

## Учет влияния эффектов краевого электрического поля на измерения, проводимые с помощью пьезокварцевых резонаторов

Ю. К. Алешин, М. А. Сивков\*

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет  
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

Пьезокварцевый резонатор (ПКР), применяемый при исследовании жидкой среды, обладает сильной зависимостью частотного сдвига резонатора от диэлектрической проницаемости окружающей среды. В представленной работе приведены теоретические вычисления краевого эффекта для круглого плоскопараллельного конденсатора и результаты экспериментального исследования влияния геометрических размеров резонатора и диэлектрической проницаемости среды на частотный сдвиг ПКР.

PACS: 41.20.Cv

УДК: 537.222.1

Ключевые слова: электростатика, емкость, пьезокварцевый датчик.

Измерение большого количества физических величин зачастую выполняется с использованием плоскопараллельных конденсаторов различных конфигураций, в которых диэлектрический материал помещен между двумя проводящими пластинами, а изменение рассматриваемой физической характеристики находится в прямой зависимости с изменением емкости и проводимости между электродами. Между любыми двумя параллельными проводящими пластинами конечной величины присутствует краевое электрическое поле, и дополнительная емкость, которая не учитывается стандартной формулой, обычно сложна для расчета и существенно зависит от геометрии датчика. Таким образом знание количественных отношений между величиной краевых эффектов и геометрией датчика улучшит точность измерений при применении емкостных датчиков. Одним из таких применений является исследование влияния диэлектрической проницаемости окружающей среды на изменение частоты пьезокварцевого резонатора (ПКР). Практика применения ПКР в жидких средах показала, что диэлектрическая проницаемость среды, окружающей пьезокварцевый резонатор, сильно влияют на изменение базовой частоты. Чувствительность метода очень высока. Современная схематехника позволяет измерить частоту пьезоэлектрического резонатора с большой точностью. При базовой частоте резонатора до 15 МГц погрешность измерения частоты 0.1 Гц, таким образом, относительная ошибка оценивается в  $10^{-10}$ . Диэлектрические свойства окружающей среды, обусловлены химическим составом и молекулярной структурой вещества, это означает, что их можно исследовать с помощью ПКР. Высокочувствительный пьезосенсор, погруженный в жидкость с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ , представляет собой конденсатор, состоящий из двух цилиндрических металлических электродов с ограниченными размерами, между которыми находится пьезокварц (рис. 1).

Для точного определения статической емкости ПКР

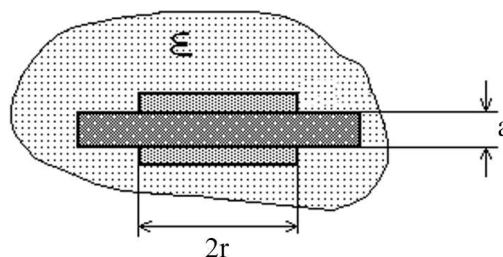


Рис. 1: Схематическое представление ПКР в жидкой среде,  $r$  — радиус электродов,  $a$  — толщина пьезокварца

численными методами решалась задача Лапласа со смешанными граничными условиями:

$$\begin{aligned} \Delta U &= 0, \\ U|_{z=0} &= V_1, \quad \text{при } r \leq a, \\ U|_{z=L} &= V_2, \quad \text{при } r \leq a, \\ \frac{\partial U}{\partial z}|_{z=0} &= 0, \quad \text{при } r > a, \\ \frac{\partial U}{\partial z}|_{z=L} &= 0, \quad \text{при } r > a, \\ U|_{z \rightarrow \infty} &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

где  $a$  — это радиус электродов. Далее, емкость конденсатора представлялась в виде

$$C = C_0 + \Delta C, \quad (2)$$

где  $C_0 = \frac{\epsilon_0 \epsilon_k \pi a^2}{h}$ , а  $\Delta C$  — дополнительная емкость, появляющаяся в результате воздействия краевого электрического поля, то

$$\Delta C = \frac{C}{C_0} - 1.$$

Результаты вычисления  $\Delta C$ , представленные на рис. 2, хорошо аппроксимируются формулой

$$\Delta C = 1.32 \times \exp\left(2.2 \log\left(\frac{d}{a}\right)\right), \quad (3)$$

