

Применимость длинноволнового приближения к описанию динамики цунами

М. А. Носов*

*Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
физический факультет, кафедра физики моря и вод суши
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2
(Статья поступила 18.06.2017; Подписана в печать 19.06.2017)*

Представлены количественные критерии, определяющие области применимости уравнений теории длинных волн и уравнений Буссинеска при моделировании динамики цунами. Описан подход к использованию полученных критериев на практике.

PACS: 92.10.hl

УДК: 551.466.62

Ключевые слова: цунами, длинные волны, фазовая дисперсия, уравнения Буссинеска.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время численное моделирование представляет собой один из наиболее эффективных инструментов изучения и прогнозирования волн цунами [1–4]. В научной литературе можно найти десятки упоминаний и подробных описаний специализированных программных средств (TUNAMI, MOST, NAMI DANCE и др.), предназначенных для численного воспроизведения динамики цунами [6–10].

В большинстве случаев модели цунами строятся в длинноволновом приближении, в рамках которого исходная трехмерная гидродинамическая задача путем интегрирования уравнений вдоль вертикальной координаты сводится к более простой двумерной задаче. Главным недостатком вертикальноинтегрированных уравнений является их ограниченная способность к воспроизведению фазовой дисперсии, которая присуща волнам цунами [4, 11–13]. Точнее говоря, классические уравнения теории длинных волн вообще не воспроизводят дисперсию, а уравнения Буссинеска описывают только слабодиспергирующие волны [14, 15].

Наиболее распространенным подходом к численному решению уравнений теории длинных волн является метод конечных разностей, использующий структурированные (регулярные) сетки. В тех случаях, когда требуется детальное описание структуры волнового поля в некоторой заранее определенной области, применяют метод вложенных сеток [6–8]. Кроме метода конечных разностей, для численного решения уравнений мелкой воды применяют также метод конечных элементов с использованием неструктурированных сеток [16, 17]. Метод конечных элементов обладает важным преимуществом: неструктурированные сетки легко адаптируются к сложной форме расчетной области, и допускают плавное сгущение сетки там, где требуется повышенное пространственное разрешение. В последние годы стали появляться работы, в которых при моделировании цунами используют динамически адаптивные сетки [9, 18, 19]. Основная идея этого подхода

состоит в измельчении сетки в тех зонах расчетной области и в то время, где и когда решению свойственна мелкомасштабная структура.

Несомненный и значительный прогресс в развитии численных методов решения уравнений теории длинных волн позволяет претендовать на воспроизведение волновых форм цунами. Но на практике с приемлемой точностью обычно воспроизводится только лидирующая волна. Одной из важнейших причин несоответствия измеренных и рассчитанных волновых форм является фазовая дисперсия, которая свойственна реальным волнам цунами, но которая не описывается уравнениями теории длинных волн или неточно описывается уравнениями Буссинеска. Если ограничения, присущие длинноволновому приближению, не принимать во внимание, то никакие успехи в развитии численных методов не позволят приблизиться к точному описанию волн цунами.

Первой и основной целью этой работы является введение количественных критериев, которые определяют области применимости уравнений теории длинных волн и уравнений Буссинеска при моделировании динамики цунами. Вторая цель состоит в описании подходов к практическому использованию полученных критериев.

1. КРИТЕРИЙ ПРИМЕНИМОСТИ УРАВНЕНИЙ ТЕОРИИ ДЛИННЫХ ВОЛН

Известно, что динамика волн цунами на больших глубинах с хорошей точностью может быть описана в рамках линейной теории [4]. Нелинейные эффекты проявляются в узкой прибрежной (мелководной) полосе и зоне наката. Критерием линейности служит малость отношения амплитуды волны к глубине океана: $A/H \ll 1$. На практике, в зависимости от силы цунами, «линейная зона» простирается вплоть до глубин $H_{\min} \sim 10 - 100$ м.

