

## Совместное восстановление параметров водного слоя и дна мелкого моря методами модовой томографии

А. И. Веденев<sup>2</sup>, В. В. Гончаров<sup>2</sup>, П. Ю. Муханов<sup>1</sup>, С. Н. Сергеев<sup>1</sup>, А. С. Шуруп<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup> *Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра акустики  
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2*

<sup>2</sup> *Институт океанологии имени П. П. Ширинова РАН  
Россия, 117218, Москва, Нахимовский пр., д. 36*

(Статья поступила 04.07.2017; Подписана в печать 13.09.2017)

В работе рассматривается двумерная модель модовой томографии мелкого моря для совместного восстановления характеристик водного слоя и дна, использующая в качестве исходных данных времена распространения сигналов мод разных номеров в различных частотных диапазонах. Для инверсии исходных данных используется линейное приближение, а уточнение получаемых оценок волновода происходит итерационно. Приводятся результаты численного моделирования по предложенной схеме совместного восстановления профиля скорости звука в водном слое, течений, а также параметров дна.

PACS: 43.30.+m 43.60.+d 43.60.Pt

УДК: 551.463.21

Ключевые слова: модовая томография, восстановление течений и скорости звука.

### ВВЕДЕНИЕ

Характер распространения низкочастотного звука в мелком море определяется не только скалярно-векторными характеристиками водного слоя (скорость звука, течения), но и параметрами приповерхностного слоя дна (скорость звука в дне, плотность), что позволяет применять акустические методы для восстановления этих характеристик волновода. По-видимому, впервые возможность применения методов модовой томографии океана для совместного восстановления трехмерного распределения параметров водного слоя и дна была продемонстрирована в [1] на примере восстановления гидрологии и рельефа. В [1] для оценки скорости звука в водном слое использовались эмпирические ортогональные функции, которые предполагались известными, а дно полагалось абсолютно жестким, для упрощения численного моделирования. Возможность совместного восстановления рельефа дна и скорости звука в дне при рассмотрении времен распространения мод разных номеров в достаточно широкой полосе частот продемонстрирована в [2]. Вопросы применения методов модовой томографии для совместного восстановления скорости звука и профиля течений в водном слое, одновременно с оценкой скорости звука и плотности в приповерхностном слое дна, насколько известно авторам, ранее подробно не рассматривались.

В настоящее время методы томографии океана не находят широкого применения на практике в связи со сравнительно высокой стоимостью проведения эксперимента. Пассивная акустическая томография [3], использующая данные с одиночных донных гидрофонов [4], представляется перспективным методом, поз-

воляющим снизить требования на стоимость и техническую сложность проводимых работ. Ранее в [4] была показана возможность выделения сигналов отдельных мод в пассивном эксперименте. Непосредственного томографического восстановления параметров волновода в [4] не проводилось, однако полученные данные в виде времен распространения мод разных номеров в различных частотных диапазонах могут быть положены в основу совместного восстановления характеристик водного слоя и дна. В настоящей работе рассматривается модель модовой томографии, позволяющая осуществить подобную реконструкцию на примере одновременного восстановления скорости звука и профиля течений в водном слое, совместно с оценкой скорости звука и плотности в приповерхностном слое дна.

### 1. МОДЕЛЬ МОДОВОЙ ТОМОГРАФИИ В ВЕРТИКАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ

Рассматривается горизонтально однородный волновод, образованный водным слоем толщины  $H_w$ , слоем осадков толщины  $H_b$ , и однородным полупространством (рис. 1,а). Вертикальная плоскость  $(r, z)$  проходит через точки наблюдения  $B$  и  $C$ , разнесенные на расстояние  $R$ . Исходными данными являются времена распространения  $t_m^{B \rightarrow C}$ ,  $t_m^{C \rightarrow B}$  модовых сигналов во взаимно противоположных направлениях, где  $m$  — обобщенный индекс, характеризующий одновременно и номер моды, и номер центральной частоты в полосе, для которой определены времена распространения. Неизвестными параметрами волновода являются скорость звука в водном слое  $c(z)$  и горизонтальная проекция  $v(z)$  вектора течения (влияние вертикальной компоненты течений не учитывается), скорость  $c_b(z)$  и плотность  $\rho_b(z)$  в слое осадков, а также скорость  $c_\infty$  и плотность  $\rho_\infty$  в полупространстве. Параметры  $H_w$ ,  $H_b$ ,  $R$  и плотность водного слоя  $\rho$  считаются извест-

\*E-mail: shurup@physics.msu.ru

ными. Кроме этого предполагается, что имеется информация о фоновых значениях  $c_0(z)$ ,  $v_0(z)$ ,  $c_{0b}(z)$ ,  $\rho_{0b}(z)$ ,  $c_{0\infty}$ ,  $\rho_{0\infty}$  восстанавливаемых функций.

