

**Можно ли измерить координату и импульс квантовой частицы одновременно?**

А. В. Белинский,\* В. Б. Лапшин†

<sup>1</sup>Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет  
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2  
(Статья поступила 07.07.2016; Подписана в печать 01.09.2016)

Предложена версия мысленного и вполне реализуемого на практике эксперимента, показывающего возможность одновременного измерения импульса и координаты фотона с погрешностями, произведение которых меньше предела правой части соотношения неопределенностей Гейзенберга.

PACS: 03.65.Ta

УДК: 530.145.1

Ключевые слова: Принцип неопределенностей Гейзенберга, соотношение Робертсона—Шрёдингера, квантовые измерения.

Принцип неопределенностей Гейзенберга [1] в общей его форме — соотношения Робертсона—Шрёдингера [2–5] — является фундаментальной теоремой квантовой теории, и любые сомнения в его справедливости ставят под сомнение всю квантовую теорию вообще, поскольку операторное описание наблюдаемых физических величин моментально влечет за собой соотношение неопределенностей в силу некоммутативности операторов. Но очень часто этот принцип истолковывается в смысле невозможности одновременно точно измерить канонически сопряженные физические величины. Именно так его оригинально сформулировал Гейзенберг [1]. Он считал, что измерение, скажем, координаты квантовой частицы вносит обратное влияние на ее импульс. В результате этого искажения точное измерение импульса невозможно. Так ли это? Разрушить это стойкое предубеждение удалось авторам эксперимента [6], базировавшегося на более ранних работах [7, 8]. Достигнуть такого замечательного результата, получив точность измерений выше гейзенберговского предела, оказалось возможным в серии сложных экспериментов по проведению «слабых» измерений, при которых квантовое состояние системы телепортировалось, и таким образом информация о состоянии до измерения в определенной степени сохранялась.

Вместе с тем, нам представляется, что доказать этот фундаментальный результат можно с помощью несложного мысленного эксперимента, вполне реализуемого в действительности, и достигающего той же цели, но несравненно проще, и за однократное измерение координаты при заданном импульсе специально приготовленного фотона. Еще в лекциях Р.Фейнмана [9] рассматривалась ситуация, при которой квантовая частица проходит через узкую вертикальную щель. Если ее вертикальная составляющая импульса равна нулю, то после прохождения щели стало известно ее положение в направлении, перпендикулярном щели. И то, и другое может быть определено

практически с любой точностью. Таким образом, и на их произведение не накладывается каких-либо ограничений. Мы хотим несколько модернизировать эту схему, чтобы одновременно зарегистрировать все три составляющие импульса и координаты.

Рассмотрим рис. 1. Одиночный атом 1 в основном состоянии возбуждается резонансным лазерным импульсом, переводящим атом из основного состояния в возбужденное с вероятностью единица ( $\pi$ -импульсом). Через некоторое время (время жизни атома в возбужденном состоянии  $T$ ) произойдет спонтанное испускание фотона в  $4\pi$  стерадиан. Если этот фотон поглотится точно таким же невозбужденным атомом 2, то импульс фотона будет известен:  $p = \hbar k$ . Импульс определяется энергией перехода, а следовательно длиной волны  $\lambda$ , а также координатами двух атомов, определяющими направление волнового вектора  $k$ . Возбудив этот атом, фотон снова переизлучится опять в  $4\pi$  стерадиан. Попадание фотона в детектор D будет означать, что удалось одновременно установить импульс и координату первого фотона, определяемую координатами атома 2 в момент его поглощения. Выясним, с какой точностью проведены эти измерения.

Погрешность измерения координат фотона обуславливается размером атома 2, конструкцией ловушки (например, примесный внедренный или замещенный атом в узле кристаллической решетки) и сечением перехода атома или, что то же самое, его сечением резонансного взаимодействия с линейным размером порядка длины волны  $\lambda$ . Если говорить об оптическом излучении, то последняя явно преобладает. Дело в том, что хотя атом и небольшой, но «видит» он вокруг себя излучение на расстоянии примерно  $\lambda$  (напр., [10, стр. 25]).