Линейные длинные гравитационные волны распространяются со скоростью $(gH)^{1/2}$, где H — глубина бассейна, g — ускорение силы тяжести. Длинные волны представляют собой простейшую модель волновых движений в океане, которая, как уже от-

*E-mail: nosov@phys.msu.ru

мечалось, не описывает эффекты фазовой дисперсии, свойственные любым гравитационным волнам на воде. Гравитационным волнам диапазона периодов цунами ($\sim 10^2 - 10^4$ с) присуща нормальная дисперсия, которая приводит к специфической трансформации волнового возмущения по мере его распространения: длинноволновые компоненты опережают коротковолновые. Поэтому применение длинноволнового приближения для описания цунами возможно не всегда, а только при условии незначительности дисперсионных эффектов. Для четкой количественной формулировки такого условия введем две взаимосвязанные величины: τ_0 (время дисперсионного разрушения) и $L_0 = \tau_0(gH)^{1/2}$ (расстояние дисперсионного разрушения) [4, 11]. Физический смысл величины τ_0 — время, за которое волновой пакет отстанет от фронта на длину волны. Физический смысл величины L_0 — расстояние, при распространении на которое волновой пакет отстанет от фронта на длину волны. Формулы для расчета времени и расстояния дисперсионного разрушения имеют следующий вид:

$$\tau_0 = \frac{\lambda}{(gH)^{1/2} - C_{gr}}, \quad (1)$$

$$L_0 = \frac{\lambda(gH)^{1/2}}{(gH)^{1/2} - C_{gr}}, \quad (2)$$

где $C_{gr} = d\omega/dk$ — групповая скорость гравитационных волн на воде. Связь между циклической частотой ω и волновым числом k ($k = 2\pi/\lambda$) определяется известным дисперсионным соотношением [20]: $\omega^2 = gk \tanh(kH)$.

Из формул (1), (2) следует, что абсолютное пренебрежение дисперсией возможно только для бесконечно длинных волн: $\lim_{\lambda/H \rightarrow \infty} L_0 = \infty$. Такой предельный случай, разумеется, невозможен в реальных природных условиях. Однако, в природе часто реализуется ситуация, когда длина волны существенно превосходит глубину океана: $\lambda/H \gg 1$. При выполнении этого условия формулы (1), (2) могут быть заменены приближенными выражениями, которые удобнее в применении на практике

$$\tau_0 \approx \frac{T^3 g}{2\pi^2 H}, \quad (3)$$

$$L_0 \approx \frac{T^3 g^{3/2}}{2\pi^2 H^{1/2}}, \quad (4)$$

где T ($T = 2\pi/\omega$) — период волн.

Продемонстрируем работоспособность приближения, при помощи которого получены формулы (3) и (4). На рис. 1 представлена зависимость расстояния дисперсионного разрушения от периода волн. Сплошные кривые рассчитаны по точной формуле (2). Пунктиром показаны кривые, рассчитанные по приближенной формуле (4). Расчет выполнен при различных значениях

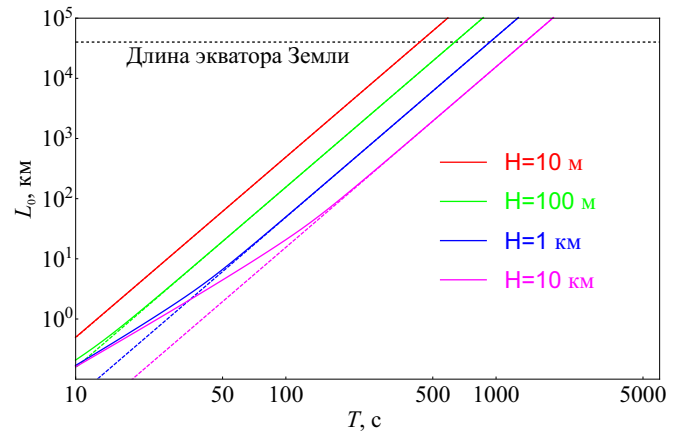


Рис. 1: Расстояние дисперсионного разрушения как функция периода волн. Сплошные кривые рассчитаны по точной формуле (2), пунктирные кривые — по приближенной формуле (4). Расчет выполнен при различных значениях глубин, перекрывающих диапазон изменения величины H в реальных условиях

глубин, перекрывающих диапазон изменения величины H в реальных условиях. Видно, что в диапазоне периодов волн цунами ($\sim 10^2 - 10^4$ с) приближенная зависимость практически всегда с хорошей точностью может заменить формулу (2). Незначительные различия наблюдаются только при максимально больших глубинах (~ 10 км) и минимальных периодах (~ 100 с) волн цунами.

