

Обратная задача восстановления характеристик мета-атома по измеренным значениям прохождения и отражения метапленки

Ж. О. Домбровская,* А. В. Журавлев, Г. В. Белокопытов, А. Н. Боголюбов
 Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет
 Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

В данной работе приводится алгоритм, позволяющий синтезировать метапленки, состоящие из сферических частиц, с заданными спектральными свойствами. Решение строится аналитически, алгоритм легко интегрируется с натурным экспериментом.

PACS: 02.30.Zz УДК: 51.73

Ключевые слова: метапленка, электрическая и магнитная поляризуемости, спектры прохождения и отражения, обратная задача.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящий момент одной из актуальных задач прикладной оптики является синтез двумерных метаматериалов (метапленок). Расчету их электродинамических характеристик (т. е. решению прямой задачи) посвящено много работ, использующих численные алгоритмы. Альтернативой численному моделированию является аналитический подход [1–3], в котором коэффициенты прохождения T и отражения R метапленки рассчитываются по известной матрице поверхностной плотности поляризуемости $\|\alpha_s\|$ субволновых частиц. Этот подход гораздо менее требователен к вычислительным ресурсам.

Для синтеза метапленок с заданными электродинамическими характеристиками в широком диапазоне углов падения θ существующие алгоритмы сводятся к многократному решению прямой задачи с направленно изменяемыми геометрическими параметрами структуры. Такие многократные расчеты являются исключительно трудоемкими, поэтому актуально построение эффективного алгоритма для решения обратной задачи.

1. АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ПРЯМОЙ ЗАДАЧИ

В настоящей работе используется аналитический подход, который состоит из двух этапов.

1. Производится определение матрицы поляризуемости одиночной частицы.
2. Осуществляется переход к поверхностной плотности поляризуемости.

Зная ее, можно записать эффективные граничные условия для метапленки [4]. Это приводит к уравнениям для коэффициентов T и R . В случае наклонного падения на метапленку ТМ-поляризованной волны

(см. рис. 1) при временной зависимости $e^{i\omega t}$ они имеют следующий вид [5]:

$$\begin{aligned} T(\theta) &= \frac{1 + e(\theta)m(\theta)}{1 - e(\theta)m(\theta) - e(\theta) + m(\theta)}, \\ R(\theta) &= \frac{e(\theta) + m(\theta)}{1 - e(\theta)m(\theta) - e(\theta) + m(\theta)}, \end{aligned} \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} e(\theta) &= -(ik_0/2) \alpha_{es}^{xx} \cos \theta, \\ m(\theta) &= (ik_0/2 \cos \theta) (\alpha_{ms}^{yy} + \alpha_{es}^{zz} \sin^2 \theta), \end{aligned}$$

k_0 — волновой вектор, ω — частота падающей волны, α_{es}^{xx} , α_{ms}^{yy} и α_{es}^{zz} — поверхностные электрические и магнитная плотности поляризуемости, которые записываются следующим образом [1]:

$$\begin{aligned} \alpha_{es}^{xx} &= \frac{N \langle \alpha_e^{xx} \rangle}{1 - N \langle \alpha_e^{xx} \rangle / 4r}, \\ \alpha_{ms}^{yy} &= \frac{N \langle \alpha_m^{yy} \rangle}{1 - N \langle \alpha_m^{yy} \rangle / 4r}, \\ \alpha_{es}^{zz} &= \frac{N \langle \alpha_e^{zz} \rangle}{1 - N \langle \alpha_e^{zz} \rangle / 2r}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $N = 1/l^2$ — концентрация мета-атомов, l — период метапленки, $r \approx 0.6956l$ — радиус области влияния [1], α_e^{xx} , α_m^{yy} и α_e^{zz} — электрические и магнитная поляризуемости; угловые скобки обозначают усреднение по поверхности метапленки.

2. АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ

Решение задачи восстановления свойств мета-атома осуществляется по известным значениям коэффициентов прохождения и отражения метапленки. Они могут быть определены как в численном, так и в натурном экспериментах. Проводя достаточное число измерений при нескольких фиксированных значениях θ (например, одно при нормальном падении и одно при наклонном падении), мы получаем систему уравнений

*E-mail: dombrovskaya@physics.msu.ru

относительно элементов матрицы $\|\alpha_s\|$. В случае нормального падения ($\theta = \theta_0 \equiv 0$) эту систему можно обратить [6,7]:

$$\begin{aligned} e(0) &= \frac{R(0) + T(0) - 1}{R(0) + T(0) + 1}, \\ m(0) &= -\frac{R(0) - T(0) + 1}{R(0) - T(0) - 1}. \end{aligned} \quad (3)$$

