О локальном эффекте взаимодействия мод низкочастотного звукового поля в случайно-неоднородном двумерном мелком море

О.Э. Гулин,* И.О. Ярощук[†]

Тихоокеанский океанологический институт имени В.И. Ильичева ДВО РАН Россия, 690041, Владивосток, ул. Балтийская, д.43 (Статья поступила 23.06.2017; Подписана в печать 26.06.2017)

Рассмотрена статистическая задача о распространении низкочастотного звука в волноводе мелкого моря с двумерными случайными неоднородностями. Исследуется закон спадания средней интенсивности поля с расстоянием в условиях флуктуирующего термоклина и при наличии поглощающего жидкого дна. В рамках метода поперечных сечений показано, что взаимодействие мод с расстоянием при не слишком сильных флуктуациях волновых чисел мод носит локальный характер, поэтому его учет является лишь некоторой добавкой к адиабатическому решению для интенсивности, в целом не меняющей средний закон потерь при распространении. Проведено сопоставление с результатами диффузионного приближения.

РАСS: 43.30.Вр, 43.30.Ft, 43.30.Re. УДК: 534.23. Ключевые слова: случайно-неоднородное мелкое море, средняя интенсивность акустического поля, метод поперечных сечений, взаимодействие мод, адиабатическое и диффузионное приближения.

введение

Для описания влияния флуктуаций скорости звука в океане на распространение низкочастотных акустических сигналов в работах [1, 2] был предложен подход, получивший название диффузионного приближения, который в дальнейшем использовался во многих исследованиях (см., например, работы [3-5] и приведенные там многочисленные ссылки). Указанный подход является, по-сути, методом малых возмущений, примененным к приближенным уравнениям однонаправленного распространения (рассеяния вперед) для акустических мод глубоководного волновода, поэтому описание на его основе тем лучше, чем слабее случайные неоднородности в морской среде, и чем менее выражены флуктуации акустического сигнала. Последнее, однако, оказывается несправедливым при рассмотрении случайной среды мелкого моря, где важным фактором, по сравнению с распространением звука в глубоком океане, является присутствие проницаемого поглощающего дна. В этом случае волновые числа мод, фигурирующие в решении задачи, комплексны, что усиливает флуктуации поля и приводит к новым важным эффектам, рассмотренным в [6, 7]. В продолжение этих исследований в настоящей работе для случайного мелкого моря с 2D-флуктуациями скорости звука анализируется сравнительный вклад в среднюю интенсивность поля от межмодового взаимодействия, вытекающего из диффузионного приближения [1, 2], и из более точного метода поперечных сечений, или локальных мод. Аналитические оценки и численное моделирование показывают, что в рамках диффузионного приближения взаимодействие мод принципиально определяет поведение статистических моментов звукового поля, тогда как в методе поперечных сечений (МПС) взаимодействие мод является знакопеременной добавкой к адиабатическому решению, не накапливающейся с расстоянием.

1. ФОРМУЛИРОВКА ПРОБЛЕМЫ

Рассмотрим морскую среду с горизонтальными границами, включающую водный слой и жидкий слой донных осадков. В водном слое с постоянной плотностью ρ_0 , средний профиль скорости звука $c_0(z)$ испытывает слабые двумерные флуктуации $\delta c(r,z) = c(r,z) - c_0(z), \ |\delta c/c_0| \ll 1 \ (r,z$ — координаты цилиндрической системы). Случайное поле скорости звука $\epsilon(r,z) = -2\delta c(r,z)/c_0$ считаем гауссовым со средним значением, равным нулю $\langle \epsilon(r,z) \rangle = 0$ (угловые скобки означают усреднение по ансамблю случайных реализаций), и некоторой анизотропной корреляционной функцией $B_{\epsilon}(r_1 - r_2, z_1 - z_2) \equiv \langle \epsilon(r_1, z_1) \epsilon(r_2, z_2) \rangle$, имеющей амплитуду $B_{\epsilon}(0, 0) = \sigma_{\epsilon}^2$ (безразмерная интенсивность флуктуаций) и масштабы пространственной корреляции по горизонтали L_r и глубине L_z. Модельное жидкое дно примем однородным со значениями плотности, скорости звука и поглощения: ρ_1 , c_1 , β_1 . Поле давления p(r, z) в стохастическом волноводе от монохроматического источника, расположенного в точке $r = 0, z = z_0$, удовлетворяет линейным уравнениям акустики с двумерно-неоднородными коэффициентами c(r, z). Представим его в волновой зоне источника посредством разложения по локальным модам данного случайного волновода:

$$p(r,z) = \sum_{m=1}^{M} G_m(r) \varphi_m(r,z),$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \varphi_m(r,z) + \left[k^2(r,z) - \kappa_m^2(r)\right] \varphi_m(r,z) = 0.$$
(1)