Для решения обратной задачи строится матрица возмущений, связывающая отклонения восстанавливаемых параметров волновода от их фоновых значений с возмущениями времен распространения модовых сигналов, вызываемых этими отклонениями. Для этого волновод разбивается по глубине на слои, а на границах слоев задаются дискретизированные значения искомым функций  $c(z_i)$ ,  $v(z_i)$ ,  $c_b(z_i)$ ,  $\rho_b(z_i)$  и их фоновых значений, где  $i$  — номер границы слоя (рис. 1, б),  $i = 1, 2, \dots$ . Внутри слоя значения функций изменяются линейно. На границах слоев:

$$\begin{aligned} c(z_i) &= c_0(z_i) + x_i^c \Delta c(z_i), \\ v(z_i) &= v_0(z_i) + x_i^v \Delta v(z_i), \\ c_b(z_i) &= c_{0b}(z_i) + x_i^{c_b} \Delta c_b(z_i), \\ \rho_b(z_i) &= \rho_{0b}(z_i) + x_i^{\rho_b} \Delta \rho_b(z_i), \\ c_\infty(z_i) &= c_{0\infty}(z_i) + x_i^{c_\infty} \Delta c_\infty(z_i), \\ \rho_\infty(z_i) &= \rho_{0\infty}(z_i) + x_i^{\rho_\infty} \Delta \rho_\infty(z_i), \end{aligned} \quad (1)$$

где, например,  $x_i^c \Delta c(z_i) = c(z_i) - c_0(z_i)$  — отклонение истинной функции  $c(z_i)$  от ее невозмущенного значения  $c_0(z_i)$  на  $i$ -ой границе на глубине  $z_i$ , а  $x_i^c$  — неизвестные коэффициенты, подлежащие восстановлению. Для остальных функций разложение аналогично. Далее на каждой  $i$ -ой границе поочередно вносятся возмущения параметров волновода  $\Delta c(z_i)$ ,  $\Delta v(z_i)$ ,  $\Delta c_b(z_i)$ ,  $\Delta \rho_b(z_i)$ ,  $\Delta c_\infty(z_i)$ ,  $\Delta \rho_\infty(z_i)$  и рассчитываются возмущения времен:  $\Delta t_{mi}^{B \rightarrow C} = t_{mi}^{B \rightarrow C} - t_{m0}^{B \rightarrow C}$ , здесь  $t_{m0}^{B \rightarrow C}$  — время распространения в невозмущенном (фоновом) волноводе, а  $t_{mi}^{B \rightarrow C}$  — в присутствии только одного из возмущений  $\Delta c(z_i)$ ,  $\Delta v(z_i)$ ,  $\Delta c_b(z_i)$ ,  $\Delta \rho_b(z_i)$ ,  $\Delta c_\infty(z_i)$ ,  $\Delta \rho_\infty(z_i)$ . Последовательный перебор параметров волновода позволяет сформировать матрицу возмущений  $A^{B \rightarrow C}$  с элементами  $\Delta t_{mj}^{B \rightarrow C}$ , где  $j = 1, 2, \dots$  — обобщенный индекс, характеризующий номера границ  $i$  и рассматриваемых возмущений параметров волновода. Аналогичным образом рассчитываются элементы матрицы  $A^{B \leftarrow C}$  для противоположного направления распространения. В рамках линейного приближения, решение обратной задачи сводится к решению системы уравнений вида

