

Восстановление векторных акустических неоднородностей при численном моделировании и экспериментальной реализации

Д.И. Зотов, О.Д. Румянцева, А.С. Шуруп*

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, физический факультет, кафедра акустики
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

Приводятся результаты численного моделирования функционального алгоритма, позволяющего восстанавливать акустические неоднородности, которые имеют скалярную и векторную составляющие. Получаемое функциональное решение обратной задачи обладает математической строгостью для широкого класса рассеивателей. С другой стороны, приводятся результаты восстановления вектора скорости течений на основе экспериментальных данных, полученных с помощью ультразвукового томографа. Эти данные обрабатываются взвешенным аддитивным накоплением с последующим пространственно-корреляционным сравнением фрагментов изображений.

PACS: 43.60.Pt, 43.35.Wa УДК: 534.2 : 517.9

Ключевые слова: акустическая томография, восстановление течений, функциональные методы решения обратных задач рассеяния, спекл-структуры.

Акустическая томография позволяет исследовать внутреннюю структуру объектов, «прозрачных» для акустических волн, когда непосредственное измерение внутренних характеристик этих объектов затруднительно или невозможно. Большинство известных методов решения задач акустической томографии являются приближенными, что накладывает ограничения на область их применимости. В настоящей работе приводятся результаты численного моделирования функционально-аналитического алгоритма [1] восстановления скалярно-векторных неоднородностей, позволяющего получить решение обратной задачи, которое обладает математической строгостью для достаточно широкого класса рассеивателей. Кроме того, приводятся результаты восстановления вектора скорости течений на основе экспериментальных данных, полученных с помощью ультразвукового томографа [2]. Эти данные обрабатываются взвешенным аддитивным накоплением с последующим пространственно-корреляционным сравнением фрагментов изображений.

При численном моделировании рассматривается двумерная область V_S , в которой располагается неоднородность (рассеиватель), образованная скалярной $v(\mathbf{r}, \omega) = \omega^2 \left(\frac{1}{c_0^2} - \frac{1}{c^2(\mathbf{r})} \right) - 2i\omega \frac{\alpha(\mathbf{r}, \omega)}{c(\mathbf{r})}$ и векторной $\mathbf{A}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{\omega}{c^2(\mathbf{r})} \mathbf{v}(\mathbf{r})$ составляющими; $c(\mathbf{r})$, $\alpha(\mathbf{r}, \omega)$ и $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ обозначают скорость звука, амплитудный коэффициент поглощения и вектор течений в неоднородной среде; \mathbf{r} — радиус-вектор; c_0 — скорость звука в фоновой среде; ω — циклическая частота; временная зависимость полей $\sim \exp(-i\omega t)$. Предполагается, что на границе области V_S , имеющей форму окружности заданного радиуса, расположены квазиточечные излучатели с координатой \mathbf{x} и квазиточечные приемники с координатой \mathbf{y} . Требуется восстановить $v(\mathbf{r}, \omega)$ и $\mathbf{A}(\mathbf{r}, \omega)$

на основе принятых акустических полей $G^{\text{cl}}(\mathbf{y}, \mathbf{x}; \omega)$.

В рассматриваемом алгоритме восстановления [1] используется формальный переход в область комплексных волновых векторов, что приводит к необходимости работать в терминах обобщенного волнового поля $\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{k}; \omega)$ и обобщенной амплитуды рассеяния $h(\mathbf{k}, \mathbf{l}; \omega)$ вместо их классических аналогов. Здесь комплексные (!) волновые векторы \mathbf{k} и \mathbf{l} ($\mathbf{k}, \mathbf{l} \in \mathbb{C}^2$) характеризуют эффективные падающее и рассеянное поля, соответственно. Переход от действительных векторов $\mathbf{k}, \mathbf{l} \in \mathbb{R}^2$ (характеризующих эффективное падающее поле в виде плоской волны и эффективное рассеянное поле, хотя в эксперименте преобразователи являются квазиточечными) к их комплексным аналогам выполняется в виде $\mathbf{k} = \mathbf{k}_R + i\mathbf{k}_I$, $\mathbf{l} = \mathbf{l}_R + i\mathbf{l}_I$ ($\mathbf{k}_R \equiv \text{Re}\mathbf{k}$, $\mathbf{k}_I \equiv \text{Im}\mathbf{k}$; $\mathbf{l}_R \equiv \text{Re}\mathbf{l}$, $\mathbf{l}_I \equiv \text{Im}\mathbf{l}$) с сохранением условия монохроматичности: $\mathbf{k}^2 = \mathbf{l}^2 = k_0^2$ при $\mathbf{k}, \mathbf{l} \in \mathbb{C}^2$, откуда $\mathbf{k}_R \perp \mathbf{k}_I$. В рассматриваемой двумерной задаче существует всего две ортогональных ориентации вектора \mathbf{k}_I относительно вектора \mathbf{k}_R : $\mathbf{k}_I \equiv \mathbf{k}_I^\pm$. В алгоритме восстановления участвуют предельные значения (h^\pm и Ψ^\pm) функций $h(\mathbf{k}, \mathbf{l}; \omega)$ и $\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{k}; \omega)$ при $\mathbf{k}_I^\pm \rightarrow 0$; алгоритм имеет следующие этапы:

