

Моделирование характеристик крутильной системы по параметрам нити подвеса

В. М. Шахпаронов,* Д. А. Самсонов

*Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2*

Осуществлено моделирование характеристик крутильной системы по параметрам нити подвеса и подвешенного к ней шарового груза. Вязкое трение о воздух ограничивает возможности метода. Установлена максимально допустимая величина добротности системы, ограниченная внутренним трением в нити.

PACS: 62.40.+i УДК: 534.013

Ключевые слова: добротность, крутильные колебания, внутреннее трение, вязкость.

ВВЕДЕНИЕ

В механической колебательной системе при собственных колебаниях амплитуда уменьшается за счёт сил трения [1–3]. Одним из важнейших факторов, которые необходимо учитывать, является рассеяние энергии внутри самой колебательной системы вследствие внутреннего трения в упругом элементе. В микрообъёмах материала происходит пластическая деформация. Она ведёт к необратимым потерям запасённой энергии осциллятора. Степень несовершенства упругости материала формально характеризуется коэффициентом гистерезисных потерь C . Он определяет долю потерянной энергии от всей работы, затраченной на деформирование материала.

В крутильных системах упругим элементом является нить подвеса. Коэффициенты гистерезисных потерь C на нитях из разных материалов изменяются в огромных пределах. Даже на нитях из одного и того же материала при различной технологии производства наблюдаются существенные различия коэффициента гистерезисных потерь.

Параметры нити подвеса характеризуются рядом основных характеристик. К их числу можно отнести модуль Юнга, коэффициент Пуассона и предел прочности на разрыв. Коэффициент гистерезисных потерь C также следует отнести к числу основных.

Он характеризует степень несовершенства структуры материала и его демпфирующие свойства.

РАСЧЁТ ХАРАКТЕРИСТИК КРУТИЛЬНЫХ СИСТЕМ

Для оценки характеристик крутильных систем необходимо сформировать исходные данные. Прежде всего выбираем длину и диаметр нитей полвеса. По диаметру определяем площадь сечения. Далее задаём диаметр и плотность шаровых грузов, подвешиваемых на нитях. По ним определяем массы грузов и их моменты

инерции вокруг вертикальной оси. Вычисляем механическое напряжение P нити с площадью сечения s .

Для проведения дальнейших расчётов необходимо найти ряд параметров из литературных источников. Находим предельную нагрузку на разрыв и вычисляем запас прочности нити подвеса. Наиболее значимыми являются ещё два параметра. К ним следует отнести модуль сдвига G и коэффициент гистерезисных потерь C . Поскольку измерения проводятся в воздухе, то необходимо знать вязкость воздуха при комнатной температуре.

Для обеспечения измерений в упругой зоне деформации задаём предельно допустимый угол отклонения φ , при котором обеспечивается низкий уровень угловой деформации ξ . Задаём деформацию на уровне 5 ppm.

Оценки проводились на длинных нитях из четырёх материалов — нихрома, вольфрама, молибдена и меди. Полагалось, что прочность на разрыв R на этих материалах составляла, соответственно, 1,5, 3,0, 1,5, 0,4 ГПа. При нормальной нагрузке прочность нитей на разрыв должна укладываться в диапазон от 3 до 10. При малом запасе прочности появляется угроза обрыва нити. При слишком большом запасе нить полностью не выпрямляется, что вносит погрешность в результаты измерений. Поскольку измерения проводятся в воздухе, используются толстые нити, к которым подвешиваются шаровые грузы большой массы. При этом потери за счёт вязкого трения о воздух сводятся к минимуму. В качестве грузов рассматривались шаровые тела диаметром 50,8, 76,2, 101,6 и 127 мм из стали ШХ15 с плотностью 7,8 г/см³. Массы таких шаров составили, соответственно, величину 0,5354, 1,8070, 4,2833, 8,3657 кг.

