

Влияние сдвиговых компонент акустического поля в вязкой жидкости на структуру и поглощение поверхностных волн

В. А. Гусев,* П. А. Симонова†

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра акустики
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

В работе рассмотрены аналоги классических задач Рэлея и Стокса с учётом сдвиговых компонент акустического поля в жидкости и выявлены особая роль сдвиговой вязкости и степень влияния сдвиговой составляющей акустического поля на его характеристики.

PACS: 43.25.+y УДК: 534.222

Ключевые слова: поверхностные акустические волны, сдвиговая волна, вязкая жидкость, сдвиговая вязкость.

Исследования поверхностных и граничных акустических волн имеют давнюю историю. Классические решения были получены Рэлеем для волны на границе упругой среды с вакуумом и Стоунли для границы двух полупространств. Широкий класс задач, связанных с граничными и поверхностными волнами на контакте различных сред, жидких и упругих, в том числе, слоев, рассмотрен и описан И. А. Викторовым [1]. Упомянутые выше результаты получены для идеальных жидкости и упругих сред. Однако, насколько нам известно, последовательного и полного рассмотрения влияния вязкости на свойства поверхностных волн в такой системе в литературе нет. Причиной этого может быть известный факт, что чисто сдвиговая акустическая волна в жидкости затухает на расстоянии порядка длины волны, отчего считается, что ею можно пренебречь, а вязкость влияет только на затухание продольной компоненты поля в жидкости. Но как влияет образование вязкой сдвиговой волны на структуру и поглощение поверхностных волн? На этот вопрос мы и попытаемся ответить.

Если говорить о существовании сдвиговой компоненты поверхностной волны, то естественно предположить, что имеет место перераспределение энергии в волне, что может стать одной из причин аномального затухания [4,5]. Вместе с тем, при рассмотрении поверхностных волн в слоистых средах появляется новый пространственный масштаб — толщина жидкого слоя. Может оказаться так, что длина волны сдвиговой компоненты сравнима или превышает глубину слоя. В этом случае сдвиговая компонента может играть существенную роль в формировании акустического поля, даже если эта компонента представляет собой неоднородные волны.

Данная работа посвящена исследованию влияния вязкости жидкой среды на формирование и свойства поверхностных волн в двух конфигурациях. В первой части работы исследуется аналог классической задачи Рэлея о существовании локализованной вблизи грани-

цы полупространства с вакуумом акустической волны. В отличие от классической постановки, в которой полупространство является упругой средой, в данной главе рассмотрено полупространство, заполненное вязкой жидкостью. В результате рассмотрения, из граничных условий мы получили следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} (2\eta k^2 - i\omega\rho_0) B_1 - 2i\eta\kappa k C_1 &= 0, \\ 2i\eta k r B_1 + \eta(\kappa^2 + k^2) C_1 &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\text{где } r = \sqrt{\frac{k^2 - k_0^2 - \frac{i\omega b}{\rho_0 c_0^2} k^2}{1 - \frac{i\omega b}{\rho_0 c_0^2}}} \text{ и } \kappa = \sqrt{k^2 - \frac{i\omega\rho_0}{\eta}}$$

масштабы убывания продольной и сдвиговой компонент поля вглубь вязкого полупространства, $k = \frac{\omega}{c}$, $k_0 = \frac{\omega}{c_0}$, B_1 и C_1 — амплитуды продольной и сдвиговой составляющей поверхностной волны, c и ω — скорость и частота поверхностной волны, ρ_0 — плотность жидкости, c_0 — скорость в жидкости, $b = \xi + \frac{4}{3}\eta$ — общая вязкость, ξ и η — объёмная и сдвиговая вязкости. Составив матрицу для амплитуд (B_1 , C_1) и приравняв определитель матрицы к нулю, получили дисперсионное уравнение:

$$4k^2 r \kappa - (\kappa^2 + k^2)^2 = 0. \quad (2)$$

Сравним полученное выражение с уравнением Рэлея из классической задачи:

$$4k^2 q s - (s^2 + k^2)^2 = 0, \quad (3)$$

где $q = \sqrt{k^2 - k_l^2}$ и $s = \sqrt{k^2 - k_t^2}$, k_l и k_t — волновые векторы продольной и сдвиговой волн. Видно, что выражения (2) и (3) похожи по структуре и отличаются волновыми числами. Именно это отличие и объясняет наличие дисперсии на границе вакуума с вязким полупространством.