$$A X = \Delta T, \quad (2)$$

где матрица возмущений  $A$  образована двумя блоками  $A = \begin{bmatrix} A^{B \rightarrow C} \\ A^{B \leftarrow C} \end{bmatrix}$ , элементами столбца  $X$  являются неизвестные коэффициенты  $x_i^c$ ,  $x_i^v$ ,  $x_i^{c_b}$ ,  $x_i^{\rho_b}$ ,  $x_i^{c_\infty}$ ,  $x_i^{\rho_\infty}$  из (1), а элементы  $\Delta T_m = \begin{bmatrix} t_m^{B \rightarrow C} - t_{m0}^{B \rightarrow C} \\ t_m^{B \leftarrow C} - t_{m0}^{B \leftarrow C} \end{bmatrix}$  правой части  $\Delta T = \{ \Delta T_m \}$  образованы отклонениями экспериментально измеренных времен  $t_m^{B \rightarrow C}$ ,  $t_m^{B \leftarrow C}$  (при численном моделировании рассчитываются, исходя из искомым характеристик волновода) относительно их

фоновых значений  $t_{m0}^{B \rightarrow C}$ ,  $t_{m0}^{B \leftarrow C}$ . Используется МНК-решение системы (2) вида:

$$\hat{X} = (A^+ A)^{-1} A^+ \Delta T, \quad (3)$$

где знак «+» обозначает эрмитово сопряжение. Подстановка решения (3) в (1) дает оценки  $\hat{c}(z)$ ,  $\hat{v}(z)$ ,  $\hat{c}_b(z)$ ,  $\hat{\rho}_b(z)$ ,  $\hat{c}_\infty$ ,  $\hat{\rho}_\infty$  искомым параметров волновода.

Для уточнения результатов восстановления организуется итерационная процедура, которая сводится к введению на каждом последующем  $n$ -ом итерационном шаге новых фоновых значений параметров, в качестве которых берутся результаты восстановления из предыдущей  $(n - 1)$ -ой итерации. Также, в (2) используется дополнительное условие гладкости, аналогичное [3], накладываемое на восстанавливаемые функции.

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Рассматриваются параметры задачи, близкие к условиям эксперимента в [5]:  $H_w = 100$  м,  $R = 5.01$  км. Для реализации описанной выше процедуры восстановления волновода разбивается по глубине на 11 слоев толщины 10 м каждый, из которых 10 верхних слоев относятся к водному слою, а один характеризует слой осадков. В качестве  $c_0(z)$  используется профиль, полученный усреднением экспериментальных измерений в [5] (рис. 2, а); фоновые течения отсутствуют  $v_0(z) \equiv 0$ ; жидкое дно полагается однородным:  $c_{0b}(z) \equiv c_{0b} = c_{0\infty} = 1770$  м/с,  $\rho_{0b}(z) \equiv \rho_{0b} = \rho_{0\infty} = 1770$  кг/м<sup>3</sup>. Для восстановления специально выбиралась модель волновода, заметно отличающаяся от невозмущенного случая, чтобы продемонстрировать возможности обсуждаемого подхода. Параметры водного слоя  $c(z)$  и  $v(z)$ , которые требуется восстановить, изображены на рис. 2 тонкими сплошными линиями. В дне восстанавливается слой осадков толщины  $H_b = 10$  м, в котором скорость линейно возрастает с глубиной от значения  $c_b(z = H_w)$  до значения  $c_b(z = H_b)$ ; плотность предполагается постоянной и равной  $\rho_{0b}(z) \equiv \rho_{0b}$ . Истинные и восстановленные значения характеристик дна приведены в табл. 1. Результаты, представленные на рис. 2 и в табл. 1 свидетельствуют о возможности использования предложенного подхода для восстановления рассматриваемых параметров волновода с приемлемой точностью. При исследовании помехоустойчивости решений в исходные данные  $t_m^{B \rightarrow C}$ ,  $t_m^{B \leftarrow C}$  добавлялась случайная помеха. В этом случае удается получить результаты, аналогичные представленным на рис. 2 и в табл. 1, но требуется большее количество итераций. Увеличение объема исходных данных, например, за счет расширения рассматриваемой полосы частот, благоприятно сказывается на помехоустойчивости получаемых оценок.