Помимо вывода о работоспособности применяемого приближения, рис. 1 позволяет заключить, что дисперсионное разрушение короткопериодных цунами ($T \sim 100$ с) происходит на расстояниях всего $\sim 10-100$ км (в зависимости от глубины океана). Волны с периодом $T \sim 1000$ с можно считать фактически недиспергирующими, т. к. при таком большом периоде длина дисперсионного разрушения становится порядка длины экватора Земли.

Формально выражения (3) и (4) имеют силу для бассейна с плоским горизонтальным дном ($H = \text{const}$). В дальнейшем мы будем полагать, что аналогичные соотношения могут быть использованы также и для реального океана переменной глубины. Но при этом в качестве величины H выступает некоторая «средняя» глубина океана в рассматриваемой области H_{av} .

Сформулируем условие применимости теории длинных волн для описания цунами. Длинноволновая модель может быть использована, если расчет ведется до времен, не превышающих время дисперсионного разрушения: $t < \tau_0$. Это условие является необходимым и достаточным. Используя выражение (3) получаем удобную для применения на практике формулу, ограничивающую период волн, воспроизводимых длинноволновой моделью:

$$T > T_{\min} \equiv \left(\frac{2\pi^2 H_{av} t}{g} \right)^{1/3}. \quad (5)$$

Обычно при моделировании цунами расчет ведется до времени, за которое волна пересечет расчетную область. Поэтому размер расчетной области L и время распространения t можно считать связанными между собой соотношением $L \sim t(gH_{av})^{1/2}$. Опираясь на величины L и L_0 , предложим еще одну форму условия применимости теории длинных волн: длинноволновая модель может быть использована, если размер расчетной области не превосходит расстояние дисперсионного разрушения: $L < L_0$. Соответствующее условие на период воспроизводимых волн, имеет следующий вид:

$$T > T_{\min} \equiv \frac{(2\pi^2 H_{av}^{1/2} L)^{1/3}}{g^{1/2}}. \quad (6)$$

Условие (6) означает, что длинноволновая модель способна адекватно воспроизводить волны цунами в области, характеризующейся горизонтальной протяженностью L и глубиной океана H_{av} , только при условии, что период воспроизводимых волн превосходит величину T_{\min} .

Зависимости (5) и (6) представлены на рис. 2 и 3 в форме диаграмм, удобных для практических оценок. На рис. 2 величина T_{\min} , рассчитанная по формуле (5), показана изолиниями на плоскости «глубина океана» — «время распространения волны». На рис. 3 величина T_{\min} , рассчитанная по формуле (6), представлена на плоскости «глубина океана» — «горизонтальная протяженность расчетной области». На обоих рисунках цифры у изолиний означают период цунами в секундах.

Рис. 2 позволяет заключить, что теория длинных волн способна корректно описывать короткопериодные цунами ($T \sim 100$ с), только в случае шельфовых глубин ($H_{av} \sim 100$ м) и при условии, что время распространения волн не превышает 1 часа. Для открытого океана ($H_{av} \sim 4 - 5$ км) корректное воспроизведение динамики волн в течение 1 часа возможно, если период цунами превышает 300 с. Для расчета распространения волн в открытом океане течение 10 часов следует ограничить период волн величиной 700 с.

