

Восстановление истинных распределений параметров анизотропного потока в событийном анализе столкновений тяжелых ионов

Е. Н. Назарова*

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова,
физический факультет, кафедра атомного ядра и квантовой теории столкновений,
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2
(Статья поступила 27.02.2015; Подписана в печать 12.03.2015)

В настоящем обзоре рассматривается новый метод изучения событийных распределений азимутальной анизотропии частиц в столкновениях тяжелых ионов, предложенный коллаборацией ATLAS и анализ получаемых распределений методом приближения к истинным событийным распределениям (метод Unfolding). Показано, что рассматриваемый метод анализа является эффективным в плане изучения флуктуаций анизотропного коллективного потока.

PACS: 29.20.D-, 12.38.Mh, 25.75.-q, 25.75.Ld

УДК: 530.1:539.1:621.384.63

Ключевые слова: азимутальная анизотропия, коллективный анизотропный поток, процедура восстановления Unfolding.

ВВЕДЕНИЕ

На протяжении десятилетий изучаются столкновения тяжелых ионов на Большом Адронном Коллайдере (LHC) и Релятивистском Коллайдере Тяжелых Ионов (RHIC). Рассмотрение таких столкновений можно разбить на несколько (см. рис. 1) этапов: момент столкновения ядер с некоторой областью перекрытия, начальная (высокая) плотность энергии в поперечной плоскости, расширение кварк-глюонной плазмы, фаза адронизации, фаза кинетического вымораживания и наблюдение траекторий частиц в детекторе.

Область, где пересекаются два ядра и происходят начальные взаимодействия, называется областью перекрытия. Эта область не обладает сферической симметрией в поперечной плоскости. Напротив, для нецентральных (периферических) столкновений, область перекрытия можно описать эллиптической формой («миндалевидной»). Если индивидуальные нуклон-нуклонные столкновения не зависят друг от друга (т.е. являются точечными) и не возникает последующих взаимодействий, тогда пространственная анизотропия не отразится на распределении частиц по импульсам. Однако, если такие столкновения взаимозависимы или происходят некие последующие взаимодействия, то пространственная анизотропия перейдет в анизотропию в импульсном пространстве. Данный переход позволяет изучать отличия системы, созданной в столкновениях тяжелых ионов, от точечной, невзаимодействующей системы. Таким образом, большой интерес в изучении столкновений тяжелых ионов и образующейся кварк-глюонной плазмы (КГП) представляет вопрос о существовании и природе корреляций в импульсном пространстве [1].

Один из способов изучения КГП — изучение азимутальной анизотропии частиц в пространстве [2].

Такую анизотропию частиц интерпретируют как результат анизотропного расширения (градиента давления), — называемого потоком, — созданной материи и описывают Фурье-распределением частиц по углу φ вдоль направления пучка:

$$\frac{dN}{d\varphi} \propto 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} v_n \cos(n(\varphi - \Psi_n)), \quad (1)$$

где v_n и $\varphi - \Psi_n$ представляют собой величину и фазу анизотропии n -го порядка в данном событии в импульсном [16] пространстве. Эти величины также удобно представить через «поточковый вектор» частицы: $\mathbf{v}_n = (v_n \cos n(\varphi - \Psi_n), v_n \sin n(\varphi - \Psi_n))$. Угол Ψ_n — угол плоскости события. Изучение коэффициентов v_n может пролить свет на начальное состояние системы, при этом флуктуации v_n связывают с флуктуациями в начальном состоянии системы (подробнее в разделе 2).

Большие значения величин v_n были измерены для $n \leq 6$ на RHIC и LHC. Обычно измеряются среднее значение $\langle v_n \rangle$, стандартное отклонение (ширина) σ_{v_n} , относительная флуктуация $\sigma_{v_n} / \langle v_n \rangle$ и среднеквадратичное отклонение $\sqrt{\langle v_n^2 \rangle} = \sqrt{\langle v_n \rangle^2 + \sigma_{v_n}^2}$. При этом эти значения сильно зависят от метода их извлечения из азимутальной зависимости частиц. Такие измерения используют величины, усредненные по всем событиям, при этом полученные значения по большей части отражают гидродинамический отклик созданной материи к средней геометрии столкновения в начальном состоянии. Однако, можно получить больше информации, если изучать v_n событийно и измерить более информативную характеристику, такую как плотность распределения $P(v_n)$.

В предлагаемом обзоре рассматривается новый метод по изучению событийных распределений азимутальной анизотропии частиц в столкновениях тяжелых ионов, предложенный коллаборацией ATLAS и анализ получаемых распределений методом приближения к истинным распределениям (метод Unfolding).

*E-mail: elizaveta.nazarova@cern.ch

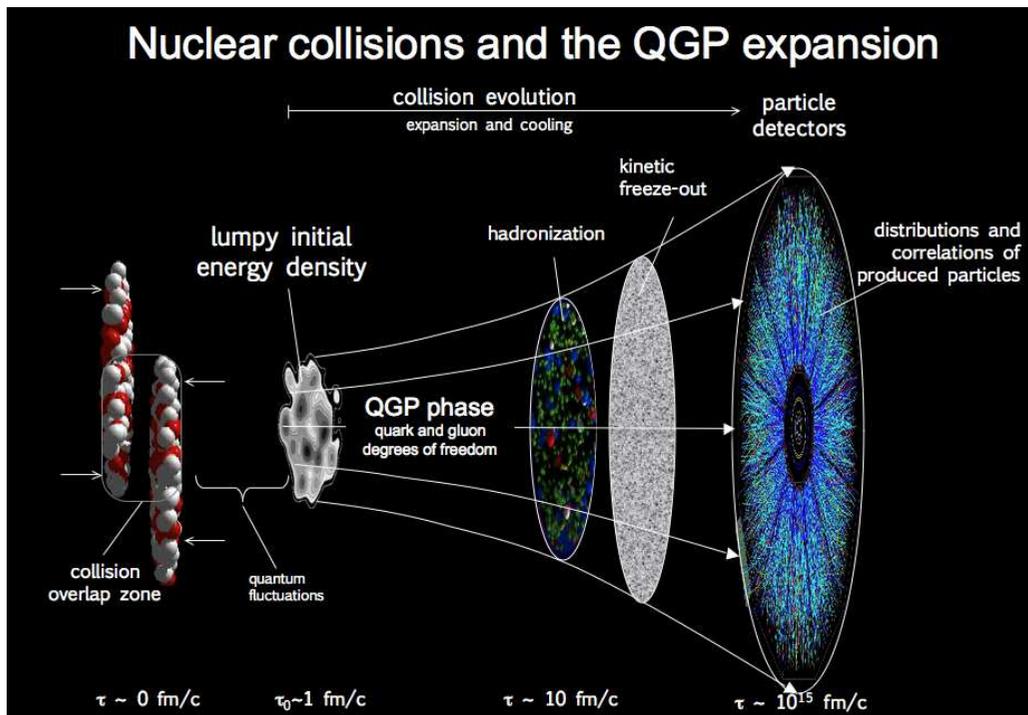


Рис. 1: Возможные стадии столкновения: начальная плотность энергии → расширение кварк-глюонной плазмы → фаза адронизации → фаза кинетического вымораживания → наблюдение траекторий частиц в детекторе. График заимствован из работы [1]

1. СТОЛКНОВЕНИЯ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЯДЕР

А. Анизотропный поперечный поток

Рассмотрим нецентральные столкновения ядер свинца (Pb) (см. рис. 2).

Основные используемые величины и параметры:

- M — множественность частиц;
- η — псевдобыстрота;
- \mathbf{b} — вектор прицельного параметра [17], соединяющий центры ядер;
- Ψ_R — угол плоскости реакции, определяемой \mathbf{b} и осью пучка;
- Ψ_n — угол плоскости события, определяемой для каждой гармоники;
- ϕ — азимутальный угол частицы (относительно плоскости реакции);
- p_T — поперечный импульс частицы;
- N_{part} — число провзаимодействующих нуклонов;
- $\sqrt{s_{NN}}$ — энергия на пару нуклонов (в системе центра масс);
- ε_{part} — эксцентриситет системы;

Как показано на рис. 2, пространственная анизотропия плотности рожденного «сгустка» материи, имеющего форму эллипсоида (или миндаля), в нецентральных А+А столкновениях приводит к анизотропии в импульсном распределении рожденных частиц — так называемому коллективному потоку.