^{*}E-mail: gulinoe@poi.dvo.ru

[†]E-mail: yaroshchuk@poi.dvo.ru

Собственные функции φ_m на поверхности (z = H)и на дне (z = 0) океана удовлетворяют следующим граничным условиям: $\varphi_m(r, H) = 0$, $\varphi_m(r, 0) + g_m(r)\varphi'_m(r, 0) = 0$, где $g_m(r)$ характеризует импеданс проницаемого дна, а квадрат волнового числа $k^2(r,z)=k_0^2(z)[1+\epsilon(r,z)]$ является случайной функцией благодаря флуктуациям скорости звука $\epsilon(r,z),$ $k_0=\omega/c_0.$ В нерегулярном волноводе в пренебрежении обратно рассеянным полем модовые амплитуды $G_m(r)$ удовлетворяют квадратурному представлению [8–10]:

$$G_m(r) = A_m(r) \exp\left\{\int_0^r \left[i\kappa_m(\xi) - (2a_m)^{-1}\sum_n a_n \left[V_{mn}(\xi) \left(\kappa_m(\xi)/\kappa_n(\xi)\right) - V_{nm}(\xi)\right]\right] d\xi\right\},$$
(2)

(

где

$$a_m r \gg 1, \quad a_m = \varphi_m(0, z_0)/2,$$

 $A_m = i a_m [2\pi i \kappa_m(r)r]^{-1/2}.$

В выражении (2) $V_{mn}(r) = \int_0^H \frac{\varphi_m(r,z)}{\rho(r,z)} \frac{\partial \varphi_n(r,z)}{\partial r} dz -$

элемент кососимметрической матрицы $(V_{mn}(r) = -V_{nm}(r), V_{nn}(r) = 0)$, описывающей межмодовое взаимодействие из-за горизонтальных изменений, вызванных флуктуациями скорости звука. Матрицу взаимодействия можно переписать также в более удобном виде [7]:

$$V_{mn}(r) = \left[\kappa_n^2(r) - \kappa_m^2(r)\right]^{-1} \times \\ \times \int_0^H dz \frac{\varphi_m(r, z)\varphi_n(r, z)}{\rho(z)} k_0^2(z) \frac{\partial \epsilon(r, z)}{\partial r}.$$
(3)

Из (2), (3) (далее МПС) следует, что в первом порядке метода возмущений по ϵ межмодовое взаимодействие является некоторой знакопеременной добавкой к решению, слабо зависящей от расстояния, а накопление влияния слабых флуктуаций обеспечивается в основном первым членом в экспоненте, представляющим адиабатическое приближение. В рамках теории вышеупомянутых работ [1–5] вместо (1) решение ищется через собственные значения и функции невозмущенного волновода κ_{0m} , φ_{0m} (при $\epsilon(r, z) = 0$). При этом для модовых амплитуд $G_m(r)$ и матрицы взаимодействия мод $V_{mn}(r)$ используются приближенные уравнения:

$$\frac{\partial}{\partial r}G_m(r) = i\kappa_{0m}G_m(r) + i\sum_{n=1}^N V_{mn}(r)G_n(r),$$

$$\kappa_{0m} = \kappa'_{0m} + i\kappa''_{0m},$$

$$V_{mn}(r) = 0.5\left(\kappa'_{0n}\kappa'_{0m}\right)^{-1/2} \times$$

$$\times \int_0^H \varphi_{0m}(z)\varphi_{0n}(z)k_0^2(z)\epsilon(r,z)dz.$$
(4)

В первом порядке метода возмущений по ϵ диагональный член матрицы V в (4) дает решение, близкое к адиабатическому (первый член экспоненты в (2)), поскольку, как показано в [7],

 $\kappa_m(r) = \kappa_{0m} + \delta \kappa_m(r),$

$$\delta \kappa_m(r) \approx \frac{1}{2\kappa_{0m}} \int_0^H \varphi_{0m}^2(z) k_0^2(z) \epsilon(r,z) dz.$$

