Анализ робастных алгоритмов пеленгации источников звука

В. И. Турчин*
Институт прикладной физики РАН. Россия, 603950 Нижний Новгород, ул. Ульянова, д. 46
(Статья поступила 06.07.2017; Подписана в печать 13.09.2017)

Построен максимально правдоподобный робастный алгоритм для пеленгации тонального источника в присутствии плавных флуктуационных искажений поля на раскрыве линейной антенной решетки; алгоритм инвариантен к коэффициентам, определяющим искажения поля. Построена граница Крамера-Рао для дисперсии оценки пеленга. Показано, что дисперсия зависит от набора коэффициентов; некоторые реализации коэффициентов в большой степени могут увеличить дисперсию оценки. Приведены численные примеры робастных оценок пеленга для «хороших» и «плохих» флуктуаций, которые сопоставлены с обычными оценками пеленга.

PACS: 43.60.+d УДК: 681.883
Ключевые слова: подводная акустика, обработка сигналов, робастные алгоритмы.

ВВЕДЕНИЕ

Эффективность обработки сигналов в антенных решетках (АР) во многих случаях может снижаться из-за рассогласования между моделью сигнала, используемой в алгоритме обработки, и реальной структурой поля. Причины этого рассогласования могут быть весьма разнообразны: погрешности калибровки АР, неконтролируемые изменения ее формы, флуктуации звукового поля и т.д. Потери эффективности, очевидно, зависят как от характеристик рассогласования, так и от типа используемого алгоритма. Поскольку часто рассогласование не может быть исключено, желательно использовать такие алгоритмы, которые при разумных требованиях к потери точности допускали бы определенное рассогласование. Подобные алгоритмы, получившие название робастных, начали создаваться в конце прошлого — начале нынешнего века: см. [1]. Особенно заметно эффекты рассогласования проявились в методе обработки, согласованной со средой [2], где по сигналам на элементах вертикальной АР определялась глубина источника и расстояние до него. В качестве модели поля при этом использовались результаты расчета поля в подводном звуковом канале при известной гидрологии. Из-за неточного знания гидрологии и флуктуаций звукового поля обычные методы обработки не давали результата; эффективность же робастных методов была блестяще продемонстрирована Дж. Кроликом в эксперименте в Средиземном море [3].

При разработке робастных методов в основном рассматривались алгоритмы пеленгации источников случайного поля в узкополосном приближении; наибольшее число публикаций относится к робастным модификациям метода минимизации дисперсии на выходе АР (обобщения метода Кейпона) с ограничениями за счет введения информации о неточном знании модели поля в систему ограничений. Степень незнания структуры поля, описываемой вектором $\mathbf{c}$, зависящим от искомых параметров[11], в основном задавалась: *а* — с помощью неравенства $\|\mathbf{c}-\mathbf{c}_0\| \le \varepsilon$ для нормы разности между модельным вектором $\mathbf{c}_0$ и гипотетическим реальным вектором $\mathbf{c}$, входящим как аргумент в другие ограничения (например, [1, 5]), *б* — путем замены $\mathbf{c}$ матрицей $E\{\mathbf{c}\mathbf{c}^H\} = \mathbf{R}_c$, описывающей некоторый ансамбль $\mathbf{c}$ (например, [3, 4, 6]), здесь $E\{.\}$ — операция усреднения, индекс H означает эрмитово сопряжение. Было получено много нетривиальных алгоритмов, однако, по мнению автора, не были до конца рассмотрены следующие фундаментальные вопросы: до какой степени робастные алгоритмы могут компенсировать рассогласование, и насколько ухудшается точность оценки, например, пеленга, получаемой с помощью робастного алгоритма, при рассогласовании по сравнению с отсутствием рассогласования. Детальное исследование этих вопросов для известных алгоритмов затруднено определенной сложностью их структуры, поэтому ниже сделана попытка проанализировать возможности робастного подхода для наиболее простой модели: пеленгации тонального источника линейной АР на фоне белого шума в присутствии искажений поля на раскрыве. Как будет показано ниже, такой подход позволяет вскрыть некоторые особенности построения робастных алгоритмов и их ограничения в оценке параметров источников.