Рис. 3 позволяет провести аналогичные рассуждения в терминах размера расчетной области (или дальности распространения волны). Из рисунка видно, что для короткопериодных цунами ($T \sim 100$ с) длинноволновая модель работоспособна до расстояний не более 100 км и только в случае шельфовых глубин ($H_{av} \sim 100$ м). При глубинах в несколько километров длинноволновая модель становится неприменимой: дисперсия заметно исказит волны на расстоянии всего в несколько десятков километров. Если размер расчетной области составляет ~ 1000 км, а глубина океана 3–5 км, то применение теории длинных волн возможно для волн с периодами не менее 300–400 с. Трансокеанское распространение цунами (размер области более 10 тыс. км, глубина 4–5 км) будет корректно описываться только в том случае, если период волн превысит 700 с.

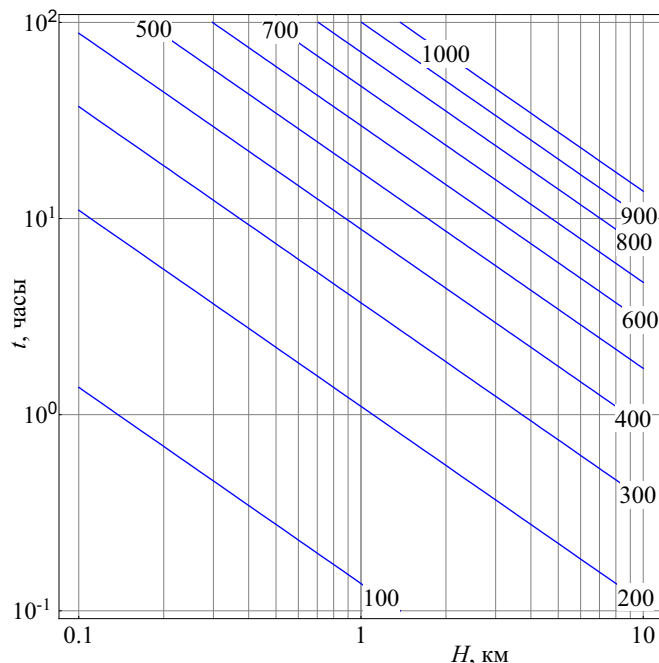


Рис. 2: Минимальный период волн, адекватно воспроизводимых длинноволновой моделью, в зависимости от времени распространения волны и глубины океана. Цифры у изолиний — значения периода в секундах

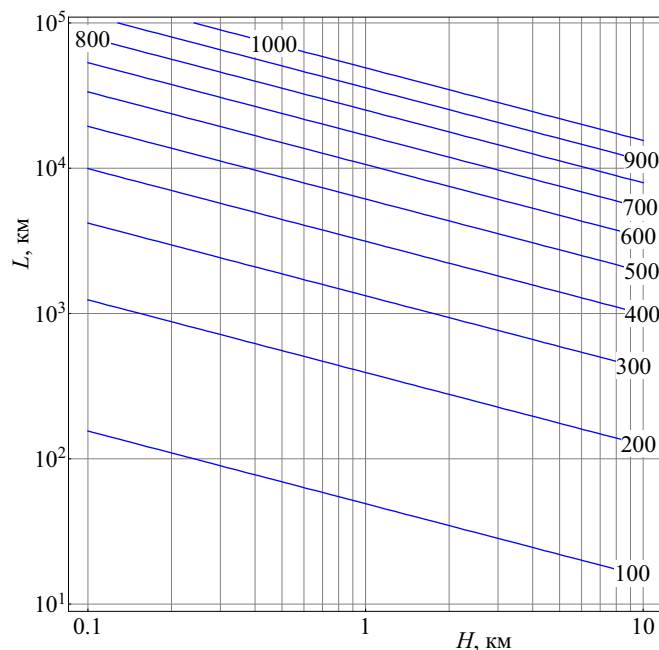


Рис. 3: Минимальный период волн, адекватно воспроизводимых длинноволновой моделью, в зависимости от горизонтальной протяженности расчетной области и глубины океана. Цифры у изолиний — значения периода в секундах