$$G^{\text{cl}}(\mathbf{y}, \mathbf{x}; \omega) \xrightarrow{\text{см. [3]}} h^\pm(\mathbf{k}, \mathbf{l}; \omega) \xrightarrow{\text{см. [4]}} \mu^\pm(\mathbf{r}, \mathbf{k}; \omega) \rightarrow \hat{v}(\mathbf{r}, \omega), \hat{\mathbf{A}}(\mathbf{r}, \omega). \quad (1)$$

Здесь $\mu^\pm(\mathbf{r}, \mathbf{k}; \omega) \equiv \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r}) \Psi^\pm(\mathbf{r}, \mathbf{k}; \omega)$ — перепределенные предельные значения обобщенных полей; $\hat{v}(\mathbf{r}, \omega)$, $\hat{\mathbf{A}}(\mathbf{r}, \omega)$ — оценки истинных составляющих неоднородности $v(\mathbf{r}, \omega)$, $\mathbf{A}(\mathbf{r}, \omega)$, получаемые обобщенным алгоритмом. Вопросы реализации первого перехода « $G^{\text{cl}}(\mathbf{y}, \mathbf{x}; \omega) \rightarrow h^\pm(\mathbf{k}, \mathbf{l}; \omega)$ » и второго перехода « $h^\pm(\mathbf{k}, \mathbf{l}; \omega) \rightarrow \mu^\pm(\mathbf{r}, \mathbf{k}; \omega)$ » в (1) были подробно изложены в работах [3, 4]. Единственным этапом обобщенного алгоритма (1), который не был численно реализован ранее для скалярно-векторных неоднородностей, является переход от функции $\mu^\pm(\mathbf{r}, \mathbf{k}; \omega)$ к искомым оценкам $\hat{v}(\mathbf{r}, \omega)$, $\hat{\mathbf{A}}(\mathbf{r}, \omega)$; он изложен в [1].