1. РОБАСТНЫЙ АЛГОРИТМ ОЦЕНКИ ПЕЛЕНГА ТОНАЛЬНОГО ИСТОЧНИКА

Отсчеты поля p_n на n-м элементе линейной АР представим в виде суммы отсчетов поля плоской волны с углом прихода ϕ и фоновой помехи ξ_n

$$p_n = a_n e^{i\kappa x_n s} + \xi_n, \quad n = 1, ..., N, \tag{1}$$

где κ — волновое число, x_n — координата n-го элемента, $s = \sin\phi$. Вектор $\boldsymbol{\xi}$ в дальнейшем будем считать распределенным по нормальному закону с нулевым средним и матрицей корреляции $E\{\boldsymbol{\xi}\boldsymbol{\xi}^H\} = \sigma^2\mathrm{I}$,

*E-mail: turchin@appl.sci-nnov.ru

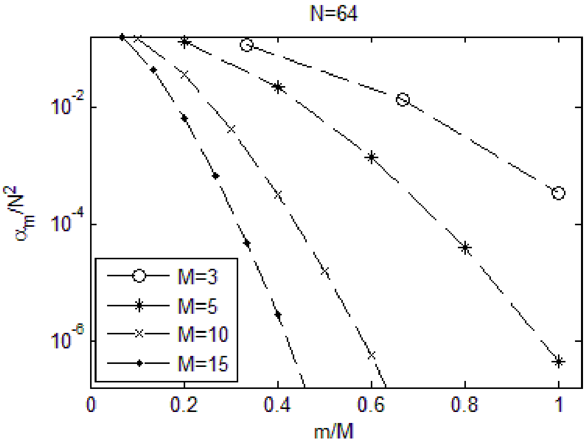

Рис. 1: Собственные числа W для разных M

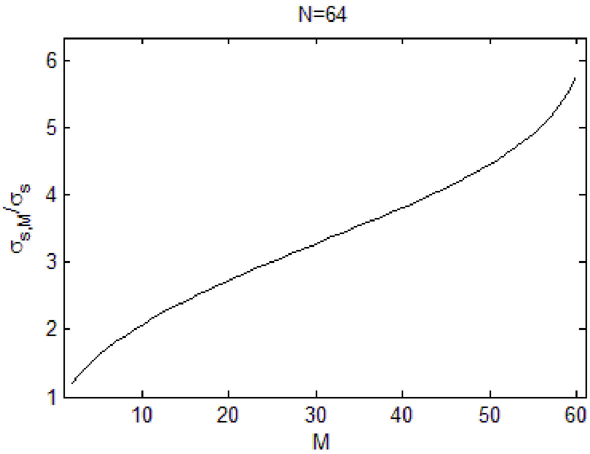

Рис. 2: Относительное СКО оценки синуса пеленга «в среднем»

I — единичная матрица, a_n — комплексные амплитуды, отличие которых от константы характеризует искажения поля плоской волны вследствие флуктуаций среды, особенностей рельефа дна и т.п. Будем считать зависимость $a_n = a(x_n)$ достаточно гладкой, так что вектор $\mathbf{a} = (a_1, ..., a_N)^T$ может быть представлен в виде разложения по сумме $M < N$ ортонормированных векторов $\mathbf{u}_m$ с коэффициентами разложения θ_m:

$$\mathbf{a} = \sum_{m=1}^{M} \theta_m \mathbf{u}_m. \tag{2}$$

Нетрудно видеть, что модель (1), (2) содержит $2M + 1$ неизвестный вещественный параметр: $\mathrm{Re}\{\theta_1\}, ..., Im\{\theta_M\}, s$. Их максимально правдоподобная (МП) оценка может быть найдена с помощью метода наименьших квадратов, где θ_m находятся как коэффициенты линейной регрессии (см., например, [7]), а оценка синуса пеленга — как положение глобального максимума функции $F(s)$ [8]

$$F(s) = \mathbf{p}^H(\mathrm{D}_s \mathrm{U}\mathrm{U}^H \mathrm{D}_s^H)\mathbf{p}, \quad \mathrm{U} = \sum_{m=1}^{M} \mathbf{u}_m \mathbf{u}_m^H \tag{3}$$

