A. A. Dorofeeva[1,2,a], **T. V. Zharnikov**[1,b]
[1] *Schlumberger Moscow Research. Moscow 119285, Russia*
[2] *Department of acoustics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University. Moscow 119991, Russia*
E-mail: [a]*aa.dorofeeva@physics.msu.ru*, [b]*tzharnikov@slb.com*

The purpose of this paper is to study the effect of averaged characteristics of the turbulent flow in a pipe on the level of produced noise. The role of noise is played by hydrodynamic pressure fluctuations, increasing with rising Reynolds number, and the average flow velocity is considered as a flow parameter. As a result of the theoretical analysis of the correlation functions of the velocity and pressure fields, the dependence of the noise power on the average velocity was obtained. Numerical modeling of the turbulent flow was performed in a standard CFD package using Large Eddy Simulation (LES) approach. Flows of gas with a density of 100 kg/m3 in the range of Reynolds numbers from $3.2 \cdot 10^4$ to $1.3 \cdot 10^5$ were considered. The analysis of the temporal distribution of pressure and velocity fluctuations showed that they conform with the local isotropic turbulence model in the central part of the flow. The dependence of the noise level on the mean flow velocity was found by calculating the first and the second order moments for fluctuating hydrodynamic quantities. Comparison of the theoretical dependence with the results of numerical simulation showed good agreement.

PACS: 47.27.Sd, 47.27.ep, 47.27.Gs, 43.50.+y.
Keywords: turbulent flow, turbulent flow noise, pipe flow, LES.
Received 05 July 2017.

Сведения об авторах

1. Дорофеева Алиса Александровна — магистрант; e-mail: aa.dorofeeva@physics.msu.ru.
2. Жарников Тимур Вячеславович — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник; тел.: (495) 935-82-00, e-mail: tzharnikov@slb.com.