*E-mail: burov@phys.msu.ru

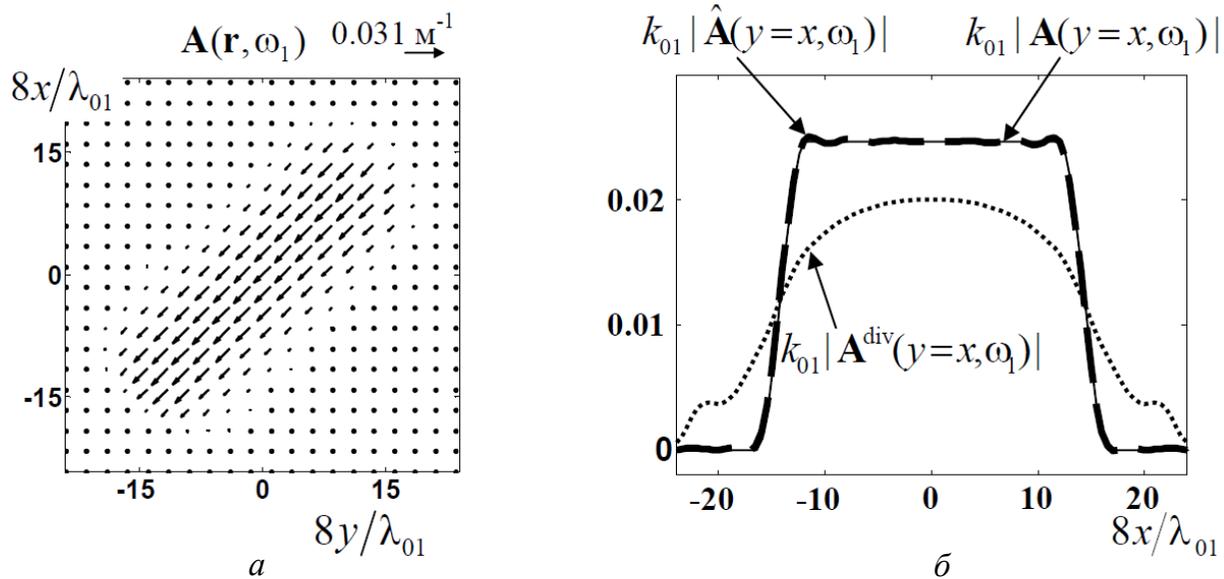


Рис. 1: Пространственное распределение по области томографирования вектора истинной неоднородности $\mathbf{A}(\mathbf{r}, \omega_1)$ (а); диагональные сечения для ее модуля $k_{01} |\mathbf{A}(y = x, \omega_1)|$ (б, тонкая линия), а также для соленоидальной компоненты $k_{01} |\mathbf{A}^{\text{div}}(y = x, \omega_1)|$ (б, линия в виде точек) и восстановленной в двухчастотном режиме итоговой оценки $k_{01} |\hat{\mathbf{A}}(y = x, \omega_1)|$ (б, толстая пунктирная линия). Приведены результаты восстановления на нижней из двух рассматриваемых частот $\omega_1 < \omega_2$, которой в однородной фоновой среде соответствует длина волны λ_{01} ; $k_{01} = 2\pi/\lambda_{01}$

В качестве примера результатов численного моделирования на рис. 1 приведено распределение по исследуемой области векторного поля $\mathbf{A}(\mathbf{r}, \omega)$ (рис. 1а), а также его оценка (рис. 1б) в виде модуля $|\mathbf{A}^{\text{div}}(\mathbf{r}, \omega)|$ при использовании экспериментальных данных только на одной частоте (тогда оценка оказывается весьма далекой от истины) и на двух частотах в виде $|\hat{\mathbf{A}}(\mathbf{r}, \omega)|$ (тогда оценка практически совпадает с истинной). Дело в том, что, согласно [1], соотношения, определяющие последний переход в (1), дают корректную оценку истинных неоднородностей $\mathbf{A}(\mathbf{r}, \omega)$ и $v(\mathbf{r}, \omega)$ только в том случае, когда $\text{div } \mathbf{A}(\mathbf{r}, \omega) = 0$. Если это требование не выполняется, то в монохроматическом режиме скалярно-векторные неоднородности будут восстановлены с искажениями, причем искажена будет не только векторная составляющая, но и скалярная. Тем не менее, приемлемое восстановление $\mathbf{A}(\mathbf{r}, \omega)$ и $v(\mathbf{r}, \omega)$ возможно при использовании нескольких (как минимум, двух) частот [5]. В этом случае совместно с восстановлением соленоидальной составляющей векторного поля $\mathbf{A}^{\text{div}}(\mathbf{r}, \omega)$, где $\text{div } \mathbf{A}^{\text{div}}(\mathbf{r}, \omega) \equiv 0$, удастся восстановить и его потенциальную компоненту $\mathbf{A}^{\text{rot}}(\mathbf{r}, \omega)$, где $\text{rot } \mathbf{A}^{\text{rot}}(\mathbf{r}, \omega) \equiv 0$, что позволяет в итоге получить полное векторное поле $\mathbf{A}(\mathbf{r}, \omega)$ в виде $\mathbf{A}(\mathbf{r}, \omega) = \mathbf{A}^{\text{rot}}(\mathbf{r}, \omega) + \mathbf{A}^{\text{div}}(\mathbf{r}, \omega)$, а также учесть поправки, которые требуются для адекватной оценки функции $v(\mathbf{r}, \omega)$. Для повышения помехоустойчивости получаемых оценок как скалярной $v(\mathbf{r}, \omega)$, так и векторной $\mathbf{A}(\mathbf{r}, \omega)$ составляющих рассеивателя возможно использование данных рассеяния на большем

количестве рабочих частот.