2. КРИТЕРИЙ ПРИМЕНИМОСТИ УРАВНЕНИЙ БУССИНЕСКА

Для обобщения приведенных выше рассуждений, а также для их использования по отношению к моделям цунами, построенным на основе уравнений Буссинеска, перейдем к безразмерным переменным. В качестве масштаба длин выберем глубину океана H , а в качестве масштаба времени — величину $(H/g)^{1/2}$. В безразмерном виде дисперсионное соотношение для гравитационных волн принимает вид:

$$\omega = [k \tanh(k)]^{1/2}. \tag{7}$$

Разложим формулу (7) в ряд Тейлора по малой величине k с удержанием первых двух членов разложения

$$\omega \approx k - \frac{k^3}{6}. \tag{8}$$

Первый член в разложении (8) соответствует теории длинных волн. Действительно, при $\omega = k$ групповая и фазовая скорости равны между собой и не зависят от волнового числа: $C_{gr} = C_{ph} = 1$. Дисперсия в этом случае отсутствует.

Если в разложении (8) учесть первый и второй члены, то мы приходим к приближению Буссинеска. В этом случае групповая и фазовая скорости не равны между собой и зависят от волнового числа: $C_{gr} = 1 - k^2/2$, $C_{ph} = 1 - k^2/6$. Видно, что приближение Буссинеска действительно позволяет учитывать слабую дисперсию волн. Однако приближение Буссинеска является всего лишь приближением, и оно, конечно, имеет свои ограничения. Например, при $k > \sqrt{6}$ частота становится мнимой, следовательно, уравнения подвержены неустойчивости. Примечательно, что в данном случае неустойчивость не является физической, она просто следствие приближенного представления дисперсионного соотношения.

Дисперсионное соотношение в форме (8) редко используется на практике. Существуют несколько типов уравнений Буссинеска с улучшенными дисперсионными характеристиками. В работе [21] приведено обобщенное дисперсионное соотношение для набора таких уравнений

$$\omega^2 = k^2 \frac{1 + Bk^2}{1 + (B + 1/3)k^2}, \tag{9}$$

где B — параметр, принимающий значения $1/6, -1/3, 0, 1/15$. Каждому значению параметра соответствует свой тип уравнений Буссинеска. При малых значениях k формулы (7), (8) и (9) эквивалентны с точностью до первых двух членов разложения.

Теперь обратимся к времени и расстоянию дисперсионного разрушения, которые определены формулами (1) и (2). В безразмерном виде обе формулы сводятся

к единому выражению на величину D , которую будем именовать дистанция дисперсионного разрушения

$$D = \frac{\lambda}{1 - C_{gr}}. \tag{10}$$

Связь безразмерной величины D с размерными параметрами определяется следующими формулами: $D = \tau_0(g/H)^{1/2}$, $D = L_0/H$. При малых значениях k формула (10) может быть заменена следующим приближенным аналогом:

$$D \approx \frac{4\pi}{k^3}. \tag{11}$$

Если перейти от волнового числа к периоду волны и вернуться к размерным переменным, то легко убедиться, что формула (11) эквивалентна выражениям (3) и (4).

Определим дистанцию дисперсионного разрушения D^B для уравнений Буссинеска с улучшенными дисперсионными характеристиками. Под величиной D^B будем понимать дистанцию (пространственную или временную), при преодолении которой разница хода диспергирующих пакетов, описываемых полной теорией и уравнениями Буссинеска, становится равной одной длине волны

$$D^B = \frac{\lambda}{|C_{gr} - C_{gr}^B|}, \tag{12}$$

где C_{gr} и C_{gr}^B групповые скорости, рассчитываемые по дисперсионным соотношениям (7) и (9) соответственно. Приближенным аналогом формулы (12) для первых трех значений параметра B ($1/6, -1/3, 0$) является следующая формула:

$$D^B \approx \frac{36\pi}{|1 - 15B|k^5}. \tag{13}$$

При $B = 1/15$ для получения конечной величины при разложении выражения (12) в ряд следует учесть члены более высокого порядка. В итоге получаем

$$D_{1/15}^B \approx \frac{900\pi}{k^7}. \tag{14}$$

На рис. 4 дистанция дисперсионного разрушения представлена как функция волнового числа. Построены зависимости как для уравнений длинных волн, так и для различных типов уравнений Буссинеска. Сплошными линиями показаны точные зависимости, рассчитанные по формулам (10) и (12), пунктирными — приближенные зависимости, рассчитанные по формулам (11), (13) и (14). Видно, что в длинноволновом пределе пунктирные линии всегда хорошо соответствуют ходу точных зависимостей, следовательно, приближенные формулы могут быть использованы на практике для получения оценок применимости того или иного варианта длинноволновой модели.