Проведенные исследования показывают, что увеличение вязкости среды способствует увеличению действительной и мнимой части скорости волны, а так-

*E-mail: vgusev@bk.ru

†E-mail: po-sim@rambler.ru

Таблица I: Параметры рассматриваемых сред

Среда	$T, ^\circ\text{C}$	$\rho_0, \text{кг/м}^3$	$c_0, \text{м/с}$	$(\xi + \frac{4}{3}\eta), \text{Па}\cdot\text{с}$	$\eta, \text{Па}\cdot\text{с}$
Сероуглерод	20	1263.2	1157	0.76836	0.00036
Бензол	20	879	1324	0.11332	0.00065
Вода	15	999	1460	0.00523	0.00523

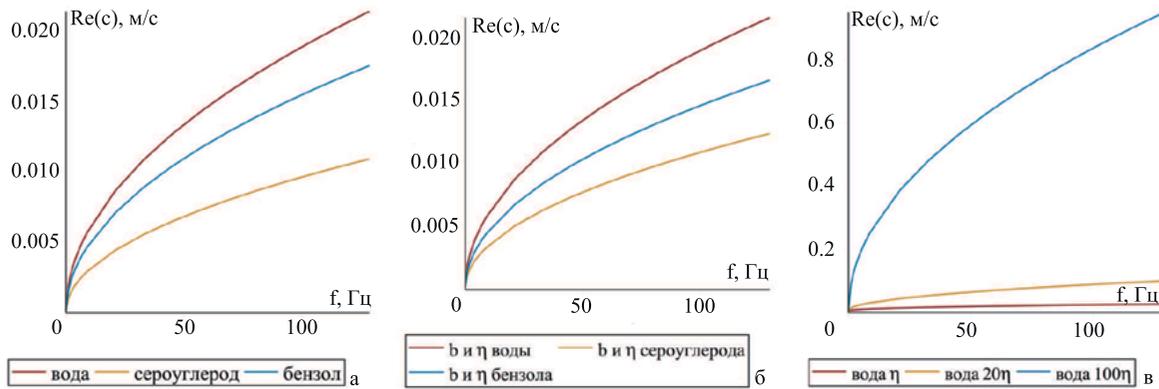


Рис. 1: График зависимости действительной части скорости от частоты.

же длины затухания и глубин локализаций продольной и сдвиговой составляющих волны. Более того, выявлено преобладающее влияние на эти параметры коэффициента сдвиговой вязкости по сравнению с коэффициентом объёмной вязкости. К примеру, рассмотрим изменение действительной части скорости волны в зависимости от параметров среды. Исследуется три жидкости: сероуглерод, бензол и вода (характеристики приведены в табл. 1).

На рис. 1 изображены три графика: на рис. 1а — зависимость действительной части скорости волны от частоты для вышеперечисленных сред, на рис. 1б — зависимость действительной части скорости от частоты для трёх теоретических сред (значения плотности и скорости звука всех трёх сред принимают значения параметров воды, а значения общей и сдвиговой вязкостей фиксируются в соответствии с каждой средой из таблицы), на рис. 1в — аналогичная зависимость для других теоретических сред (используются параметры воды, и изменяется сдвиговая вязкость в кратное количество раз). Как видим, зависимости на рис. 1а и рис. 1б не отличаются, откуда делаем вывод: основное влияние на действительную часть скорости оказывает вязкость.