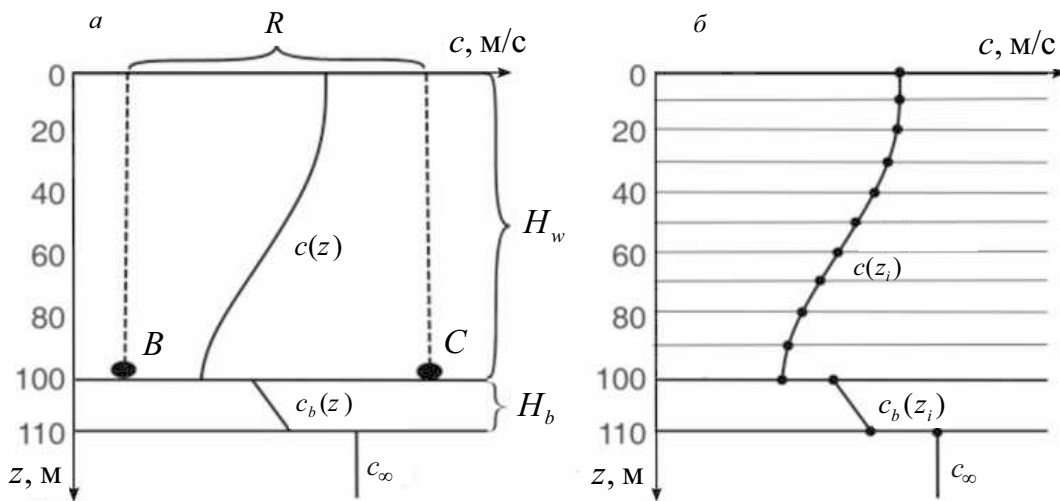


Рис. 1: Модель волновода (а), состоящего из водного слоя толщины  $H_w$  со скоростью звука  $c(z)$ , слоя осадков толщины  $H_b$  со скоростью звука  $c_b(z)$ , и однородного полупространства со скоростью звука  $c_\infty$ ;  $R$  — расстояние между точками наблюдения. Дискретизация характеристик волновода (б) при разбиении на слои:  $c(z_i)$  — скорость звука на  $i$ -ой границе в водном слое,  $c_b(z_i)$  — скорость звука  $i$ -ой границе в слое осадков

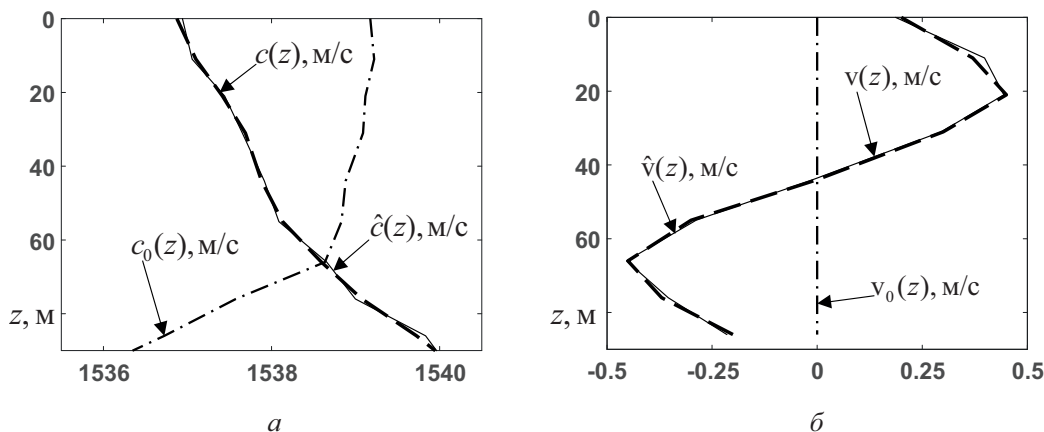


Рис. 2: Зависимость скорости звука от глубины для водного слоя (а): фоновый профиль  $c_0(z)$  изображен штрих-пунктирной линией, сплошной линией изображен результат восстановления  $\hat{c}(z)$ , пунктирной линией — истинный профиль  $c(z)$ . Зависимость горизонтальной компоненты скорости течения от глубины (б): фоновый профиль  $v_0(z)$  изображен штрих-пунктирной линией, сплошной линией изображен результат восстановления  $\hat{v}(z)$ , пунктирной линией — истинный профиль  $v(z)$