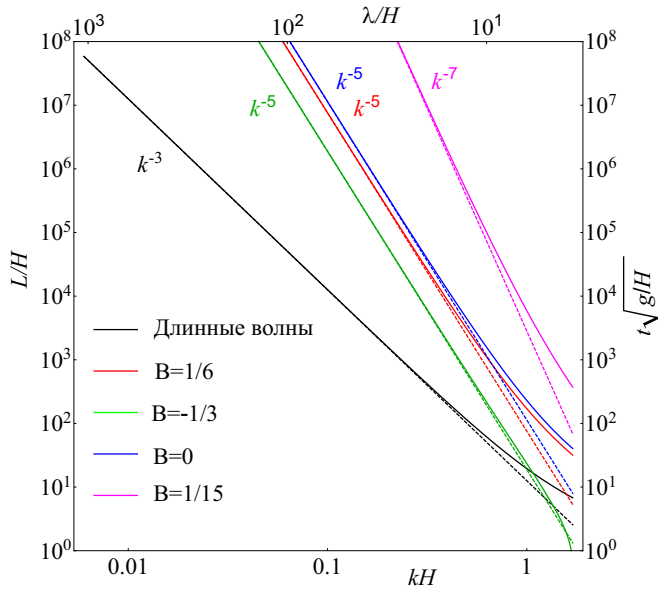


Рис. 4: Дистанция дисперсионного разрушения как функция волнового числа для уравнений теории длинных волн (черные кривые) и для различных типов уравнений Буссинеска (цветные кривые); цвет кривой соответствует значению параметра B . Сплошные линии — расчет, выполненный по точным формулам (10) и (12), пунктирные линии — приближенные формулы (11), (13) и (14)

Из анализа рис. 4 можно сделать два важных вывода. Дистанция дисперсионного разрушения с ростом волнового числа убывает как k^{-3} для уравнений теории длинных волн. Для уравнений Буссинеска при значении параметра $B = 1/6, -1/3, 0$ закон убывания более крутой k^{-5} . Но быстрее всего дистанция дисперсионного разрушения спадает при $B = 1/15$: в этом случае закон убывания k^{-7} .

Существование конечной дистанции дисперсионного разрушения для уравнений Буссинеска говорит о том, что область применимости этих уравнений ограничена. Конечно, по сравнению с уравнениями теории длинных волн, уравнения Буссинеска обеспечивают более точное воспроизведение диспергирующих гравитационных волн. Но из-за накопления дисперсионных эффектов по мере распространения волн всегда существует предельная дистанция, ограничивающая область применения как модели длинных волн, так и модели Буссинеска. Предельная дистанция связана с минимальной длиной волны (или минимальным периодом). В этой связи, выбирая расчетную область, или определяя максимальное время расчета, мы одновременно должны ограничить спектр воспроизводимых волновых возмущений.

3. ПРАКТИЧЕСКОЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КРИТЕРИЯ

Для определенности в этом разделе ограничимся обсуждением практического применения критерия только

для теории длинных волн. Процесс генерации цунами обычно описывается путем задания некоторого начального возвышения свободной поверхности воды при нулевом поле скорости течения [4]. Начальное возвышение полагается либо равным вертикальной компоненте косейсмической деформации дна океана [6, 19], либо рассчитывается из решения специальной задачи по векторному полю косейсмической деформации дна и распределению глубин [22–24]. И в первом, и во втором случае возмущение, вводимое в длинноволновую модель, может включать в себя короткопериодные спектральные компоненты ($T < T_{\min}$). Поэтому, для корректной работы длинноволновой модели, начальное возвышение должно быть сглажено таким образом, чтобы исключить подверженные дисперсии короткопериодные волны. Если процедуру сглаживания не проводить, то короткопериодные компоненты, распространяясь со скоростью $(gH)^{1/2}$, предписываемой длинноволновой моделью, т.е. быстрее, чем в природе, неминуемо исказят волновое поле, и амплитуда цунами будет переоценена.