Плоскость реакции — это плоскость, проходящая через ось пучка и вектор прицельного параметра.

Данную анизотропию можно описать Фурье разложением дифференциального инвариантного распределения частиц в импульсном пространстве относительно плоскости реакции (члены, содержащие \sin в разложении будут отсутствовать благодаря симметрии относительно плоскости реакции из-за сохранения четности).

$$\frac{Ed^3N}{d^3p} = \frac{1}{2\pi} \frac{d^2N}{p_t dp_t dy} \left\{ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} 2v_n \cos(n(\phi - \Psi_n)) \right\}. \quad (2)$$

Здесь v_n и Ψ_n обозначают величину и фазу анизотропии n -го порядка (данного события) в импульсном пространстве.

Удобно представить эти величины так называемым «поточным вектором» v_n (формула приведена ниже).

На рис. 3 слева схематически показано столкновение двух тяжелых ионов с образованием некоторой области перекрытия, в которой находятся взаимодействующие частицы (N_{part}), а также справа показано схе-

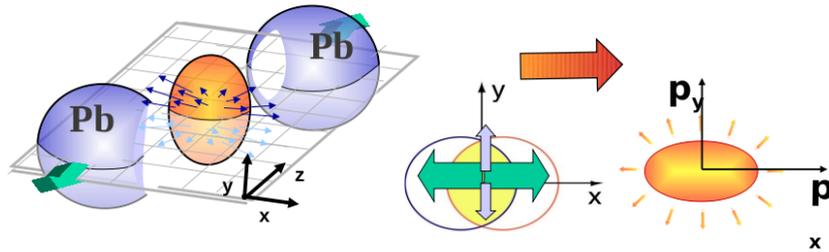


Рис. 2: Столкновение ядер свинца с образующейся плоскостью перекрытия в форме эллипсоида и переход от пространственной к импульсной анизотропии

матическое представление столкновения в поперечной плоскости [3].

Коллективный поток, т.е. значение гармоники для каждого события, определяется как усреднение по частицам:

$$v_n = \langle \cos(n(\phi - \Psi_n)) \rangle. \quad (3)$$

Отметим, что в пособытийном анализе нет усреднения по событиям, а проводится усреднение только по частицам. В общем случае коллективный поток представляет собой функцию нескольких переменных. Например, он может зависеть от энергии столкновения, числа провзаимодействовавших частиц, структуры ядра, псевдобыстроты, множественности, поперечного импульса и пр.

$$v_n = f_n(\sqrt{s_{NN}}, N_{part}, A, \eta, M, p_T). \quad (4)$$

В. Флуктуации анизотропного потока

Отметим сначала, что мы называем потоковыми эффектами [18] то, что связано с $v_n \neq 0$.

Непотоковые эффекты — эффекты от конечной множественности и погрешностей детектора (статистические), от струй и резонансов.

Потоковые эффекты являются важной частью изучения анизотропного потока. Рассматривают отдельно флуктуации различных гармоник: v_2 — эллиптического потока, v_3 — триангулярного потока и так далее. Считается, что эти флуктуации (по большей части) определяются флуктуациями начальной геометрии системы, создаваемой при столкновении двух ионов.

Если флуктуации вектора \mathbf{v}_n относительно некоторого потокового вектора \mathbf{v}_n^{RP} , ассоциируемого с геометрией системы в плоскости реакции, описываются двумерным распределением Гаусса, то плотность вероятности \mathbf{v}_n выражается как (см. [2]):

$$p(\mathbf{v}_n) = \frac{1}{2\pi\delta_{v_n}^2} \exp(-(\mathbf{v}_n - \mathbf{v}_n^{RP})^2 / (2\delta_{v_n}^2)). \quad (5)$$

Проинтегрировав данное выражение по азимутальному углу, можно получить одномерную плотность вероят-

ности $v_n = |\mathbf{v}_n|$ в форме Бессель–Гауссовской функции:

$$p(v_n) = \frac{v_n}{\delta_{v_n}^2} \exp\left(-\frac{(v_n^{RP})^2 + (v_n)^2}{2\delta_{v_n}^2}\right) I_0\left(\frac{v_n v_n^{RP}}{\delta_{v_n}^2}\right). \quad (6)$$

Параметры v_n^{RP} и δ_{v_n} из формулы (6) соотносятся с параметрами распределений v_n : $\langle v_n \rangle$ и σ_{v_n} . Возможно три случая:

1. $\delta_{v_n} \ll v_n^{RP}$ (случай маленьких флуктуаций).

$$\delta_{v_n} \approx \sigma_{v_n}, \quad (v_n^{RP})^2 \approx (\langle v_n \rangle)^2 - \delta_{v_n}^2; \quad (7)$$

2. $\delta_{v_n} \gg v_n^{RP}$ (случай больших флуктуаций). В этом случае формулы (5,6) можно переписать в виде:

$$p(\mathbf{v}_n) = \frac{1}{2\pi\delta_{v_n}^2} \exp[-(\mathbf{v}_n)^2 / (2\delta_{v_n}^2)], \quad (8)$$

$$p(v_n) = \frac{v_n}{\delta_{v_n}^2} \exp\left[-\frac{(v_n)^2}{2\delta_{v_n}^2}\right], \quad (9)$$

что эквивалентно случаю $v_n^{RP} = 0$, т.е. отсутствию сигнала. Тогда:

$$\langle v_n \rangle = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \delta_{v_n}, \quad \sigma_{v_n} = \sqrt{2 - \frac{\pi}{2}} \delta_{v_n} \quad (10)$$

и отсюда:

$$\frac{\sigma_{v_n}}{\langle v_n \rangle} = \sqrt{\frac{4}{\pi} - 1} = 0.523, \quad (11)$$

$$\sqrt{\langle v_n^2 \rangle} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \langle v_n \rangle = 1.13 \langle v_n \rangle; \quad (12)$$

3. $\delta_{v_n} \approx v_n^{RP}$ (промежуточный случай). Используя разложение Тэйлора для функции Бесселя $I_0 = \exp^{x^2/4} [1 - x^4/64 + O(x^6)]$, получаем:

$$p(v_n) \approx \frac{v_n}{\delta_{v_n}^2} \exp\left[-\frac{(v_n)^2}{2\delta_{v_n}^2}\right] \left[1 - \left(\frac{v_n v_n^{RP}}{\delta_{v_n}^2}\right)^4 / 64\right], \quad (13)$$

$$\delta_{v_n}^{\prime 2} = \delta_{v_n}^2 \left(1 - \frac{(v_n^{RP})^2}{2\delta_{v_n}^2}\right) \approx \delta_{v_n}^2 + (v_n^{RP})^2 / 2. \quad (14)$$

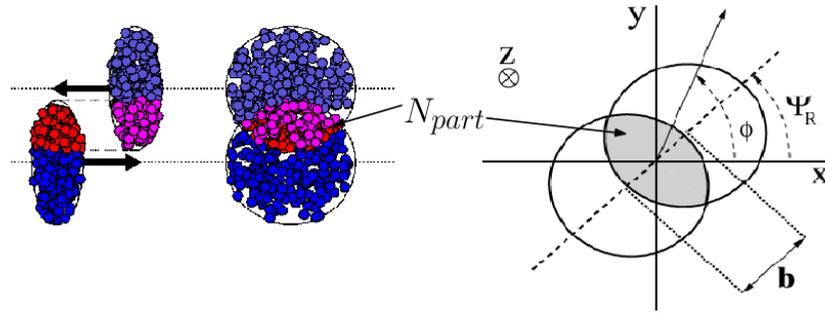


Рис. 3: Определение величин в поперечной плоскости столкновения

Для получения коэффициентов v_n используются различные методы, самым распространенным из которых является метод плоскости реакции (Event Plane или EP). Однако, изучение флуктуаций привело к соглашению, что анизотропный поток образуется относительно так называемой плоскости нуклонов-участников (PP — participant plane), а не плоскости реакции (EP), определяемой направлением прицельного параметра. Плоскость PP не имеет один и тот же угол для всех гармоник, а меняет его, в отличие от плоскости реакции. Это важное обстоятельство необходимо учитывать при вычислении гармоник v_n .