Далее на примере расчета ряда модельных волноводов покажем, что средняя интенсивность на основе диффузионного приближения (4) может значительно отличаться от МПС (2), (3), причем это отличие растет с расстоянием.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Ниже представлены примеры статистического моделирования для нескольких волноводов, имеющих для звука разную проницаемость дна. В водной толще выбрана конфигурация профиля скорости звука в виде регулярного термоклина (характерного для осеннего периода на шельфе Японского моря, где проводились измерения), на который накладываются двумерные флуктуации скорости звука. Они описываются анизотропной корреляционной функцией

$$B_{\epsilon}(r_1 - r_2, z_1 - z_2) = \sigma_{\epsilon}^2 \exp\left(-\frac{|r_1 - r_2|}{L_r} - \frac{|z_1 - z_2|}{L_z}\right)$$

с масштабами $L_z = 10$ м, $L_r = 5$ км. Числовые характеристики водного слоя аналогичны рассмотренным в [7]: глубина H = 50 м, приповерхностный слой 15 м, в котором $c_0(z) = 1525$ м/с и интенсивность флуктуаций $[\delta c/c_0]^2 = 10^{-6}$, придонный слой толщиной 10 м имеет $c_0(z) = 1500$ м/с и $[\delta c/c_0]^2 = 10^{-6}$; слой линейного термоклина имеет толщину 25 м, 1500 м/с $\leq c_0(z) \leq 1525$ м/с и $[\delta c/c_0]^2 = 10^{-5}$. Параметры однородного жидкого дна $(\rho_1/\rho_0, c_1, \beta_1)$ волноводов изменяются следующим образом: плотность ρ_1/ρ_0 уменьшается от 2 до 1.3, скорость звука c_1 от 1600 м/с до 1530 м/с, поглощение β_1 постоянно, показатель преломления на границе вода-дно $n_0 = (c_0(0)/c_1)(1 + i\beta_1)$.

УЗФФ 2017



Рис. 1: Потери при распространении, представленные относительно значения интенсивности в свободном поле на расстоянии 1 м от источника, для первого волновода: $c_1 = 1600 \text{ м/c}$, $(\rho_1/\rho_0) = 2$, $\beta_1 = 0.01$. Кривые: 1 — локально-модовое решение на основе (2), (3), 2 — его адиабатическое приближение, 3 — диффузионное приближение (4), 4 — его адиабатическая аппроксимация, 5 — усредненная (по пространству) интенсивность для модели волновода при $\epsilon = 0$



Рис. 2: Потери $\langle I(r,z) \rangle$ для второго волновода: $c_1 = 1530 \text{ м/c}$, $(\rho_1/\rho_0) = 1.3$, $\beta_1 = 0.01$. Кривые: 1 — локально-модовое решение на основе (2), (3), 2 — его адиабатическое приближение, 3 — диффузионное приближение (4), 4 — его адиабатическая аппроксимация, 5 — усредненная (по пространству) интенсивность для модели волновода при $\epsilon = 0$

Для вычислений в качестве опорной выбрана частота звука 500 Гц. Средняя интенсивность звукового поля

$$\langle I \rangle = \left\langle \left| p \right|^2 \right\rangle =$$

= $\sum_{n} \left\langle \left| G_n \right|^2 \left| \varphi_n \right|^2 \right\rangle + \sum_{(n \neq m)} \left\langle G_n G_m^* \left(\varphi_n \varphi_m^* \right) \right\rangle$

рассчитывалась усреднением по ансамблю из 1000 случайных реализаций при расположении источника и приемника на горизонтах $H - z_0 = 25$ м, H - z = 40 м. На рис. 1 приведен график потерь при распространении для первого волновода с параметрами дна $c_1 = 1600$ м/с, $(\rho_1/\rho_0) = 2$, $\beta_1 = 0.01$. В таком волноводе 11 распространяющихся мод флуктуируют

УЗФФ 2017

и взаимодействуют между собой. Видно, что кривые потерь 1 и 3 достаточно близки для первой половины трассы, но постепенно расходятся при r > 50 км (вставка в верхнем правом углу рисунка). Адиабатическое приближение к МПС (маркерная кривая 2) в пределах 2 дБ соответствует решению (2), (3), и различие почти не меняется с расстоянием. В то же время адиабатическая аппроксимация к диффузионному приближению (маркерная кривая 4) с расстоянием становится все хуже, то есть метод малых возмущений в описании (4) дает все большую ошибку.