Итак, первая процедура, которую необходимо выполнить перед моделированием волн цунами в рамках теории длинных волн, состоит в сглаживании исходного возмущения, которое исключит из рассмотрения короткопериодные компоненты $T < T_{\min}$. Период среза фильтра T_{\min} следует оценивать в соответствии с формулой (6) по размеру расчетной области L и типичной (средней) глубине океана в этой области H_{av} . В качестве величины L , например, может быть выбрана длина диагонали прямоугольной расчетной области (в сферических координатах — соответствующая длина дуги большого круга), а в качестве величины H_{av} — среднее арифметическое значений глубин океана в узлах равномерной сетки исходных батиметрических данных. Впрочем, точность определения величин L и H_{av} не имеет большого значения. Дело в том, что величина T_{\min} довольно слабо зависит от размера расчетной области и глубины океана: $T_{\min} \sim H_{av}^{1/6} L^{1/3}$.

Процедура сглаживания или фильтрации, которая определяет минимальный период волн, воспроизводимых длинноволновой моделью, имеет еще одно важное значение. Зная величину T_{\min} , можно однозначно определить минимальную длину волны $\lambda_{\min} = T_{\min}(gH)^{1/2}$, с которой связан шаг сетки по пространству Δ . В соответствии с теоремой Котельникова (Nyquist–Shannon–Kotelnikov theorem), следует потребовать, чтобы на одну длину волны приходилось по крайней мере два шага сетки: $\lambda_{\min} \geq 2\Delta$. При использовании регулярных сеток это требование можно удовлетворить только путем задания малого шага по пространству во всей расчетной области, что приводит к резкому росту вычислительной трудоемкости задачи. Совсем иные возможности открывает здесь применение неструктурированных сеток. Пусть шаг неструктурированной сетки определяется формулой

$$\Delta(H) = \Delta_{\min}(H/H_{\min})^{1/2}, \quad (15)$$

где Δ_{\min} — минимальный шаг сетки, устанавливаемый в окрестности точки с минимальной глубиной H_{\min} . Если следовать формуле (15), то для волн, скорость которых пропорциональна $H^{1/2}$, на длину волны всегда будет приходится фиксированное число шагов сетки по пространству. Применение такой неструктурированной сетки позволяет достичь заметного снижения вычислительной трудоемкости задачи при сохранении необходимого пространственного разрешения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получен количественный критерий, позволяющий оценивать применимость теории длинных волн для описания динамики волн цунами в «линейной зоне». Критерий базируется на классическом дисперсионном законе для гравитационных волн на воде. В качестве меры дисперсионной трансформации волн цунами предлагается рассматривать две связанные между собой величины: время и расстояние дисперсионного разрушения. Физический смысл этих величин - время

или дальность распространения волны, которые соответствуют отставанию диспергирующего волнового пакета от фронта на одну длину волны. Ограничения для теории длинных волн сформулировано как условие на минимальный период воспроизводимых волн. Получены удобные для практического применения формулы, позволяющие рассчитать минимальный период воспроизводимых волн по времени или дальности распространения волны, а также средней глубине океана в расчетной области. По аналогии с критерием применимости теории длинных волн получен критерий применимости уравнений Буссинеска с улучшенными дисперсионными характеристиками. В развитие классического подхода к задаче о генерации цунами землетрясением, обоснована необходимость сглаживания начального возвышения на поверхности воды для исключения из спектра цунами короткопериодных компонент, которые не могут описываться длинноволновой теорией.

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты №16-55-50018, №16-05-00053).