В последнее время (напр. в эксперименте ATLAS [2, 4]) начал широко использоваться событийный (Event-by-Event или EбE) метод для изучения флуктуаций. В нем рассматривают не совокупность событий и усредняют по событиям, а берут одно событие и конкретно для него находят все нужные параметры и переменные. Этот метод позволяет получить флуктуации от трех источников: статистические флуктуации вследствие конечного числа частиц, флуктуации анизотропного потока и непотоковые корреляции. Для того, чтобы убрать статистические и непотоковые эффекты, используется метод восстановления истинных распределений «Unfolding» [5].

В ранее опубликованных работах ([6–8]) вклад относительных потоковых флуктуаций в измеряемые гармоники оценивался по формуле:

$$\frac{\delta v_n}{\langle v_n \rangle} = \left[\frac{(v_n^{\{EP\}})^2 - (v_n^{\{2\}})^2}{(v_n^{\{EP\}})^2 + (v_n^{\{2\}})^2} \right]^{1/2} \approx \frac{\sigma v_n}{\langle v_n \rangle}. \quad (15)$$

Последнее приближенное равенство в (15) верно только в случае, когда непотоковые эффекты незначительны. Данная величина показана на рис. 4 в зависимости от поперечного импульса p_T для различных интервалов центральности. При центральностях 5–30% относительные потоковые флуктуации (в пределах ошибок) не зависят от p_T до $p_T = 8 \text{ GeV/c}$, то есть даже за пределами области $p_T < 2 - 3 \text{ GeV/c}$, в которой поток хорошо описывается гидродинамическими моделями. Это может указывать на общую природу возникновения потоковых флуктуаций, которая обычно ассоциируется с флуктуациями начального состояния системы.

При этом наблюдается сильная зависимость данной величины для гармоники v_2 от центральности столкновения. На рис. 5 показаны зависимости относительных потоковых флуктуаций от N_{part} (т. е. от центральности столкновения) для v_2 , полученные из восстановленных процедур Unfolding распределений. Параметры δv_n и v_n^{RP} получены из фитирования измеренных распределений функцией Бессель-Гаусса, а параметр $\langle v_n \rangle$ получен из восстановленных распределений.

Таким образом, формула (15) дает хорошее описание отношения $\sigma v_n / \langle v_n \rangle$ при нецентральных соударениях, но с увеличением центральности наблюдаются отличия.

С. Геометрия начальной системы

Эксцентриситет системы

В нецентральных соударениях тяжелых ионов гармоника v_2 ассоциируется с эллиптической формой области перекрытия. При центральных («лоб-в-лоб») столкновениях гармонику v_2 и другие коэффициенты v_n относят к различным компонентам формы начального состояния, возникающим от флуктуаций позиций нуклонов в области перекрытия. В связи с этим, детальное изучение коэффициентов v_n может дать информацию о геометрии столкновения в начальном состоянии и, возможно, о некоторых транспортных свойствах образующейся при столкновении КГП.

Распределение коллективного потока вызвано асимметрией в градиентах давления образуемой среды, которая контролируется детальной конфигурацией формы профиля начальной плотности. Форма конфигурации (другими словами, амплитуды компонент формы) каждого события характеризуется набором векторов эксцентриситета ε_n , в общем случае определяемых как (пример для $n = 2$):

$$\varepsilon_2 = \frac{\sqrt{(\sigma_y^2 - \sigma_x^2)^2 + 4(\sigma_{xy})^2}}{\sigma_y^2 + \sigma_x^2}, \quad (16)$$

где σ_x^2 , σ_y^2 и σ_{xy} — событийные ковариации

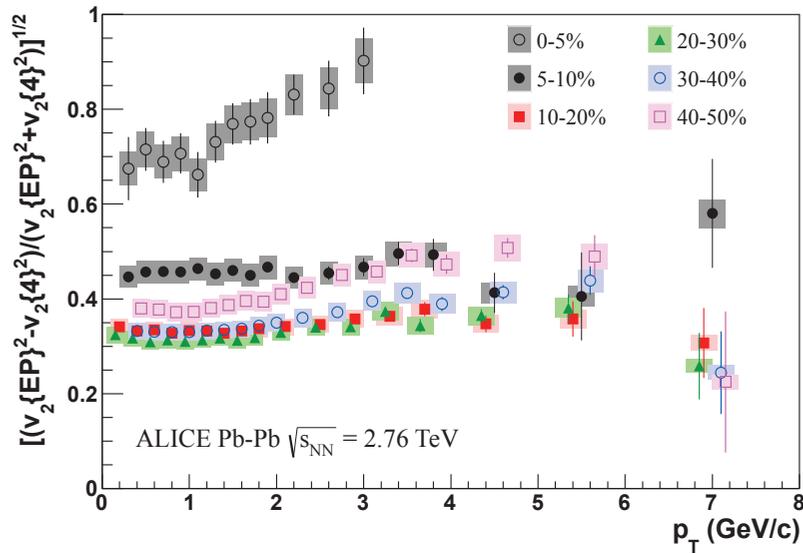


Рис. 4: Зависимости относительных событийных потоковых флуктуаций от поперечного импульса p_T для различных интервалов центральности в эксперименте ALICE. График заимствован из работы [6]

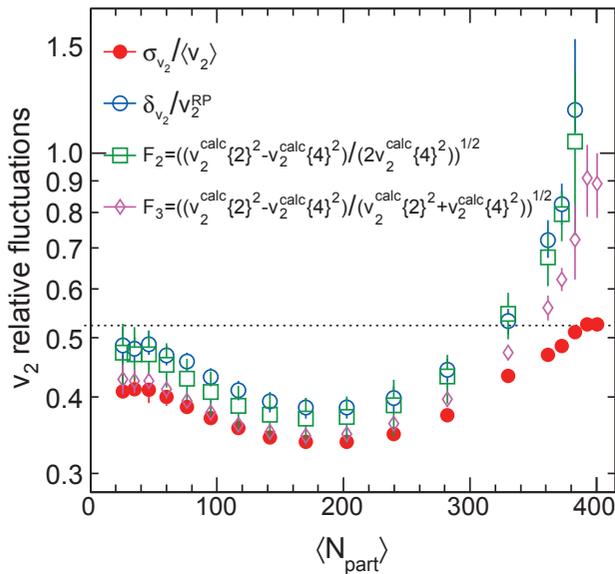


Рис. 5: Зависимости относительных событийных потоковых флуктуаций от N_{part} для v_2 , полученные для различных приближений. F_3 соответствует формуле (15). График заимствован из работы [5]

ции распределений участвующих нуклонов вдоль направлений x и y .

Если определить ε_n из пространственных позиций (r, φ) участвующих нуклонов относительно их центра масс [9–11], то:

$$\varepsilon_n = \frac{\sqrt{\langle r^n \cos n\varphi \rangle^2 + \langle r^n \sin n\varphi \rangle^2}}{\langle r^n \rangle}. \quad (17)$$

Если параметризовать распределение плотности вероятности Фурье-распределением по формуле (1), то получится:

$$\varepsilon_n = (\varepsilon_n \cos(n\Psi_n^*), \varepsilon_n \sin(n\Psi_n^*)), \quad (18)$$

$$\varepsilon_n \exp(in\Psi_n^*) = -\frac{\langle r^m \exp(in\varphi) \rangle}{\langle r^m \rangle}, \quad (19)$$

$$m = \begin{cases} 3, & \text{если } n = 1, \\ n, & \text{если } n > 1, \end{cases} \quad (20)$$

где в формуле (19) скобки $\langle \dots \rangle$ обозначают усреднение по пространственным позициям всех участвующих нуклонов, а ε_n и угол Ψ_n^* (угол плоскости участников) обозначают соответственно величину и направление вектора.