Для того чтобы выяснить: какая именно вязкость, мы фиксировали параметры плотности, скорости, общей вязкости и изменяли в одном случае параметры объёмной, в другом — сдвиговой вязкости. В случае изменения объёмной вязкости заметных изменений по сравнению с зависимостью на рис. 1б не произошло, а при изменении сдвиговой вязкости получили зависимость, изображённую последней на рис. 1в. Как видим, изменение сдвиговой вязкости существенно влияет на действительную часть скорости, откуда можно сделать вывод о преобладающем влиянии коэффициента сдвиговой вязкости по сравнению с коэффициентом объёмной вязкости. Аналогичный анализ был проведён и для других параметров волны, где был выявлен такой же эффект.

Во второй части работы рассмотрен аналог задачи о волне Стоунли на границе двух полупространств с учетом сдвиговой компоненты волны в вязкой жидкости. В качестве нижнего полупространства выступает упругая среда. В качестве верхнего полупространства рассмотрена вязкая жидкость. Проведен аналогичный анализ, мы получили следующую систему линейных уравнений:

$$\begin{aligned}
 -\frac{ir}{\omega}B_1 + \frac{k}{\omega}C_1 - qD + ikF &= 0, \\
 \frac{k}{\omega}B_1 + \frac{i\kappa}{\omega}C_1 + ikD + sF &= 0, \\
 (2\eta k^2 - i\omega\rho_0)B_1 - 2i\eta\kappa C_1 - (\lambda(q^2 - k^2) + 2\mu q^2)D + 2\mu i\kappa sF &= 0, \\
 2i\eta\kappa rB_1 - \eta(\kappa^2 + k^2)C_1 + 2i\mu\kappa qD + \mu(k^2 + s^2)F &= 0,
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

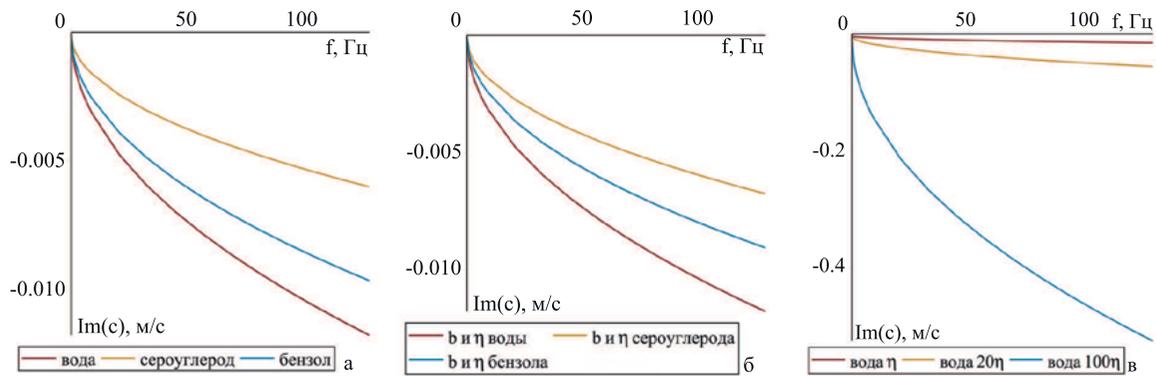


Рис. 2: График зависимости мнимой части скорости от частоты.