-
- [1] *Shuto N.* Natural Hazards. 1991. **4**, № 2–3. P. 171.
 - [2] *Gisler G.R.* Annu. Rev. Fluid Mech. 2008. **40**. P. 71.
 - [3] *Носов М.А.* Известия РАН. Физика атмосферы и океана. 2014. **50**, № 5. С. 540.
 - [4] *Levin B.W., Nosov M.A.* Physics of Tsunamis, Second Edition. Springer, 2016.
 - [5] *Liu P.L.F., Woo S.B., Cho Y.S.* Tech. rep. Cornell University, 1998.
 - [6] *Titov V.V., Gonzalez F.I., Mofjeld H.O., Venturato A.J.* NOAA Technical Memorandum OAR PMEL-124, 2003.
 - [7] *Itamura F., Yalciner A.C., Ozyurt G.* Tsunami Modelling Manual (TUNAMI model). Revision due on APRIL 2006.
 - [8] *Zaytsev A.I., Chernov A.G., Yalciner A.C., Pelinovsky E.N., Kurkin A.A.* MANUAL Tsunami Simulation/Visualization Code NAMI DANCE versions 4.9, 2010.
 - [9] *LeVeque R.J., George D.L., Berger M.J.* Acta Numerica. 2011. **20**. P.211.
 - [10] *Nosov M.A., Moshenceva A.V., Kolesov S.V.* Pure Appl. Geophys. 2013. **170**, N 9–10. P. 1647.
 - [11] *Kulikov E.A., Rabinovich A.B., Thomson R.E., Bornhold B.D.* J. Geophys. Res. 1996. **101**, N C3. P. 6609.
 - [12] *Куликов Е.А., Медведев П.П., Ланно С.С.* ДАН. 2005. **401**, №4. С.537.
 - [13] *Watada S., Kusumoto S., Satake K.* J. Geophys. Res. Solid Earth. 2014. **119**. P. 4287.
 - [14] *Løvholt F., Pedersen G., Glimsdal S.* The Open Oceanography Journal. 2010. **4**. P. 71.
 - [15] *Shi F., Kirby J.T., Harris J.C., Geiman J.D., Grilli S.T.* Ocean Modelling. 2012. **43-44**. P. 36.
 - [16] *Zhang Y.J., Baptista A.M.* Pure Appl. Geophys. 2008. **165**. P. 2229.
 - [17] *Walters R.A.* Ocean Modelling. 2006. **15**. P. 90.
 - [18] *Liang Q., Hou J., Amouzgar R.* Coastal Engineering Journal. 2015. **57**, N 4.
 - [19] *Popinet S.* Nat. Hazards Earth Syst. Sci. 2012. **12**. P. 1213.
 - [20] *Лакомб А.* Физическая океанография. М.: Мир, 1974.
 - [21] *Madsen P.A., Murray R. Sorensen O.R.* Coastal Eng. 1991. **15**. P. 371.
 - [22] *Nosov M.A., Kolesov S.V.* Pure and Applied Geophysics. 2011. **168**, N 6–7. P. 1223.
 - [23] *Файн И.В., Куликов Е.А.* Вычислительные технологии. 2011. **16**, №2. С.111.
 - [24] *Носов М.А., Семенов К.А.* Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2014. **50**, №5. С. 612.

Applicability of long-wave approximation to the description of tsunami dynamics

M. A. Nosov

Department of Marine and Inland Water Physics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University

Moscow 119991, Russia

E-mail: nosov@phys.msu.ru

The quantitative criteria defining areas of applicability of the equations of a shallow water theory and the Boussinesq equations at simulation of tsunami dynamics are presented. Approach to use of the received criteria in practice is described.

PACS: 92.10.hl.

Keywords: tsunami, long waves, phase dispersion, Boussinesq equations.

Received 18 June 2017.

Сведения об авторе

Носов Михаил Александрович — доктор физ.-мат. наук, доцент, профессор; тел.: (495) 939-36-98,
e-mail: nosov@phys.msu.ru.