Гидродинамические вычисления показывают, что первые несколько гармоник напрямую зависят от эксцентриситета соответствующего порядка, т.е. $v_n \propto \varepsilon_n$ для $n \leq 3$ [12]. Коэффициент пропорциональности чувствителен к свойствам образующей среды, таким как уравнение состояния и отношение вязкости к плотности энтропии. Например, предсказывается, что коэффициент пропорциональности быстро уменьшается при росте вязкости.

Обычно радиальные веса выбираются как $m = n$ при $n > 1$ и $m = 3$ при $n = 1$ [11]. Однако, иногда используются другие веса, например $m = 2$. Такие альтернативные определения эксцентриситета захватывают степень свободы вдоль радиального направления и, таким образом, могут отражать важную информацию о системе — например размер системы и градиентов давления. Нужно учитывать, что события с одинаковыми значениями ε_n , вычисленными по формуле (19) с весами, определенными формулой (20), будут иметь другие

значения, если использовать альтернативные веса.

На рис. 6 показана зависимость $P(\varepsilon_2)$ от ε_2 в модели Глаубера [13] для интервала центральностей 40–45% и $P(v_2)$ от v_2 для интервала центральностей 25–26% в эксперименте ATLAS [9]. Видно, что $P(\varepsilon)$ можно использовать для определения формы конфигурации системы. Зависимость $P(v_2)$ от v_2 показывает отбор формы события по v_2 , при этом v_2 отбираются для узкого интервала центральности.

2. МЕТОД АНАЛИЗА

А. Алгоритм метода

Недавно флуктуации потока начали изучать в эксперименте ATLAS (LHC) [2]. В этой работе были измерены событийные (Event-by-Event) распределения, т. е. события рассматривались отдельно, и для каждого события рассчитывалось значение коэффициентов (гармоник) потока v_n для $n = 2 - 4$ в столкновениях Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV с помощью детектора ATLAS. При этом использовались треки заряженных частиц с поперечным импульсом $p_T > 0.5$ GeV/c и ограничением по псевдобыстроте $|\eta| < 2.5$.

Метод исследования

Было использовано два метода для получения зависимости EбE v_n :

- одночастичный метод, использующий усреднение по азимутальной зависимости одной частицы;
- метод двухчастичных корреляций с усреднением по паре частиц.

Алгоритм исследования

1. Строятся азимутальные распределения для двух методов получения коэффициентов v_n — одночастичного и метода двухчастичных корреляций.
2. Полученные этими методами распределения v_n — входящие данные для событийного анализа.
3. Для каждого метода строится функция отклика (см. раздел 4.4), для ее нахождения события делятся на два подсобытия ($\eta < 0$ и $\eta > 0$), чтобы выделить эффект потоковых корреляций.
4. С помощью этой функции заполняется матрица отклика (см. раздел 4.5).
5. Проводится процедура Unfolding (восстановление), приближающая исходное распределение к его «истинному» значению.

В. Одночастичный метод

Как было сказано в 1, изучаются азимутальные распределения для вычисления коэффициентов v_n :

$$\begin{aligned} \frac{dN}{d\varphi} &\propto 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} v_n^{obs} \cos(n(\varphi - \Psi_n^{obs})) = \\ &= 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (v_{n,x}^{obs} \cos n\varphi + v_{n,y}^{obs} \sin n\varphi), \end{aligned} \quad (21)$$

$$v_n^{obs} = \sqrt{(v_{n,x}^{obs})^2 + (v_{n,y}^{obs})^2}, \quad (22)$$

$$v_{n,x}^{obs} = v_n^{obs} \cos n\Psi_n^{obs} = \langle \cos n\varphi \rangle, \quad (23)$$

$$v_{n,y}^{obs} = v_n^{obs} \sin n\Psi_n^{obs} = \langle \sin n\varphi \rangle. \quad (24)$$

При экспериментальном измерении необходимо корректировать азимутальное распределение на неравномерный аксептанс детектора. Это проделывают следующим образом:

Фоновое распределение (S) делится на функцию аксептанса (B), полученную как φ -распределение всех треков во всех событиях:

$$\frac{dN}{d\varphi} \propto \frac{S(\varphi)}{B(\varphi)} = \frac{1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (v_{n,x}^{raw} \cos n\varphi + v_{n,y}^{raw} \sin n\varphi)}{1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (v_{n,x}^{det} \cos n\varphi + v_{n,y}^{det} \sin n\varphi)}, \quad (25)$$

$$\begin{aligned} v_{n,x}^{raw} &= \frac{\sum_i (\cos n\varphi_i) / \epsilon(\eta_i, p_{T,i})}{\sum_i 1 / \epsilon(\eta_i, p_{T,i})}, \\ v_{n,y}^{raw} &= \frac{\sum_i (\sin n\varphi_i) / \epsilon(\eta_i, p_{T,i})}{\sum_i 1 / \epsilon(\eta_i, p_{T,i})}, \end{aligned} \quad (26)$$

где сумма по i означает суммирование по всем частицам в событии, $\epsilon(\eta, p_T)$ — трековая эффективность для данного интервала центральности, $v_{n,x}^{det}$ и $v_{n,y}^{det}$ — Фурье-коэффициенты функции аксептанса в азимуте, также взвешенные на трековую эффективность. Влияние структур в функции аксептанса могут быть учтены, если взять первый член разложения Тэйлора $1/B(\varphi)$ в виде $\cos(n\varphi)$ и $\sin(n\varphi)$:

$$v_{n,x}^{obs} \approx v_{n,x}^{raw} - v_{n,x}^{det}, \quad v_{n,y}^{obs} \approx v_{n,y}^{raw} - v_{n,y}^{det}, \quad (27)$$

где в эксперименте полученные значения $v_{n,x(y)}^{det} < 0.007$ для $n = 2 - 4$.

На рис. 8 показано распределение полученного таким образом потокового вектора для интервала центральности 20–25% и его величина v_2^{obs} . Азимутальная симметрия потокового вектора (левая картинка) отражает случайное направление прицельного параметра. В случае идеализированной ситуации (когда нет эффектов, изменяющих значение потокового вектора), он совпадает с «истинным» потоковым вектором: $\mathbf{v}_n^{obs} \rightarrow \mathbf{v}_n$. Функция $P(\mathbf{v}_n^{obs} | \mathbf{v}_n)$ характеризует случайный разброс измеряемого вектора относительно истинного потокового вектора.

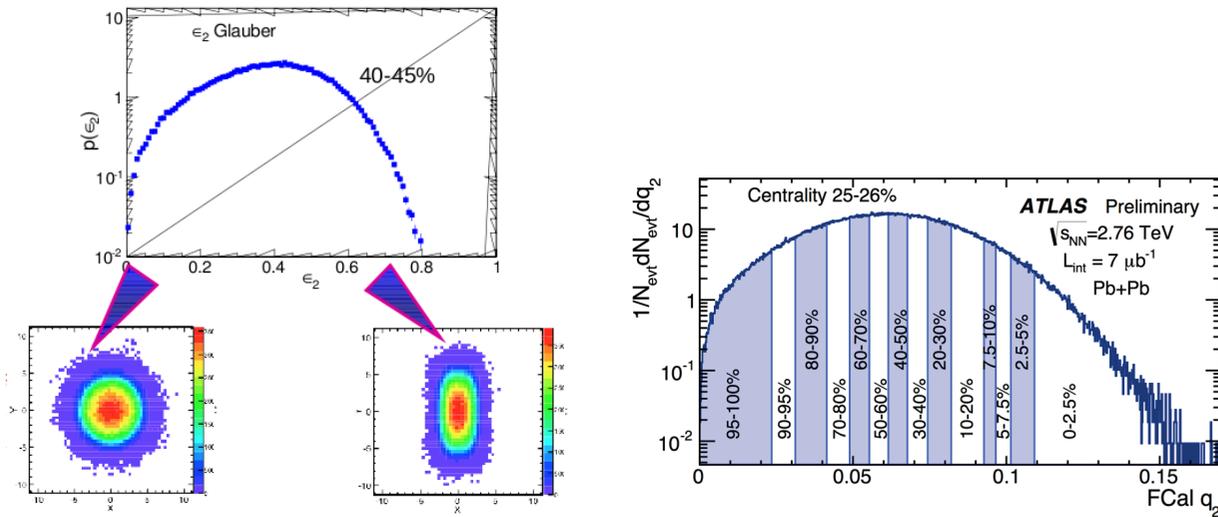


Рис. 6: Зависимость $P(\epsilon_2)$ от ϵ_2 центральности 40–45% (слева) и $P(v_2)$ от v_2 (справа) для центральности 25–26% в эксперименте ATLAS. График заимствован из работы [9]