где $r = \sqrt{\frac{k^2 - k_0^2 - \frac{i\omega b}{\rho_0 c_0^2} k^2}{1 - \frac{i\omega b}{\rho_0 c_0^2}}}$ и $\kappa = \sqrt{k^2 - \frac{i\omega \rho_0}{\eta}}$ — мас-

штабы убывания продольной и сдвиговой компонент поля вглубь вязкого полупространства, $q = \sqrt{k^2 - k_l^2}$ и $s = \sqrt{k^2 - k_t^2}$ — масштабы убывания продольной и сдвиговой компонент поля вглубь упругого полупространства, $k = \frac{\omega}{c}$, $k_0 = \frac{\omega}{c_0}$, $k_l = \frac{\omega}{c_l}$, $k_t = \frac{\omega}{c_t}$, c и ω — скорость и частота поверхностной волны, c_0 — скорость в жидкости, $c_l = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}$ и $c_t = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$ — скорость продольной и сдвиговой волн в упругой среде, μ и λ — параметры Ламе, ρ_0 и ρ — плотности вязкого и упругого полупространств, ξ и η — объёмная и сдвиговая вязкости, B_1 и C_1 — амплитуды продольной и сдвиговой составляющей поверхностной волны в вязком полупространстве, D и F — амплитуды продольной и сдвиговой составляющей поверхностной волны в упругом полупространстве. Составив матрицу для амплитуд (B_1, C_1, D, F) и приравняв определитель матрицы к нулю, мы получили дисперсионное уравнение, из которого нашли зависимость скорости от частоты и другие параметры. Как и в первой части работы: выявлено преобладающее влияние ко-

эффициента сдвиговой вязкости по сравнению с коэффициентом объёмной вязкости на характеристики поверхностной волны.

В качестве примера на рис. 2 приведены зависимости мнимой части скорости от частоты. В качестве вязкого полупространства рассматриваются те же среды, что и в первой части работы, в качестве упругого — алюминий, его параметры: $\rho = 2700 \text{ кг/м}^3$, $c_l = 7650 \text{ м/с}$, $c_t = 4500 \text{ м/с}$. Параметры вязкой жидкости изменялись по тому же принципу, что в первой части работы. Как мы видим из сравнения полученных зависимостей, именно изменение сдвиговой вязкости оказывает значительное влияние на данный параметр волны. Аналогичный анализ был проведён и для других параметров волны, где был выявлено влияние увеличения вязкости на параметры локализации сдвиговой и продольной компонент волны, а также на длину затухания поверхностной волны.

Таким образом, в работе рассмотрены аналоги классических задач с учётом сдвиговых компонент акустического поля в жидкости и выявлены особая роль сдвиговой вязкости и степень влияния сдвиговой составляющей акустического поля на его характеристики.

Работа поддержана грантом Российского Научного Фонда № 14-22-00042

[1] Викторов И. А. Звуковые поверхностные волны в твердых телах. (М.: Наука, 1981).
 [2] Красильников В. А., Крылов В. В. Введение в физическую акустику. (М.: Наука, 1984).
 [3] Черемисина Н. И. Поверхностные акустические волны на границе раздела вязких жидких и упругих сред. Ди-

пломная работа. (2013).
 [4] Волькенштейн М. М., Левин В. М. Письма в ЖТФ. **12**, Вып. 24. С. 1498. (1986).
 [5] Slobodnik A. J. Jг. JAP. **43**, N 6. P. 2565. (1972).

The effect of shear components of the acoustic field in a viscous fluid on the structure and absorption of surface waves

V. A. Gusev^a, P. A. Simonova^b

*Department of Acoustics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University
Moscow 119991, Russia*

E-mail: ^avgusev@bk.ru, ^bpo-sim@rambler.ru

This paper presents study analogues of classical problems of Rayleigh and Stokes considering shear component of the acoustic field in the liquid and identified a special role of the shear viscosity and the degree of influence of the shear component of the acoustic field on its characteristics.

PACS: 43.25.+y

Keywords: surface acoustic waves, shear wave, viscous fluid, shear viscosity.

Received 27.07.2015.

Сведения об авторах

1. Гусев Владимир Андреевич — канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник; тел.: (495) 939-29-43, e-mail: vgusev@bk.ru.
2. Симонова Полина Алексеевна — студент; тел.: (916) 241-54-45, e-mail: po-sim@rambler.ru.