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенная в работе модель модовой томографии мелкого моря может быть использована в тех случаях, когда удастся оценить времена распространения мод разных номеров в достаточно широкой полосе частот. К восстанавливаемым характеристикам волновода относятся параметры осадочного слоя, подстилающего полупространства, а также профили течения и скорости звука водного слоя. При этом результаты восста-

новления удается улучшить за счет введения априорной информации о гладкости восстанавливаемых функций, а также при использовании итерационных процедур для уточнения получаемых оценок в тех случаях, когда наблюдается значительное отклонение искомым функций от их фоновых значений.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ № 16-29-02097 офи\_м, № 15-05-01183, а также гранта Президента РФ по программе поддержки ведущих научных школ № НШ-7062.2016.2.

Таблица I: Истинные и оцененные значения характеристик дна

	$\rho_b(z = H_w), \text{кг/м}^3$	$\rho_b(z = H_b), \text{кг/м}^3$	$\rho_\infty, \text{кг/м}^3$	$c_b(z = H_w), \text{м/с}$	$c_b(z = H_b), \text{м/с}$	$c_\infty, \text{м/с}$
Фоновое значение	1700	1700	1800	1770	1770	1770
Искомое значение	1800	1800	1900	1770	1800	1870
Оцененное значение	1799	1801	1901	1771	1799	1869

- [1] *Burov V. A., Sergeev S. N., Shurup A. S., Scherbina A. V.* Physics of wave phenomena. 2013. **21**, N. 2. P. 152.
- [2] *Буров В. А., Сергеев С. Н., Шуруп А. С., Щербина А. В.* Акуст. журн. 2015. **61**, № 5. С. 583.
- [3] *Гончаров В. В., Шуруп А. С., Годин О. А., Заботин Н. А., Веденев А. И., Сергеев С. Н., Brown M. G., Штравин А. В.* Акустич. журн. 2016. **62**, № 4. С. 431.
- [4] *Сергеев С. Н., Шуруп А. С., Годин О. А., Веденев А. И., Гончаров В. В., Муханов П. Ю., Заботин Н. А., Brown M. G.* Акустич. журн. 2017. **63**, № 1. С. 73.
- [5] *Godin O. A., Brown M. G., Zabolin N. A., Zabolina L. Y., Williams N. J.* Geosci. Lett. 2014. **1**. P. 1.

## Joint reconstruction of water and bottom parameters in shallow sea by mode tomography methods

**A. I. Vedenev<sup>2</sup>, V. V. Goncharov<sup>2</sup>, P. Yu. Mukhanov<sup>1</sup>, S. N. Sergeev<sup>1</sup>, A. S. Shurup<sup>1,a</sup>**

<sup>1</sup>*Department of acoustics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia*

<sup>2</sup>*Shirshov Oceanology Institute of RAS, Moscow 117218, Russia*

*E-mail: <sup>a</sup>shurup@physics.msu.ru*

In this article a 2-dimensional model of shallow sea tomography is regarded for the joint reconstruction of waveguide parameters in a water layer and in a bottom using modes' time delays as initial data. Linear approximation is used for the inversion of initial data and correction of the estimates is implemented in iteration cycle. The results of numerical simulation for the joint reconstruction of sound speed profile, flows and bottom properties by using the regarded scheme are presented.

PACS: 43.30.+m 43.60.+d 43.60.Pt.

*Keywords:* mode tomography, reconstruction of currents and sound speed.

*Received 04 July 2017.*

### Сведения об авторах

1. Веденев Александр Иванович — зав. лаборатории; тел.: (499) 124-72-90, e-mail: vedenev@ocean.ru.
2. Гончаров Валерий Владимирович — вед. науч. сотрудник; тел.: (499) 129-19-36, e-mail: gvv@ocean.ru.
3. Муханов Павел Юрьевич — аспирант; тел.: (495) 939-30-81, e-mail: pavel.mukhanov@gmail.com
4. Сергеев Сергей Николаевич — канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотрудник, доцент; тел.: (495) 939-30-81, e-mail: sergeev@aesc.msu.ru.
5. Шуруп Андрей Сергеевич — канд. физ.-мат. наук, доцент; тел.: (495) 939-30-81, e-mail: shurup@physics.msu.ru.