\*E-mail: sivkov.maksim@physics.msu.ru

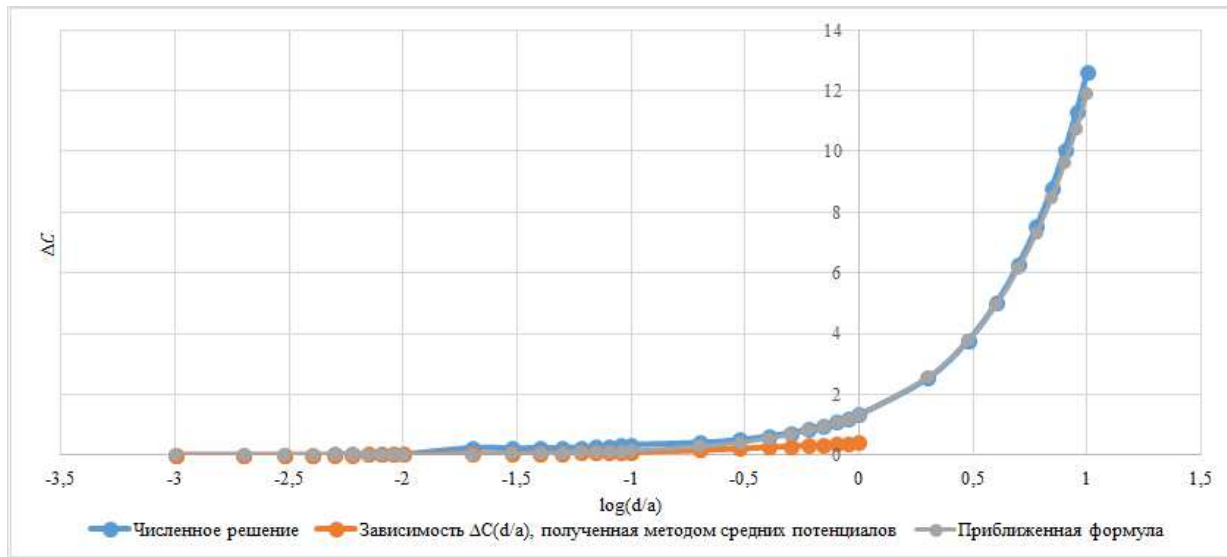


Рис. 2: График зависимости  $\Delta C(d/a)$

Таблица I:

Радиус $a$ , м	$\Delta C$	Вид измерения	$f$ генерации, МГц	$\Delta f$ , кГц	$\beta$
$1.78 \times 10^{-3}$	0.254	На воздухе	9.97952	-	-
$1.78 \times 10^{-3}$	-	1 электрод в воде	9.97311	6.41	0.01272405
$1.78 \times 10^{-3}$	-	2 электрода в воде	9.961945	17.575	0.0127761
$3.34 \times 10^{-3}$	0.318	На воздухе	9.976324	-	-
$3.34 \times 10^{-3}$	-	1 электрод в воде	9.968634	7.69	0.01272465
$3.34 \times 10^{-3}$	-	2 электрода в воде	9.957906	18.418	0.0127691

где  $d$  — это расстояние между обкладками конденсатора.