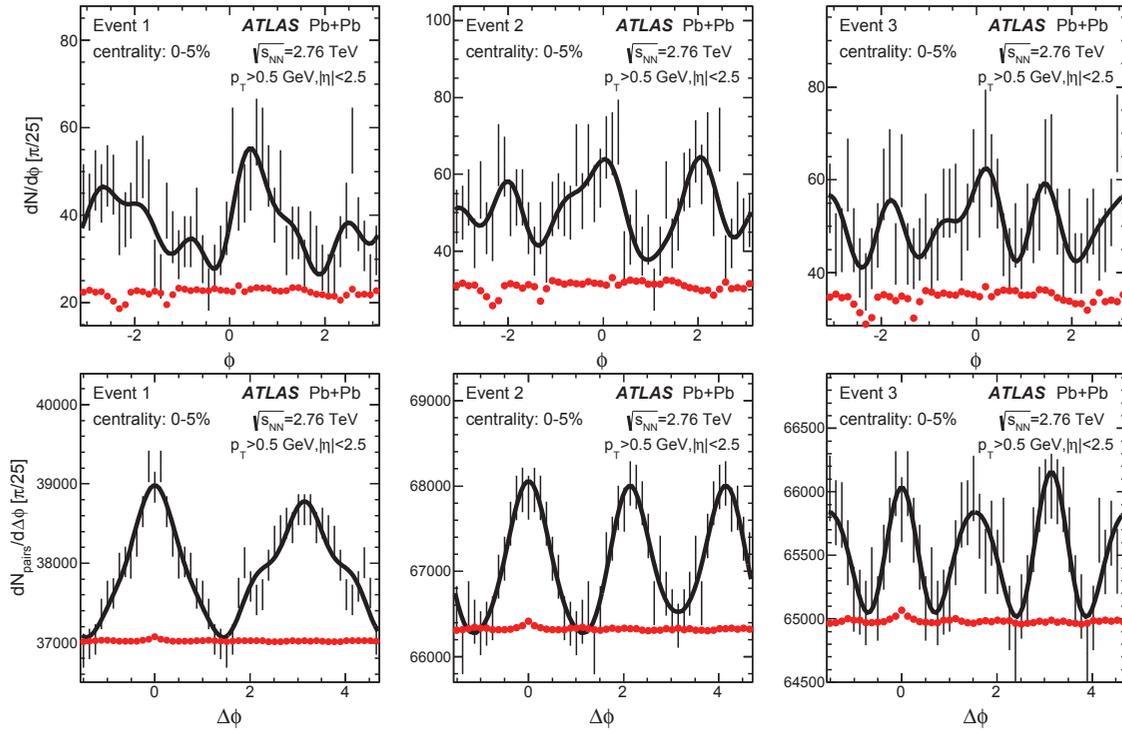


Рис. 7: Зависимость для одотрекового случая от ϕ (верхние картинки) и пары треков от $\Delta\phi$ (нижние) для трех типичных событий интервала центральностей 0–5%. Указаны статистические ошибки (штрихи), сплошные линии обозначают Фурье параметризацию, учитывающую первые 6 гармоник: $dN/d\phi = A [1 + 2 \sum_{n=1}^6 c_n \cos(n(\phi - \Psi_n))]$ для одотрековых распределений и $dN/d\phi = A [1 + 2 \sum_{n=1}^6 c_n \cos(n\Delta\phi)]$ для распределений пар треков. Точки обозначают усредненные по событиям распределения (нормировка). График заимствован из работы [2]

С. Метод двухчастичных корреляций

Метод двухчастичных корреляций (2PC) использует значения $\Delta\phi$ в каждом событии, вычисляемые

для каждой пары заряженных треков. При этом треки для каждой пары выбираются из разных подсобытий (half-ID) — для уменьшения эффекта корреляций

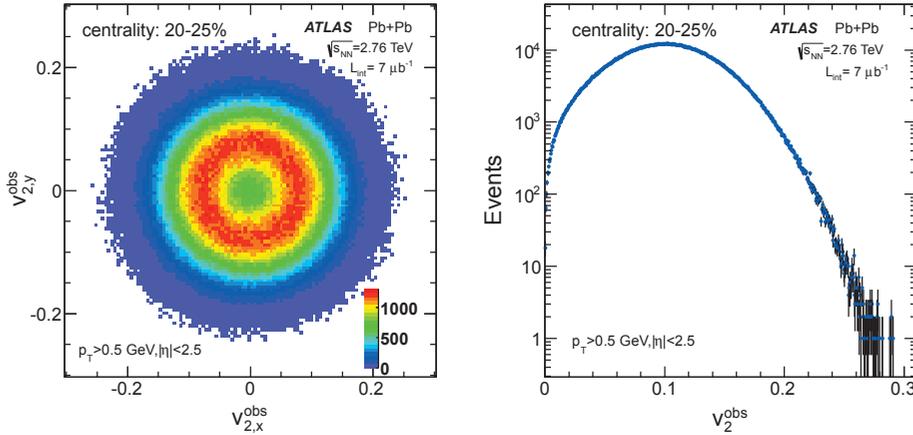


Рис. 8: Распределение пособытийного потокового вектора для $n = 2$ (слева) и его величина v_n^{obs} (справа) для интервала центральностей 20–25%. График заимствован из работы [2]

в ближней фазе. Таким образом, мы получаем:

$$\begin{aligned}
 \frac{dN}{d\Delta\varphi} &\propto [1 + 2 \sum_n (v_{n,x}^{obs,a} \cos n\varphi_a + v_{n,y}^{obs,a} \sin n\varphi_a)] \otimes \\
 &\otimes [1 + 2 \sum_n (v_{n,x}^{obs,b} \cos n\varphi_b + v_{n,y}^{obs,b} \sin n\varphi_b)] = \\
 &= 1 + 2 \sum_n [(v_{n,x}^{obs,a} v_{n,x}^{obs,b} + v_{n,y}^{obs,a} v_{n,y}^{obs,b}) \cos n\Delta\varphi + \\
 &\quad + (v_{n,x}^{obs,a} v_{n,y}^{obs,b} - v_{n,y}^{obs,a} v_{n,x}^{obs,b}) \sin n\Delta\varphi] \equiv \\
 &\equiv 1 + 2 \sum_n (A_n \cos n\Delta\varphi + B_n \sin n\Delta\varphi), \quad (28)
 \end{aligned}$$

где $A_n = \langle \cos n\Delta\varphi \rangle$ и $B_n = \langle \sin n\Delta\varphi \rangle$. Параметры A_n и B_n вычисляются усреднением по парам треков в каждом событии, при этом каждый трек взвешен на трековую эффективность так же как в одночастичном методе. При использовании такого метода непотоковые эффекты учитываются автоматически в связи с большим пробелом по скорости в усреднении между двумя частицами в паре. Пособытийная переменная для пары треков $v_{n,n}^{obs}$ вычисляется по формуле:

$$\begin{aligned}
 v_{n,n}^{obs} &= \sqrt{A_n^2 + B_n^2} = \\
 &= \sqrt{[(v_{n,x}^{obs,a})^2 + (v_{n,y}^{obs,a})^2][(v_{n,x}^{obs,b})^2 + (v_{n,y}^{obs,b})^2]} = (29) \\
 &= v_n^{obs,a} v_n^{obs,b}.
 \end{aligned}$$

После этого можно вычислить потоковый сигнал анализа двухчастичной корреляции:

$$\begin{aligned}
 v_n^{obs,2PC} &= \sqrt{v_{n,n}^{obs}} = \sqrt{v_n^{obs,a} v_n^{obs,b}} = \\
 &= \sqrt{(v_n + s_a)(v_n + s_b)}. \quad (30)
 \end{aligned}$$

D. Функция отклика

Чтобы получить функцию отклика, нужно разделить события на два подсобытия с $\eta < 0$ and $\eta > 0$. Для этих подсобытий можно построить распределения разностей потоковых векторов $p_{sub}((\mathbf{v}_n^{obs})^a - (\mathbf{v}_n^{obs})^b)$.