Момент инерции шарового груза диаметром D и массой M

$$J = \frac{MD^2}{10}.$$

Жёсткость нити подвеса диаметром d , длиной L и модулем сдвига G

$$\kappa = \frac{\pi G d^4}{32L}.$$

*E-mail: shahp@phys.msu.ru

Период крутильных колебаний

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{J/\kappa}}.$$

Ограниченная коэффициентом гистерезисных потерь C в нити подвеса добротность

$$Q_2 = \frac{\pi}{C}.$$

Ограниченная трением шарового груза диаметром D о воздух с вязкостью μ добротность крутильной системы с периодом колебаний T

$$Q_0 = \frac{\kappa T}{4\pi q \mu D^3}, \quad q = 1 + \ln \frac{T_q}{T},$$

$$T_q = 100 \text{ с}, \quad T < T_q. \quad \text{При } T > T_q \quad q = 1.$$

Добротность крутильной системы

$$Q_1 = \frac{Q_0 Q_2}{Q_0 + Q_2}.$$

При закручивании на угол φ относительная деформация нити $\xi = \frac{\varphi}{L} j$.

Постоянная времени крутильных колебаний

$$\tau = \frac{Q_1 T}{\pi}.$$

По модулю сдвига G и коэффициенту Пуассона ν можно оценить модуль Юнга.

$$E = 2(1 + \nu)G.$$

Площадь сечения нити

$$s = \frac{\pi d^4}{4}.$$

Механическое напряжение нити

$$P = \frac{Mg}{s},$$

где g — ускорение силы тяжести.

Запас прочности на разрыв

$$n_R = \frac{R}{P}.$$

Жёсткость нити на удлинение

$$k_1 = \frac{Es}{L}.$$

Частота продольных колебаний шаровой массы.

$$f_1 = \frac{\sqrt{k_1/M}}{2\pi}.$$

Удлинение нити при нагрузке P составит величину

$$\Delta L = \frac{PL}{E}.$$

Частота струнных колебаний

$$f_2 = 0.5 \sqrt{\frac{P}{L^2 \rho}},$$

где ρ — плотность материала нити.

Жёсткость нити при струнных колебаниях можно оценить по формуле:

$$k_2 = \frac{\pi^2 Mg}{L}$$

Постоянная времени продольных колебаний нити

$$\tau_1 = \frac{Q_2}{\pi f_1}.$$

Постоянная времени поперечных колебаний нити

$$\tau_2 = \frac{Q_2}{\pi f_2}.$$

Расстояние от верхней точки крепления нити до центра масс шаровых грузов составляет величину

$$L_k = L + dL + d/2,$$

где dL — расстояние от нижнего зажима нити длиной L до поверхности шарового груза.

Жёсткость крутильной системы при качаниях

$$\kappa_k = MgL_k.$$

Период качаний системы

$$T_k = 2\pi \sqrt{\frac{ML_k^2 + J}{\kappa_k}}.$$

Добротность качаний крутильной системы

$$Q_k = \frac{Mg\pi}{24D\mu q_k \sqrt{L_k g}}, \quad q_k = 1 + \ln \frac{T_q}{T}, \quad T_q = 100 \text{ с}.$$

Время релаксации качаний

$$\tau_k = \frac{Q_k T_k}{\pi}.$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Учёт добротности крутильных систем позволяет проводить оперативные оценки коэффициента гистерезисных потерь на широком круге материалов. Вязкое трение о воздух ограничивает возможности такого метода. При этом требуется точное определение таких потерь. При равномерном вращении шарового тела в воздушной среде такие потери рассчитываются строго. В режиме колебаний рассчитать потери значительно сложнее [4]. Поэтому в данной работе приведена оценочная формула для расчёта потерь на вязкое трение о воздух при периодах колебаний в диапазоне от 3 до 100 с. При наличии такой формулы для определения гистерезисных потерь в материале нити подвеса достаточно одного эксперимента.

При увеличении коэффициента гистерезисных потерь в испытуемой нити подвеса оценки становятся проще и достовернее. При добротности системы выше 10000 заметно возрастает погрешность из-за существенного вклада потерь за счёт вязкого трения, которые удаётся оценить с некоторой погрешностью. С увеличением диаметра нити расширяется диапазон материалов, на которых возможна оценка гистерезисных потерь. Для исключения пластических деформаций следует ограничивать величину угловой деформации нити на уровне 5 ppm, что препятствует использованию нитей большого диаметра.