На рис. 2 приведены потери при распространении для второго волновода с параметрами дна $c_1 = 1530 \,\mathrm{m/c}, \ (\rho_1/\rho_0) = 1.3, \ \beta_1 = 0.01, \ для \ которых$ в невозмущенном водном слое возбуждается 4 распространяющихся моды, (при вычислениях дополнительно учитывались 3 вытекающие моды в соответствие с разрезом Пекериса на комплексной плоскости волновых чисел κ_m). В данном примере отмеченные выше особенности проявляются еще рельефнее. Адиабатическая кривая 2 дает хорошее приближение к МПС-решению за исключением отдельных участков расстояний, таких, как $r \approx 43 - 48$ км, где наблюдаются отклонения до 5-8 дБ. В то же время кривые 3 и 4 диффузионного приближения при $r > 5 \,\mathrm{кm}$ значительно расходятся между собой и отличаются от решения МПС, причем отличие заметно растет с дистанцией распространения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Численным моделированием показано, что адиабатическое приближение метода поперечных сечений хорошо описывает закон спадания средней интенсивности: решение МПС, учитывающее межмодовое взаимодействие, локально колеблется вблизи адиабатического уровня. Для диффузионного приближения ситуация иная. Здесь учет взаимодействия мод является принципиально важным, но само приближение описывает средние потери в волноводе тем хуже, чем сильнее флуктуации сигнала. В частности, это характерно для волноводов с более проницаемым дном, когда волновые числа мод имеют большую мнимую часть. Кроме того, по сравнению с МПС в диффузионном приближении очевидно накопление ошибки описания с расстоянием, что также следует из теоретического анализа данного приближения, поскольку с ростом дистанции метод малых возмущений становится неприменим. Таким образом, диффузионное приближение, развитое в работах [1-5], удовлетворительно описывает распространение звука в мелком море только на относительно небольшие расстояния и при условии достаточной жесткости дна.

- [1] Колер В., Папаниколау Дж. К. Распространение волн и подводная акустика. М.: Мир, 1980.
- [2] Dozier L. B., Tappert F. D. J. Acoust. Soc. Am. 1978. 63. P. 353.
- [3] Кацнельсон Б. Г., Петников В. Г. Акустика мелкого моря. М.: Наука, 1997.
- [4] Луньков А.А., Петников В.Г. Акуст. журн. 2010. 56, № 3. С. 328.
- [5] Colosi J.A., Duda T.F., Morozov A.K. J. Acoust. Soc. Am. 2012. 131, N 2. P. 1749.
- [6] *Ярощук И.О., Гулин О.Э.* Метод статистического моделирования в задачах гидроакустики. Владивосток: Дальнаука, 2002.
- [7] *Гулин О.Э., Ярощук И.О.* Акуст. журн. 2017. **63**, № 2. С. 158.
- [8] *Гулин О.Э.* Акуст. журн. 2006. **52**, № 1. С. 23.
- [9] *Гулин О.Э.* Акуст. журн. 2010. **56**, № 5. С. 642.
- [10] Gulin O.E. Acoust. Phys. 2010. 56, N 5. P. 613.

On local effect of low-frequency sound field mode coupling in randomly-inhomogeneous two-dimensional shallow sea

O.E. Gulin^{*a*}, I.O. Yaroshchuk^{*b*}

V.I. Il'ichev Pacific Oceanological Institute, Far-East Branch of RAS Vladivostok 690041, Russia E-mail: ^agulinoe@poi.dvo.ru, ^byaroshchuk@poi.dvo.ru

Statistical problem of a low-frequency sound propagation in shallow-sea waveguide with two-dimensional random inhomogeneities is considered. Transmission loss law for average intensity in the case of fluctuating thermocline and absorbing liquid bottom is investigated. Within the framework of local-mode approach it is shown that mode coupling with the distance is of local character if there are no strong fluctuations of modal wavenumbers in stochastic waveguide. So, in the local-mode approach the mode coupling to be the certain supplement to adiabatic approximation of intensity, and it does not change seriously the average transmission loss. Comparison between results of local-mode and diffusion approximation is also carried out.

PACS: 43.30.Bp, 43.30.Ft, 43.30.Re.

Keywords: randomly-inhomogeneous shallow sea, average intensity of acoustical field, method of local modes, mode coupling, adiabatic and diffusion approximations.

Received 26 June 2017.

Сведения об авторах

- 1. Гулин Олег Эдуардович доктор физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник, вед. науч. сотрудник; тел.: (423) 231-26-17, e-mail: gulinoe@poi.dvo.ru.
- 2. Ярощук Игорь Олегович доктор физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник, зав. лабораторией; тел.: (423) 231-26-17, e-mail: yaroshchuk@poi.dvo.ru.