Из рис. 9 видно, что распределения разницы потоковых векторов подсобытий достаточно точно описываются функцией Гаусса. Это означает, что либо непотоковые эффекты малы и разброс (отличие от истинного распределения) возникает от конечной множественности частиц, либо число источников, отвечающих за вклад непотоковых эффектов пропорционально множественности и они не коррелируют между двумя подсобытиями. Последний вариант может быть верен для резонансных распадов, корреляций Бозе–Эйнштейна, распадов струй. Из распределений вытаскивается величина δ_{2SE} , характеризующая чистые потоковые эффекты. Через данную величину можно посчитать полную функцию отклика:

$$p(v_n^{obs} | v_n) \propto v_n^{obs} \exp\left(-\frac{(v_n^{obs})^2 + v_n^2}{2\delta^2}\right) I_0\left(\frac{v_n^{obs} v_n}{\delta^2}\right), \quad (31)$$

$$\delta = \begin{cases} \delta_{2SE}/\sqrt{2}, & \text{for half-ID,} \\ \delta_{2SE}/2, & \text{for full-ID.} \end{cases} \quad (32)$$

Данная аналитическая формула (31) используется в процедуре восстановления «Unfolding», чтобы получить истинное распределение. Однако, для периферических столкновений аналитическое выражение не является точным, и в этом случае можно использовать напрямую 2D функцию отклика для подсобытий, проинтегрировав левую часть рис. 8 по азимутальному углу, учтя зависимость для нужного значения δ .

Функция отклика для двух описанных выше методов вычисляется одинаковым способом, хотя и отличается количественно.

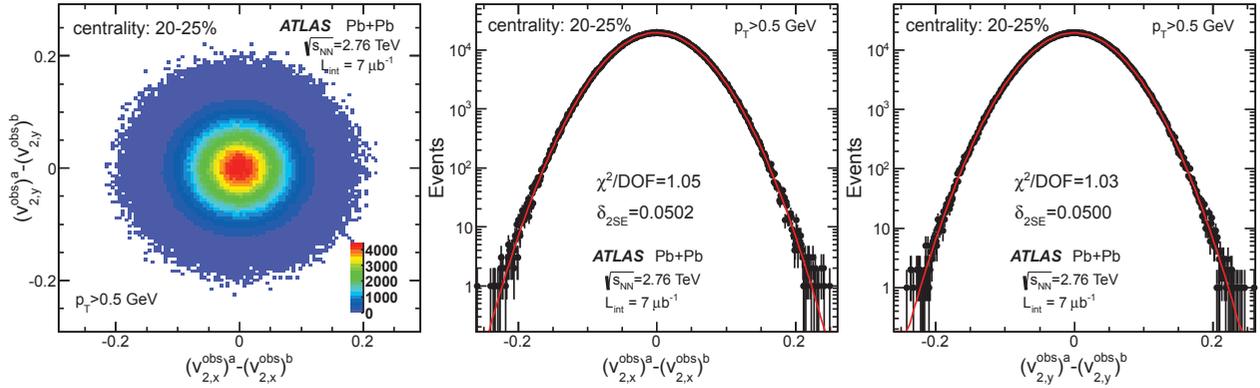


Рис. 9: Распределение разницы между событийными потоковыми векторами частиц двух подсобытий для интервала центральных 20–25% при $n = 2$ (слева). Центральная и правая картинка показывают x - и y -проекции потокового вектора, соответственно, а также Гауссовый фит. График заимствован из работы [2]

Е. Процедура «Unfolding»

Для получения истинного значения v_n используется стандартная Байесовская процедура, встроенная в пакет RooUnfold [5]. При этом матрица восстановления (Unfolding matrix) записывается следующим образом:

$$M_{ij}^{iter} = \frac{A_{ji} c_i^{iter}}{\sum_{m,k} A_{mi} A_{jk} c_k^{iter}}, \quad (33)$$

$$\hat{c}^{iter+1} = \hat{M}^{iter} \hat{e},$$

$$A_{ji} = p(e_j | c_i),$$

где M_{ij}^{iter} — матрица восстановления для определенной итерации, A_{ji} — матрица отклика между «причиной» \hat{c} (истинным распределением v_n) и «эффектом» \hat{e} (измеренным распределением v_n^{obs}).

Нулевая итерация матрицы \hat{M}^0 определяется из матрицы отклика и некоего предположения для нулевой итерации истинного распределения. В качестве нулевой итерации («prior» \hat{c}^0) для истинного распределения можно взять v_n^{obs} или $v_n^{obs,2PC}$. Но более правильно брать распределение $v_n^{obs} \rightarrow R v_n^{obs}$, где:

$$R = \frac{v_n^{EP}}{\langle v_n^{obs} \rangle} \frac{1}{1 + \left(\sqrt{1 + (\sigma_{v_n^{obs}} / \langle v_n^{obs} \rangle)^2} - 1 \right) f}, \quad (34)$$

$$f = 0; 0.5; 1; 1.5; 2; 2.5,$$

а v_n^{EP} определяется как:

$$v_n^{EP} = \frac{v_n^{obs}}{Res\{n\Psi_n\}} = \frac{\langle \cos(n(\varphi - \Psi_n)) \rangle}{\langle \cos(n(\Psi_n - \Phi_n)) \rangle}, \quad (35)$$

где Φ_n — угол плоскости реакции, а Ψ_n — угол плоскости события. Отметим, что в эксперименте ATLAS v_n^{EP} определяется с помощью FCal — переднего калориметра установки (поскольку угол плоскости реакции

в эксперименте не определен), в то время как для генератора данный параметр можно посчитать аналитически. Известно, что v_n^{EP} принимает следующие значения:

$$\langle v_n \rangle \leq v_n^{EP} \leq \sqrt{\langle v_n^2 \rangle} = \sqrt{\langle v_n \rangle^2 + \sigma_{v_n}^2}, \quad (36)$$

при этом нижний предел достигается, когда $Res\{n\Psi_n\} = 1$, а верхний при $Res\{n\Psi_n\} \rightarrow 0$. Таким образом, выбор $f = 0$ дает распределение немного шире истинного, $f = 1$ — такое, у которого среднее значение близко к истинному, а $f > 1$ дает зауженное (по отношению к истинному) распределение [4].

Ф. Результаты эксперимента ATLAS (LHC)

ЕвЕ v_n -распределения были измерены для $n = 2-4$ в столкновениях Pb–Pb при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV [2]. На рис. 10 показаны результаты применения алгоритма Unfolding к гармоникам v_2 , v_3 и v_4 . На левых картинках показаны восстановленные распределения для разного числа итераций $N_{iter} = 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128$ (цветные точки), а также изначальные распределения v_n^{obs} для интервала центральных 20–25%. На центральных и правых картинках отношения полученных распределений к v_n при $N_{iter} = 128$ и к v_n^{obs} .

Было проведено сравнение применения алгоритма восстановления к half-ID и full-ID распределениям (см. рис. 11). Таким образом, видно, что небольшие различия в множественности для подсобытий относительно полного события не влияет на восстановленное распределение.