Итак, описанный функционально-аналитический алгоритм обеспечивает достаточно высокое качество восстановления скалярной и векторной составляющих функции рассеивателя. Однако стадия практической реализации данного алгоритма в конкретном томографическом устройстве пока еще впереди. В то же время, разработан и проверен на численных моделях другой алгоритм (который будет называться аддитивно-корреляционным) восстановления вектора скорости течений [2, 6]. Кроме того, на основе этого алгоритма были обработаны экспериментальные данные, полученные с помощью разработанного ультразвукового медицинского томографа [2]. В аддитивно-корреляционном алгоритме для получения пространственного распределения вектора скорости течений $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ требуется особый режим излучения сигналов, зондирующих исследуемый объект. В таком режиме каждый излучатель вместо одного зондирующего импульса посылает три импульса через заданные промежутки времени T_{rep} . Значение T_{rep} определяется длительностью излучаемого импульса, а также априорным знанием максимального значения скорости течений в исследуемом объекте. Три набора экспериментальных данных в виде рассеянных объектом сигналов, соответствующих трем зондирующим импульсам, специальным образом [2, 6] объединяются в две пары, обозначаемые индексами I и II: $\Delta u_{\text{sc}}^{\text{I}}(\mathbf{r}_S, \mathbf{r}_R, t)$ и $\Delta u_{\text{sc}}^{\text{II}}(\mathbf{r}_S, \mathbf{r}_R, t)$, где \mathbf{r}_S и \mathbf{r}_R — координаты текущих излучателя и приемника, t — время. Данные $\Delta u_{\text{sc}}^{\text{I}}(\mathbf{r}_S, \mathbf{r}_R, t)$ и $\Delta u_{\text{sc}}^{\text{II}}(\mathbf{r}_S, \mathbf{r}_R, t)$ при каждой фикс-

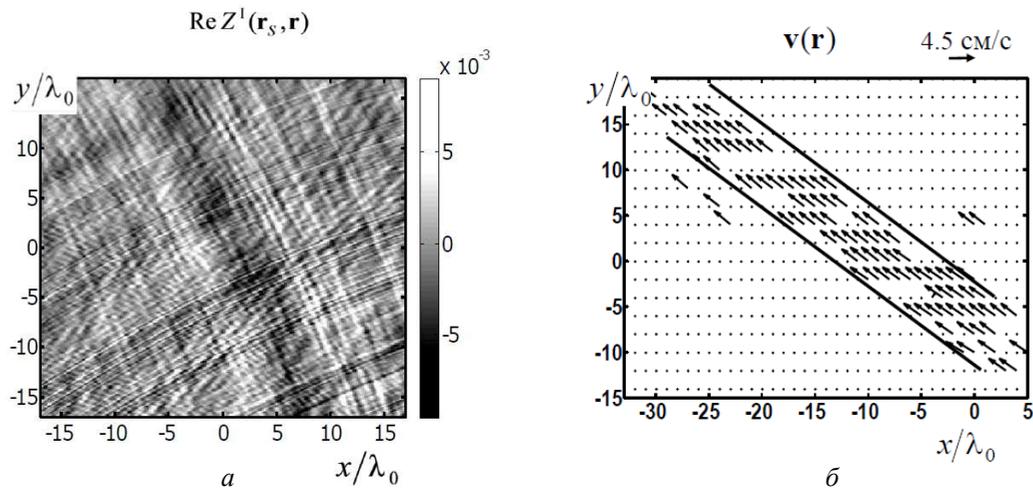


Рис. 2: Результат восстановления вектора скорости движения жидкости в прямолинейной трубочке диаметром около 10 мм, ориентированной вдоль диагонали, по экспериментальным данным от 26 приемозлучающих преобразователей: действительная часть одного из коррелируемых изображений при фиксированном излучателе (а); восстановленное векторное поле скорости жидкости (б)

сированной паре $(\mathbf{r}_S, \mathbf{r}_R)$ предварительно фазируются на текущую точку изображения \mathbf{r} , и аддитивное объединение (с весовыми коэффициентами) сфазированных значений по приемникам \mathbf{r}_R приводит к двум комплексным изображениям $Z^I(\mathbf{r}_S, \mathbf{r})$ и $Z^{II}(\mathbf{r}_S, \mathbf{r})$ при каждом фиксированном излучателе \mathbf{r}_S . Перебор всех излучателей дает две серии изображений.