где D_s — диагональная матрица, элементами которой являются отсчеты поля плоской волны: $\mathrm{D}_s = \mathrm{diag}\{\exp(i\kappa x_n s)\}$. Дисперсия оценок θ_m и s может быть найдена с помощью матрицы Фишера Φ для $2M+1$ неизвестных параметров. Последняя имеет вид (см., например, [9])

$$\Phi = \frac{2}{\sigma^2} \begin{pmatrix} \mathrm{I}_{2M} & \mathbf{v} \\ \mathbf{v}^H & \phi_{ss} \end{pmatrix}, \tag{4}$$

где I_{2M} — $2M \times 2M$ — единичная матрица, $\mathbf{v}$ — $2M \times 1$ — вектор:

$$\mathbf{v} = \kappa[-\mathrm{Im}\{\mathbf{u}_1^H \mathrm{D}_x \mathrm{U}\theta\}, \mathrm{Re}\{\mathbf{u}_1^H \mathrm{D}_x \mathrm{U}\theta\}, \\ -\mathrm{Im}\{\mathbf{u}_2^H \mathrm{D}_x \mathrm{U}\theta\}, ..., \mathrm{Re}\{\mathbf{u}_M^H \mathrm{D}_x U\theta\}]^T,$$

D_x — $N \times N$ —диагональная матрица вида $\mathrm{D}_x = \mathrm{diag}\{x_n\}$, $\varphi_{ss} = \kappa^2 \theta^H \mathrm{U}^H \mathrm{D}_x^2 \mathrm{U}\theta$. Используя явный вид матрицы, обратной к (4) [10], и считая АР эквидистантной с межэлементным расстоянием в полдлины волны, получаем следующее выражение для дисперсии оценки синуса пеленга $\sigma_{s,M}^2$:

$$\sigma_{s,M}^2 = \frac{1}{2\pi^2} \frac{\sigma^2}{\theta^H \mathrm{W} \theta}, \quad \mathrm{W} = \mathrm{U}^H \mathrm{D}_n^2 \mathrm{U} - (\mathrm{U}^H \mathrm{D}_n \mathrm{U})^2, \tag{5}$$

$\mathrm{D}_n = \mathrm{diag}\{n - (N+1)/2\}$. Для сравнения приведем известное аналогичное выражение для дисперсии σ_s^2 в отсутствии искажений поля, когда $a_n = A$ [9, 10]:

$$\sigma_s^2 = \frac{1}{2\pi^2} \frac{\sigma^2}{|A|^2 Sp(\mathrm{D}_n^2)}. \tag{6}$$

В отличие от дисперсии (6), зависящей только от отношения «сигнал–шум» (ОСШ) $\sigma/|A|$ на элементах АР, дисперсия (5) зависит от соотношений между элементами θ. Чтобы сравнить (5) и (6), определим средний квадрат амплитуды на элементах АР как $\overline{|A|^2} = \mathbf{p}^H\mathbf{p}/N$; из (1), (2) следует, что $\overline{|A|^2} = \theta^H\theta/N$. Для фиксированной нормы $\theta^H\theta$ экстремальные значения $\theta^H \mathrm{W}\theta$ достигаются для θ, пропорциональных собственным векторам матрицы W, и, с учетом наложенных ограничений, составляют $\mathrm{extr}\{\theta^H \mathrm{W}\theta\} = N\overline{|A|^2}\alpha_m$, где α_m — собственные числа W. Для дальнейших численных оценок в качестве $\mathbf{u}_m$ возьмем комплексные экспоненты: $[\mathrm{U}]_{nm} = \exp[2\pi i\, m'n'/N]/\sqrt{N}$, $m' = m-1$, $n' = n-1$. На рис. 1 показаны спектры собственных чисел W для разных M. Как видно из рис. 1, даже при малых M спектр W содержит неприемлемо малые числа, так что могут иметь место такие θ, для которых пеленг практически не может быть определен, так как в (5) $\sigma_{s,M}^2 \sim 1/\alpha_m$. Можно также рассмотреть ситуацию, когда θ — случайные независимые вектора с матрицей