Крутильная система содержит дополнительные степени свободы, которые следует учитывать при проведении оценок. Среди них следует отметить продольные, струнные и маятниковые колебания [5]. Струнные колебания значительно расширяют диапазон частот исследуемого осциллятора. Отношение частот струнных и крутильных колебаний может превысить величину порядка 1000 и даже 10000. Высокая добротность струнных колебаний наиболее наглядно демонстрирует частотно-независимый характер потерь при внутреннем трении. При крутильных, продольных и струнных колебаниях коэффициент гистерезисных потерь сохра-

няет постоянное значение. Следовательно, и добротность системы при всех видах колебаний также имеет постоянное значение.

Маятниковые качания являются исключением. Их добротность велика, что затрудняет проведение измерений времени их релаксации. Их высокая добротность обусловлена тем, что запасённая при качаниях энергия связана с гравитационным полем Земли. Диссипируемая энергия качаний в вакууме обусловлена только трением вблизи зажимов нити при её изгибах. В воздухе доминирует вязкое трение, но оно не обеспечивает существенное уменьшение времени релаксации. Наиболее радикальный способ гашения качаний может обеспечить только магнитный демпфер, впервые предложенный в работе [6]. Но он усложняет конструкцию установки и не позволяет проводить контрольные измерения на укороченной нити. При этом в связи с наличием малых крутильных колебаний в более короткой и толстой дополнительной нити подвеса возникают опасения, что магнитный демпфер внесёт искажения в измерения добротности крутильных колебаний. Поэтому самым надёжным способом борьбы с нежелательным влиянием маятниковых качаний является тщательное их гашение до начала измерений с последующим избирательным возбуждением только крутильных колебаний. Использовать электрод для раскачки крутильных колебаний электрическим полем трудно в связи с шаровой формой подвешенного к нити груза. Направленная на шар струя воздуха, смещённая от оси его вращения, такую задачу решает.

Измерения в воздухе уступают по точности аналогичным операциям в вакууме. Исключается процедура предварительной термомеханической обработки при высокой температуре. Она позволяет примерно на порядок снизить гистерезисные потери в тугоплавких материалах. Однако при этом значительно упрощается процедура измерений. Исчезают ограничения по длине нити. Не требуется использование сложной вакуумной техники. Время на проведение измерений сокращается примерно на порядок.

-
- [1] Брагинский В. Б., Митрофанов В. П., Охрименко О. А. Письма в ЖЭТФ. **55**. № 8. С. 424. (1992).
[2] Биленко И. А., Митрофанов В. П., Охрименко О. А. ПТЭ. № 5. С. 166. (1993).
[3] Биленко И. А., Лурье С. Л. Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. № 4. С. 68. (2004). (Bilenko I. A., Lurie S. L. Moscow University Physics Bulletin. 2004. **59**. N 4. P. 68.)

- [4] Ламб Г. Гидродинамика. (М.: Рипол Классик, 2013).
[5] Карагиоз О. В., Воронков В. В., Измаилов В. П., Агафонов Н. И. Изв. АН СССР, Физика Земли. № 1. С. 101. (1975).
[6] Luther G. G., Towler W. R. Phys.Rev.Lett. **48**. P. 121. (1982).

Torsion system modeling by suspension wire characteristics**V. M. Shakhparonov^a, D. A. Samsonov***Department of the Physics of Oscillations, Faculty of Physics, M.V. Lomonosov Moscow State University
Moscow 119991, Russia**E-mail: ^ashahp@phys.msu.ru*

Modeling of the torsion system by parameters of the suspension wire and the spherical mass on it is carried out. The viscous air friction limits the possibilities of the method. Maximum Q -factor is limited by internal friction in the wire is determined.

PACS: 62.40.+i

Keywords: quality factor, torsion oscillations, internal friction, viscosity.

Сведения об авторах

1. Шахпаронов Владимир Михайлович — канд. физ.-мат. наук, вед. электроник; тел.: (495) 939-21-46, e-mail: shahp@phys.msu.ru.
2. Самсонов Дмитрий Александрович — студент.