Изображения обладают спекл-структурами, которые перемещаются вместе с течением. Тогда относительный сдвиг фрагментов спекл-структур на изображениях $Z^I(\mathbf{r}_S, \mathbf{r})$ и $Z^{II}(\mathbf{r}_S, \mathbf{r})$ соответствует смещению кластеров жидкости за время $T_{\text{гер}}$. Этот сдвиг находится с помощью взаимной корреляционной функции $\Gamma(\mathbf{r}_S, \mathbf{r}, \Delta\mathbf{r})$ фрагментов двух изображений Z^I и Z^{II} , полученных при одном и том же излучателе. В итоге, скорость течения оценивается как $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = \Delta\mathbf{r}_{\text{max}}/T_{\text{гер}}$, где вектор сдвига $\Delta\mathbf{r} = \Delta\mathbf{r}_{\text{max}}$ определяется из максимума (при переборе $\Delta\mathbf{r}$) функции $\text{Re} \sum_S \Gamma(\mathbf{r}_S, \mathbf{r}, \Delta\mathbf{r})$.

Был проведен эксперимент по восстановлению скорости движения жидкости, содержащей случайно рас-

положенные рассеиватели. В качестве такой жидкости использовалась взвесь мелкодисперсного зубного порошка в киселе, которая двигалась через силиконовую трубку диаметром около 10 мм. Облучаемая часть трубки располагалась горизонтально в плоскости томографирования. Картина спекл-структур и векторная карта скорости жидкости, восстановленная на основе данных рассеяния при 26-ти приемозлучающих преобразователях, приведены на рис. 2. Дальнейшее улучшение качества получаемого векторного поля $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ возможно за счет использования большего количества преобразователей, учета неоднородностей скорости звука и поглощения при построении изображений $Z^I(\mathbf{r}_S, \mathbf{r})$ и $Z^{II}(\mathbf{r}_S, \mathbf{r})$, а также за счет усовершенствования методики калибровки преобразователей антенной решетки томографа.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты № 16-29-02097 офи_м, № 16-02-00680), а также гранта Президента РФ по программе поддержки ведущих научных школ НШ-7062.2016.2.

[1] Agaltsov A. D., Novikov R. G. J. Math. Phys. **55**, 103502. (2014).
 [2] Burov V. A. et al. Physics of Wave Phenomena. **23**, N 2. P. 135. (2015).
 [3] Буров В. А. и др. Акуст. журн. **59**, № 3. С. 391. (2013).

[4] Буров В. А. и др. Акуст. журн. **55**, № 6. С. 784. (2009).
 [5] Agaltsov A. D. Eurasian Journal of Mathematical and Computer Applications, **4**, N 1. P. 4. (2016).
 [6] Буров В. А. и др. Акуст. журн. **52**, № 5. С. 607. (2006).

Reconstruction of vector acoustic inhomogeneities in numerical modeling and experimental implementation

D. I. Zotov^a, O. D. Romyantseva, A. S. Shurup

*Department of Acoustics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University
Moscow 119991, Russia.*

E-mail: ^aburov@phys.msu.ru

Results of numerical modeling the functional algorithm are presented, which allows to reconstruct acoustic inhomogeneities with scalar and vector constituents. The resulting functional solution of the inverse problem is mathematically rigorous for a wide range of scatterers. On the other hand, the reconstruction results for the vector of flow currents are presented which were obtained from experimental data measured by the ultrasonic tomograph. These data are processed by the weighted additive accumulation followed by a space–correlation comparison of image fragments.

PACS: 43.60.Pt , 43.35.Wa

Keywords: acoustic tomography, reconstruction of flows, functional methods for solving inverse scattering problems, speckle structures.

Сведения об авторах

1. Зотов Дмитрий Игоревич — канд. технич. наук, науч. сотрудник; тел.: (495) 939-30-81, e-mail: burov@phys.msu.ru.
2. Румянцева Ольга Дмитриевна — канд. физ.-мат. наук, доцент; тел.: (495) 939-30-81, e-mail: burov@phys.msu.ru.
3. Шуруп Андрей Сергеевич — канд. физ.-мат. наук, доцент; тел.: (495) 939-30-81, e-mail: burov@phys.msu.ru.