Один из способов проверить влияние непотоковых корреляций — это сравнение восстановленных распределений для двух различных методов (одночастичного и метода двухчастичных корреля-

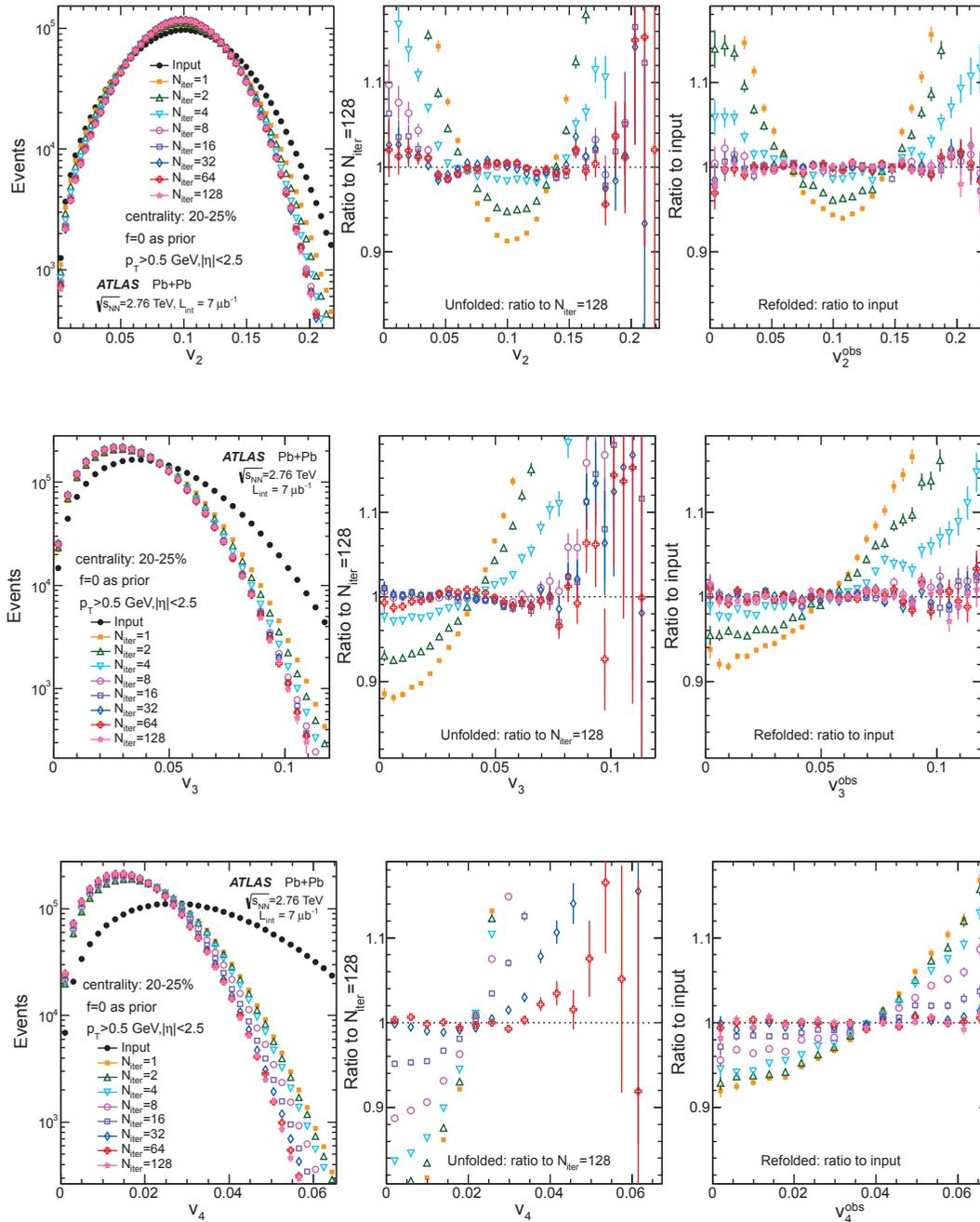


Рис. 10: Слева: восстановленные методом Unfolding распределения с различным N_{iter} для v_2 (верхний ряд), v_3 (средний) и v_4 (нижний) в интервале центральностей 20–25%, а также изначальные распределения. Центр и правые картинки: отношения восстановленных распределений к распределению с $N_{iter} = 128$ и изначальному, соответственно. Вывод: Для v_2 и v_3 хватает небольшого числа итераций ($N_{iter} > 4$), для v_4 — больше ($N_{iter} > 16$). Основные различия наблюдаются на хвостах гистограмм. График заимствован из работы [2]

ций), поскольку эти методы по-разному чувствительны к непотоковым эффектам. Это сравнение представлено на рис. 12. Таким образом, поскольку результат для обоих методов совпадает, можно утверждать, что непотоковые корреляции эффективно убираются процедурой восстановления.

В качестве основного результата получена зависимость $\sigma_{v_n} / \langle v_n \rangle$ от N_{part} (см. рис. 13) в трех областях по p_T для $n = 2$ (верхняя левая картинка), $n = 3$ (нижняя левая картинка) и $n = 4$ (нижняя правая картинка). Пунктир обозначает $\sqrt{4/\pi - 1} \approx 0.523$, ожидаемое для Гауссовских флуктуаций. Правая верхняя картинка по-

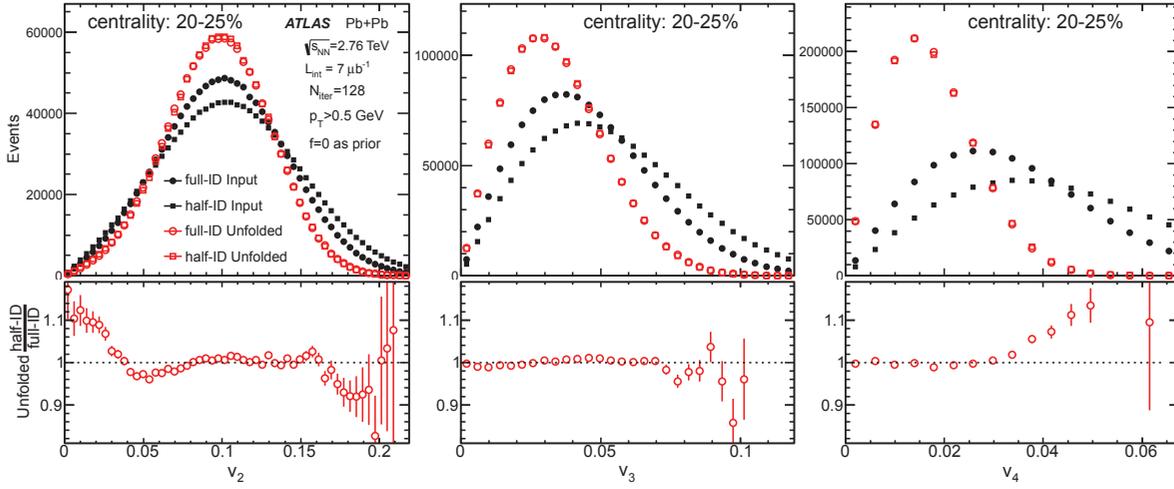


Рис. 11: Восстановленные и изначальные распределения v_n при $n = 2, 3, 4$ для half-ID и full-ID. Нижние картинки: отношения распределений half-ID к full-ID. График заимствован из работы [2]