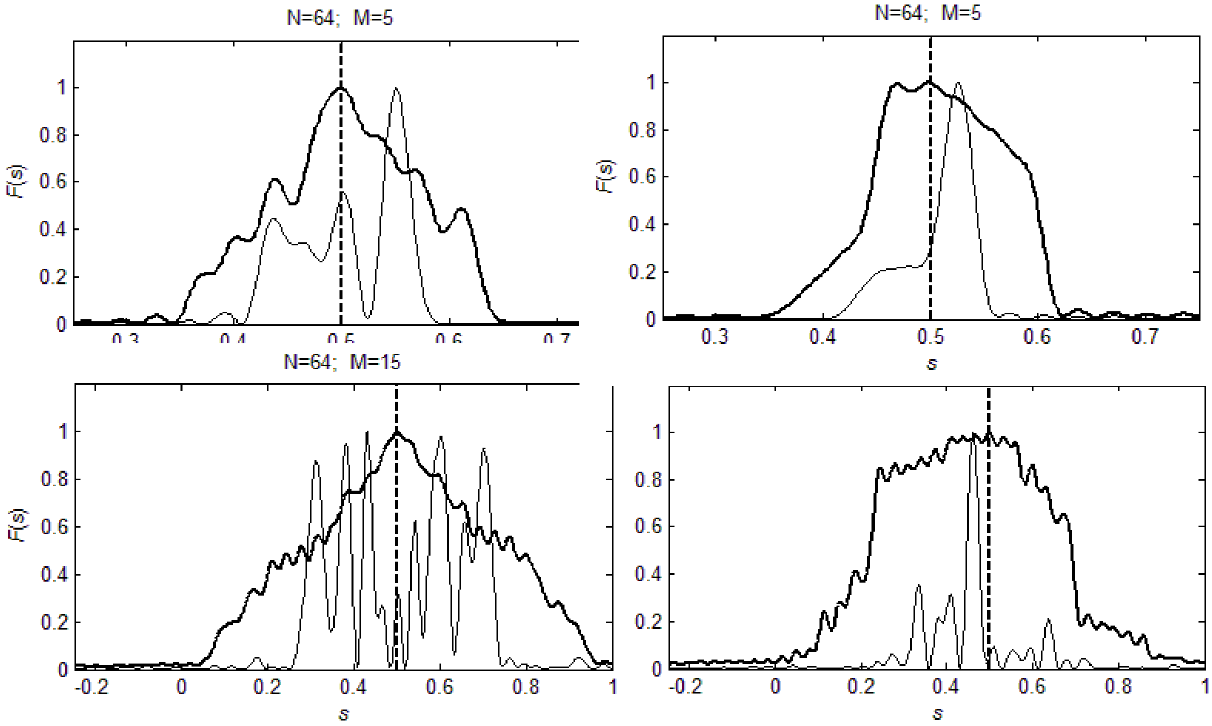

Рис. 3: Пеленгационные рельефы, построенные в соответствии с (3) (жирные кривые) и обычным способом (тонкие кривые) для двух значений $M = 5$, 15 для условно «хороших» (слева) и «плохих» (справа) коэффициентов θ

корреляции $\mathrm{E}\{\theta\theta^H\} = (N\overline{|A|^2}/M)\mathrm{I}$. В этом случае (5) переходит в

$$\sigma_{s,M}^2 = \frac{1}{2\pi^2}\frac{M\sigma^2}{\overline{|A|^2}NSp(\mathrm{W})}. \tag{7}$$

На рис. 2 показана зависимость среднеквадратического отклонения (СКО) оценки $\sigma_{s,M}$ (7), нормированной на σ_s (6), показывающая, насколько «в среднем» будет теряться точность при искажении поля.