Неопределенность импульса фотона, в свою очередь, связана с естественной шириной спектральной линии  $1/T$  спонтанного перехода, доплеровским уширением и квантовой неопределенностью Гейзенберга, обусловленной точностью фиксации координат атома 1. Среди этих причин явно преобладает естественная ширина линии  $1/T$ , поскольку доплеровское уширение можно подавить охлаждением атома, а нахождение атома 1 в пределах определенной области пространства

\*E-mail: belinsky@inbox.ru

†E-mail: lapshin-vb1@mail.ru

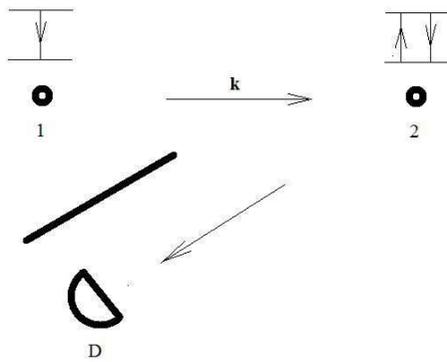


Рис. 1: Схема мысленного эксперимента. Возбужденный атом 1 испускает фотон, который переизлучается атомом 2. Между атомом 1 и детектором D установлен непрозрачный экран, чтобы фотон, испускаемый этим атомом, напрямую не попал в D

не критично: ведь погрешность формирования определенного направления волнового вектора  $\mathbf{k}$  обусловлена не линейным размером области возможного нахождения атома 1, а ее угловым размером. Итак, увеличивая расстояние между атомами можно беспрестанно уменьшать угловой размер первого по отношению ко второму, и направление волнового вектора  $\mathbf{k}$  будет достаточно строго определено. Правда вероятность всего каскада переизлучений при этом значительно снизится, но для мысленного эксперимента такое вполне допустимо: важна ведь принципиальная возможность рассматриваемого процесса.

Итак, оценим погрешности нашего измерения и перемножим их:

$$\Delta x \Delta p_x = 2\pi\lambda \frac{\hbar}{cT} \approx 10^{-6} \hbar \quad (1)$$

для видимой области спектра. Ясно, что это значительно меньше  $\hbar$ .

К чему мы пришли? Точность измерения координаты фотона при известном импульсе не ограничена принципом неопределенностей Гейзенберга. Но, поскольку до момента измерения (априори) конкретных значений координаты и импульса не существовало (напр., [11–13]), полученные нами экспериментальные значения

должны находиться в известных интервалах неопределенностей Гейзенберга, а конкретные значения уже появляются в момент измерения и одновременного уничтожения фотона.

Правда можно справедливо возразить, что при измерении координаты фотона его импульс получает дополнительную неопределенность. Но ведь это происходит в момент одновременного уничтожения фотона, так что ему уже все равно.

Ставит ли под сомнение этот пример принцип неопределенностей Гейзенберга в общей его форме — соотношения Робертсона–Шрёдингера [2–5]? Ни в коей мере. Эти неопределенности объективно существуют, и отменить их — значит уничтожить весь аппарат квантовой теории. Но измерить можно точнее, поскольку измерение реализует лишь одну из возможных альтернатив, и точность измерения этой альтернативы не ограничена интервалом неопределенности, обусловленным исходным состоянием системы. Тем более, что предвидеть результат невозможно. Для повышения информационной ценности таких измерений можно провести серию испытаний, в результате которой выяснит квантовые неопределенности измеряемых величин. При этом достигнутое нами повышение точности будет полезно для решения такой задачи. Но прежде всего, в фундаментальном смысле, важна принципиальная возможность осуществления измерений, точность которых не ограничена принципом неопределенностей Гейзенберга.

В заключение отметим, что в качестве ловушки для атома можно использовать узел кристаллической решетки, внедрив одиночный примесный атом с заданными излучательными переходами, отличными от спектров окружающих атомов, прозрачных для длин волн этих переходов. Пространственное положение одиночного примесного атома в такой структуре будет фиксированным в пределах характерного расстояния между узлами кристаллической решетки.