Таким образом, найдены 2 компоненты поверхностной плотности восприимчивости

$$\alpha_{es}^{xx} = \frac{2i}{k_0} e(0); \quad \alpha_{ms}^{yy} = \frac{2i}{k_0} m(0). \quad (4)$$

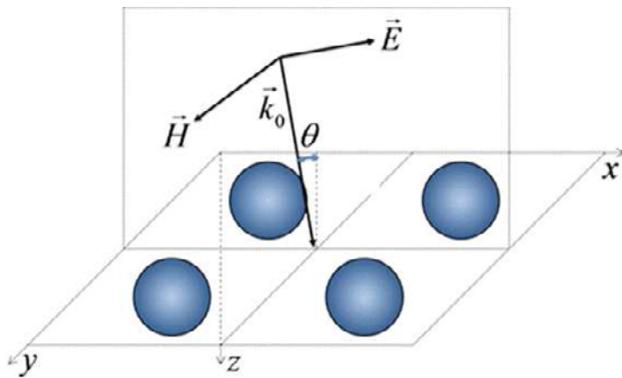


Рис. 1: Наклонное падение ТМ-поляризованной волны на метапленку из сферических частиц.

Оставшиеся компоненты получаем, решая систему уравнений (1) при наклонном падении под углом θ_1

$$\alpha_{es}^{zz} = -\frac{\alpha_{ms}^{yy}}{\sin^2 \theta_1} + \frac{2i}{k_0} \frac{e(\theta_1) \cos \theta_1}{\sin^2 \theta_1}. \quad (5)$$

Элементы матрицы поверхностной плотности поляризуемости $\|\alpha_s\|$ являются постоянными величинами для конкретной конфигурации структуры метапленки. Как только найдены значения α_{es}^{xx} , α_{ms}^{yy} и α_{es}^{zz} , подставляем их в (1) и рассчитываем коэффициенты T и R , но теперь уже для произвольного угла падения θ .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен алгоритм, позволяющий решить задачу синтеза метапленок с заданными электродинамическими характеристиками из сферических резонаторов. Использование аналитических формул для определения компонентов матрицы поляризуемости составляющих частиц по спектрам прохождения и отражения позволяет существенно увеличить производительность численных расчетов характеристик метапленки. Алгоритм может быть легко распространен на случаи более сложной геометрии частиц (например, бианизотропных П-образных резонаторов). Также возможен учет статистического разброса геометрических параметров частиц.

- [1] *Kuester E. F. et al.* IEEE Trans. Antennas. Propag. **51**. P. 2641. (2003).
 [2] *Holloway C. L. et al.* IEEE Trans. Electromagn. Compat. **47**. P. 853. (2005).
 [3] *Belokopytov G. V. et al.* Phys. Wave Phenom. **19**. P. 280. (2011).
 [4] *Idemen M.* J. Phys. Soc. Japan. **59**. P. 71. (1990).

- [5] *Holloway C. L. et al.* IEEE Ant. Propag. Magaz. **54**. P. 10. (2012).
 [6] *Белокопытов Г. В. и др.* Труды VII Международной конференции ARMIMP. С. 15. (2014).
 [7] *Белокопытов Г. В. и др.* Физические основы приборостроения. **4**. С. 5. (2015).

Inverse problem for recovering of meta-atom characteristics by the measured transmittance and reflectance values of the metamaterial

Zh. O. Dombrovskaya^a, A. V. Zhuravlev, G. V. Belokopytov, A. N. Bogolyubov

Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia

E-mail: ^adombrovskaya@physics.msu.ru

In this paper, an algorithm that allows to design metamaterials, consisting of spherical particles, with given spectral properties is proposed. The solution is constructed analytically, the algorithm can be easily integrated with natural experiment.

PACS: 78.66.Sq

Keywords: metamaterial, electric and magnetic polarizabilities, transmittance and reflectance spectra, inverse problem.

Received 27.07.2015.

Сведения об авторах

1. Домбровская Жанна Олеговна — аспирантка; тел.: (495) 939-10-33, e-mail: dombrovskaya@physics.msu.ru.
2. Журавлев Антон Викторович — канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник; тел.: (495) 939-32-61, e-mail: antonzh@mail.ru.
3. Белокопытов Геннадий Васильевич — канд. физ.-мат. наук, доцент; тел.: (495) 939-32-61, e-mail: gvb@phys.msu.ru.
4. Боголюбов Александр Николаевич — докт. физ.-мат. наук, заслуженный профессор, профессор; тел: (495) 939-10-33, e-mail: bogan7@yandex.ru.