В результате мы получили следующее. Хотя робастный алгоритм оценки пеленга, инвариантный к искажениям поля, имеет точную максимально правдоподобную формулировку, и при случайном наборе коэффициентов, определяющих возмущение поля, «в среднем» СКО оценки синуса пеленга взрастает несущественно, даже при пространственном масштабе возмущений порядка длины АР ($M/N \ll 1$) существуют «неудобные» наборы коэффициентов θ, для которых погрешность оценки оказывается неприемлемо высокой. Это проиллюстрировано на рис. 3, где даны графики пеленгационных рельефов (3) для «хороших» и «плохих» θ. Графики построены с добавлением фонового шума, соответствующего ОСШ 10 дБ на одном элементе. Параллельно даны пеленгационные рельефы, полученные обычным сканированием. Как видно из рис. 3, все же робастная обработка в целом снижает эффект рассогласования.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Построен робастный алгоритм оценки пеленга тонального источника, инвариантный к плавным искажениям поля на апертуре АР. Показано, что в среднем (при случайных коэффициентах, формирующих искажения) СКО оценки возрастает несущественно, но существуют наборы коэффициентов, для которых погрешность оценки становится неприемлемо высокой. Это заставляет с известной осторожностью относиться к робастным оценкам и исследовать их на предмет выявления таких «неудобных» искажений.

[1] Robust Adaptive Beamforming. Ed. by *J. Li, P. Stoica*. N.J.: John Wiley & Sons, Inc., 2006.

[2] *Сазонтов А.Г., Малеханов А.И.* Акуст. журн. 2015. **61**, №2. С. 233.

[3] *Krolik J.L.* IEEE Trans. Signal Processing. 1996. **44**, N 10. P. 2605.

[4] *Hassanien A., Shahbazpanahi S., Gershman A.B.* IEEE Trans. Signal Processing. 2004. **52**, N 1. P. 280.

[5] *Somasundaram S.D.* IEEE Trans. Signal Processing. 2012. **60**, N 11. P. 5845.
[6] *Rьbsamen M., Gershman A.B.* IEEE Trans. Signal Processing. 2012. **60**, N 2. P. 740
[7] *Дрейпер Н., Смит Г.* Прикладной регрессионный анализ. Пер. с англ. М., 2007.
[8] *Турчин В.И.* Введение в современную теорию оценки параметров сигналов. Нижний Новгород, 2005.
[9] *Kay S.* Foundamentals of statistical signal processing. *1*. Estimation theory. 1998.
[10] *Марпл–мл. С.Л.* Цифровой спектральный анализ и его приложения. Пер. с англ. М., 1990.
[11] Например, при пеленгации удаленного источника в качестве *c* берутся отсчеты плоской волны на элементах АР, зависящие от углового положения источника

Analysis of robust processing algorithm for sound source bearing estimation

V.I. Turchin

[1]*Institute of Applied Physics RAS, Nighni Novgorod, 603950, Russia*
E-mail: turchin@appl.sci-nnov.ru

Maximum likelihood robust algorithm for tonal source bearing estimation is designed in the presence of smooth field fluctuations on the aperture of linear antenna array; the algorithm is invariant with respect to coefficients determined field distortion. The Cramer–Rao bound is drawn for bearing estimation error variance. It was shown, that the variance depends on coefficient set; some realizations of coefficients can dramatically increase the estimation variance. The numerical examples of robust bearing estimates for «good» and «bad» fluctuations as well as the comparison with the conventional bearing estimates are given.

PACS: 43.60.+d
Keywords: nderwater acoustics, signal processing, robust algorithms.
Received 06 July 2017.

Сведения об авторе
Турчин Виктор Игоревич — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник, ст. науч. сотрудник; e-mail: turchin@appl.sci-nnov.ru.