В эксперименте производились измерения ухода частоты ПКР-датчиков разных радиусов, но одной толщины  $d = 15 \times 10^{-5}$  м, при погружении в воду одного электрода и обоих электродов. Для отношения частот последовательного резонанса можно записать:

$$\frac{f_1^2}{f_2^2} = \frac{C_2}{C_1} = \frac{1 + \beta \epsilon_{ж} \Delta C}{1 + \Delta C}, \quad (4)$$

Здесь  $f_1$  — значение резонансной частоты ПКР в воздухе,  $f_2$  — частота резонатора, полностью погруженного в жидкость, а  $C_1$  и  $C_2$  — соответствующие значения емкостей, а  $\beta$  — безразмерный коэффициент, учитывающий степень влияния окружающей среды. Для отношения частот резонатора, погруженного в жидкость только с одной стороны

$$\frac{f_1^2}{f_2^2} = \frac{C_2}{C_1} = \frac{1 + \frac{1}{2} \Delta C (\beta \epsilon_{ж} + 1)}{1 + \Delta C}, \quad (5)$$

Из этих соотношений находим коэффициент  $\beta$ . Если ПКР погружен в жидкость полностью

$$\beta = \frac{f_1^2}{f_2^2 (1 + \Delta C) - 1} \epsilon_{ж} \Delta C. \quad (6)$$

И при частичном погружении —

$$\beta = \frac{1}{\epsilon_{ж}} \left[ \frac{2(f_1^2)}{f_2^2 (1 + \Delta C) - 1} \Delta - 1 \right]. \quad (7)$$

Измерения частоты проводились четыре раза для каждой жидкости. Данные и полученные из них значения  $\beta$  и  $\Delta C$  приведены в табл. 1.

Как видно из таблицы, при изменении значения на 25%, коэффициент изменился менее чем на 0,15%. Таким образом можно сделать вывод, что его значение мало зависит от величины электродов, а является, скорее, характеристикой среды.

- [1] *Зеленка И.* Пьезоэлектрические резонаторы на объемных и поверхностных акустических волнах. сс. 136–138. М.: Мир, 1990.
- [2] *Ахадов Я. Ю.* Диэлектрические свойства жидкостей. М., 1972.
- [3] *Алешин Ю. К.* Диагностика поверхностных и объемных структурных модификаций различных веществ с использованием пьезокварцевого сенсора. (2009).
- [4] *Джексон Дж.* Классическая электродинамика. М.: Мир, 1965.
- [5] *Ахизер Н. И.* Элементы теории эллиптических функций. М.: Наука, 1970.
- [6] *Hedrick E.R.* Tables of Integrals and Other Mathematical Data. New York, The Macmillan Company, 1957.
- [7] *Hegg M.C., Mamishev A.V.* Influence of Variable Plate Separation on Fringing Electric Fields in Parallel-Plate Capacitors. Conference Record of the 2004 IEEE International Symposium on Electrical Insulation. September, 2004.
- [8] *Field R. F.* Dielectric measuring techniques. A. Permittivity. 1. Lumped circuits. (in Dielectric materials and applications, A. R. von Hippel, Ed. New York: Wiley, 1954). P. 47.
- [9] *Sneddon I.N.* Mixed Boundary Value Problems in Potential Theory. Amsterdam: North Holland, 1966. P. 230.
- [10] *Love E.R.* Quart. J. Mech. and Appl. Math. **2**. P. 428. (1949).

## The determination of edge electric field effect on measurements carried out by piezo quartz resonators

Yu. K. Aleshin, M. A. Sivkov<sup>a</sup>

*Lomonosov Moscow State University*  
E-mail: <sup>a</sup>*sivkov.maksim@physics.msu.ru*

The application of piezo quartz resonators (PQR) in liquid media has found a strong dependence of changes in their oscillation frequency from liquid media permittivity. The present work shows theoretical calculation of edge effect for circular plane capacitor and experimental research of influence of resonator's geometrical parameters and permittivity of liquid media on frequency shift of PQR. The effect of sensor's capacity with different geometrical parameters of capacitor and various permittivity coefficients of liquid media was experimentally determined.

PACS: 41.20.Cv

Keywords: electrostatics, electrical capacitance, piezo quartz resonator.

### Сведения об авторах

1. Алешин Юрий Константинович — канд. физ.-мат. наук, доцент; тел.: (495) 939–30–40, e-mail: vovur@mail.ru.
2. Сивков Максим Александрович — аспирант; e-mail: sivkov.maksim@physics.msu.ru.