Отметим также, что одновременное измерение вертикальной проекции координаты и импульса пары фотонов, находящихся в квантовом запутанном (entangle) состоянии при помощи узких щелей, было осуществлено в эксперименте [14], см. также [15, 16]. Фактически это было «прямое» тестирование парадокса Эйнштейна–Подольского–Розена [17] в версии К. Поппера [18, 19]. Квантово–механические представления о взаимовлиянии запутанных частиц при этом, разумеется, подтвердились.

- [1] Heisenberg W. Z. Phys. **43**. P. 172 (1927). (english translation in «Quantum Theory and Measurement». J. A. Wheeler and W. H. Zurek, Eds., Princeton Univ. Press, 1984. P. 62).  
 [2] Kennard E. H. Z. Phys. **44**. P. 326. (1927).  
 [3] Weyl H. Gruppentheorie Und Quantenmechanik. Hirzel,

Leipzig, 1928.

- [4] Robertson H. P. Phys. Rev. **34**. P. 163. (1929).  
 [5] Schrodinger E. Physikalisch–mathematische Klasse. **14**. P. 296. (1930).  
 [6] Rozema L. A., Darabi A., Mahler D. H. et al. Phys. Rev. Lett. **109**. P. 100404. (2012).

- [7] *Ozawa M.* Phys. Rev. A. **67**. P. 042105. (2003).
- [8] *Lund A.P., Wiseman H.M.,* New J. Phys. **12**. P. 093011. (2010).
- [9] *Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М.* Фейнмановские лекции по физике. **3**. С. 222. М.: Мир, 1965. (*Feynman R.P., Leighton R.B., Sands M.* The Feynman lectures on physics. **1**. London, 1963. ).
- [10] *Клышко Д.Н.* Физические основы квантовой электроники. М.: Наука, 1986.
- [11] *Belinsky A. V., Klyshko D. N.* Laser Physics. **6**. P. 1082. (1996).
- [12] *Белинский А.В.* УФН. **173**. P. 905. (2003).
- [13] *Белинский А.В.* Квантовые измерения. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008.
- [14] *Kim Y., Shih Y.H.* Foundations of Physics. **29**, N 12. P. 1963. (1999).
- [15] *Qureshi T* Progress of Theoretical Physics. **127**. P. 645. (2012).
- [16] *Cardoso A.* Popper's Experiment and the Uncertainty Principle. arXiv:1504.03836 [quant-ph]. 15 Apr. (2015).
- [17] *Einstein A., Podolsky B., Rosen N.* Phys. Rev. **47**. P. 777. (1935).
- [18] *Popper K.R* Die Naturwissenschaften. 1934. **22**. P. 807. (1934).
- [19] *Popper K.R* Quantum Theory and the Schism in Physics (Hutchinson, London, 1983).

---

## Is it possible to measure the position and momentum of a quantum particle simultaneously?

**A. V. Belinsky<sup>a</sup>, V. B. Lapshin<sup>b</sup>**

*Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia*

*E-mail: <sup>a</sup>belinsky@inbox.ru, <sup>b</sup>lapshin-vb1@mail.ru*

The gedanken experiment, showing the simultaneous measurement of the momentum of a photon and coordinates with errors, the product is less than the limit of the right side of the Heisenberg uncertainty relation, is proposed.

PACS: 03.65.Ta

Keywords: Heisenberg uncertainty relation, Robertson–Schrodinger relation, quantum measurements.

Received 07.07.2016

### Сведения об авторах

1. Белинский Александр Витальевич — доктор физ.-мат. наук, вед. науч. сотрудник, профессор; тел.: (495) 939-41-78, e-mail: belinsky@inbox.ru.
  2. Лапшин Владимир Борисович — доктор физ.-мат. наук, профессор, зав. кафедрой; тел.: (495) 939-12-80, e-mail: lapshin-vb1@mail.ru.
-