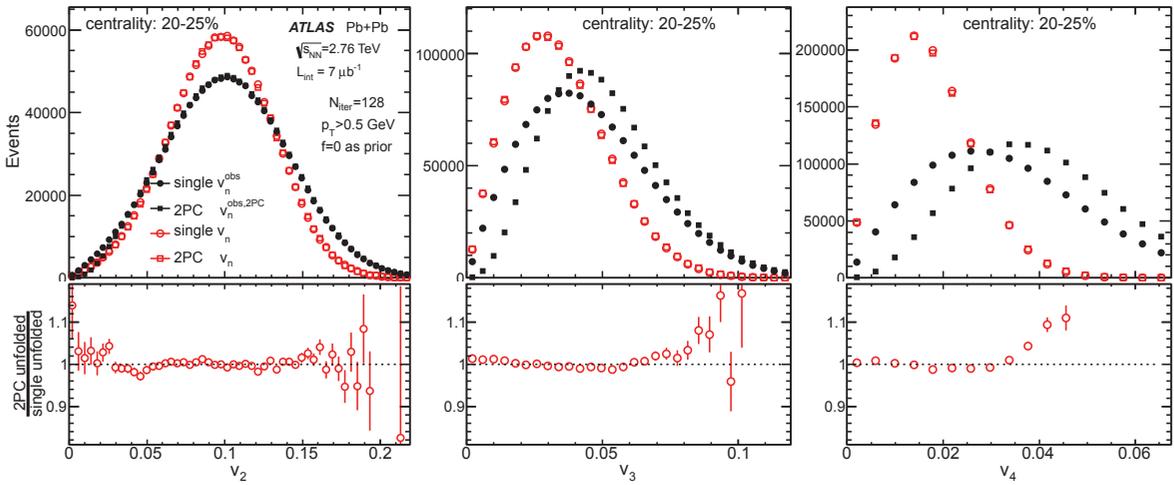


Рис. 12: Восстановленные и изначальные распределения v_n при $n = 2, 3, 4$ для двух методов: одночастичного (single-particle) и метода двухчастичных корреляций (2PC). Нижние картинки: отношения распределений 2PC к single-particle. График заимствован из работы [2]

казывает $\sigma_{\varepsilon_2}/\langle\varepsilon_2\rangle$ для двух моделей эксцентриситета в начальном состоянии Глаубера [13] и МС-КЛН [14].

Можно утверждать, что для v_3 и v_4 значения $\sigma_{v_n}/\langle v_n\rangle$ во всех интервалах центральности и для v_2 в самых центральных соударениях подходят под описание формулой (10), то есть соответствуют «чисто флуктуационному» случаю ($v_n^{RP} = 0$).

Это подтверждают полученные плотности вероятности для v_n при $n = 2, 3, 4$ (см. рис. 14). Кривые — это функции: $P(v_n) = \frac{v_n}{\delta_{v_n}^2} \exp -\frac{v_n^2}{2\delta_{v_n}^2}$, где $\delta_{v_n} = \sqrt{\frac{2}{\pi}\langle v_n\rangle}$ — т. е. распределения без сигнала, отвечающие за чистые Гауссовские флуктуации.

Выводы:

- Форма распределений v_n содержит Гауссовские флуктуации в самых центральных столкновениях (центральность 0–2%) для v_2 и во всем диапазоне по центральности для v_3 и v_4 .
- Отношение стандартного отклонения к среднему: $(\sigma_{v_n}/\langle v_n\rangle)$ изучено как функция от N_{part} и p_T . Получено, что значения не зависят от p_T , позволяя сделать предположение, что гидродинамический отклик на эксцентриситет начальной геометрии имеет малую зависимость от p_T . Однако, достигают минимума 0.34 для v_2 около $\langle N_{part}\rangle \sim 200$.

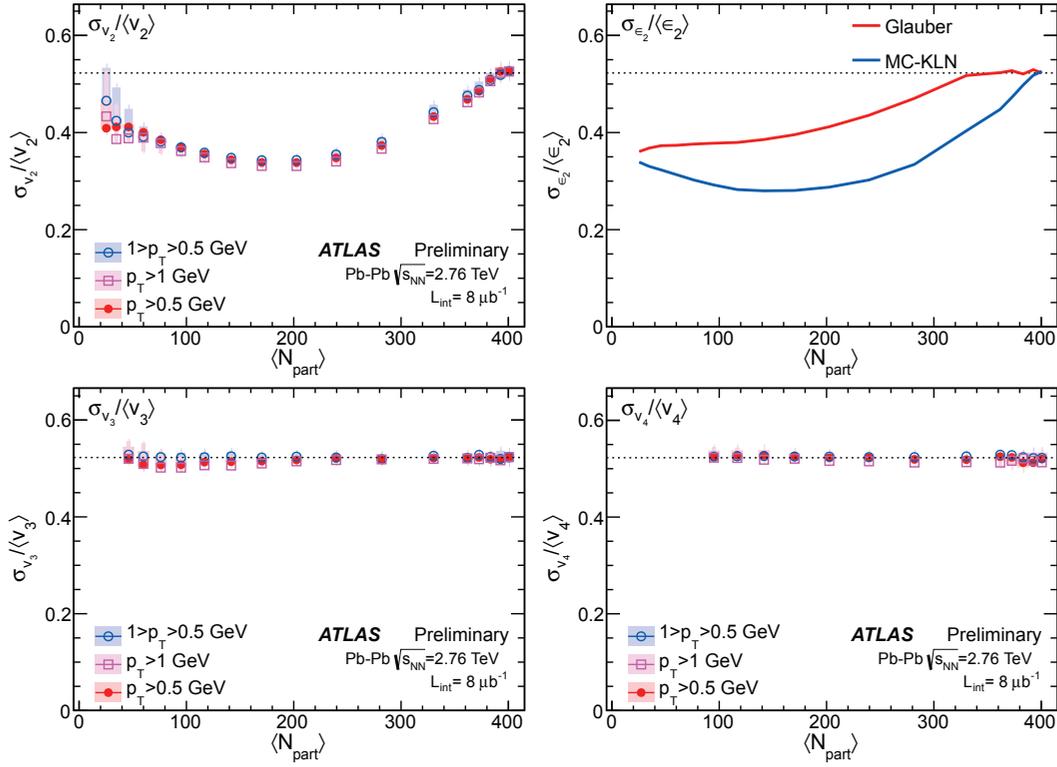


Рис. 13: Зависимость $\sigma_{v_n}/\langle v_n \rangle$ от N_{part} . Слева — для $n = 2, 3$, правый нижний рисунок — для $n = 4$, правый верхний — модельные расчеты для $\sigma_{\epsilon_2}/\langle \epsilon_2 \rangle$. Пунктир обозначает значение для Гауссовской зависимости: $\sigma_{v_n}/\langle v_n \rangle \approx 0.523$. График заимствован из работы [2]

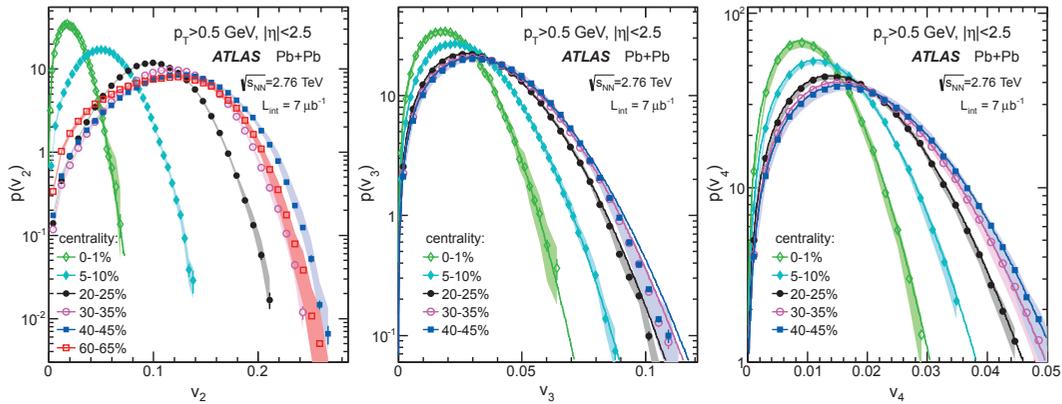


Рис. 14: Распределения плотности вероятности $P(v_n)$ для различных интервалов центральности. График заимствован из работы [2]

- Сравнение зависимости от центральности отношения $\sigma_{v_2}/\langle v_2 \rangle$ с аналогичным отношением для эксцентриситета $\sigma_{\epsilon_2}/\langle \epsilon_2 \rangle$ с начальными условиями, соответствующими моделям Глаубера и MC-KLN показывает, что обе модели не описывают данные во всем диапазоне центральностей.

Г. Применение метода к генераторам событий

Процедура метода Байесовского восстановления (Unfolding) распределений плотности вероятности v_n была изучена коллаборацией ATLAS на примере «игрушечной» симуляции, моделях HIJING и AMPT [15].

Процедура метода Байесовского восстановления

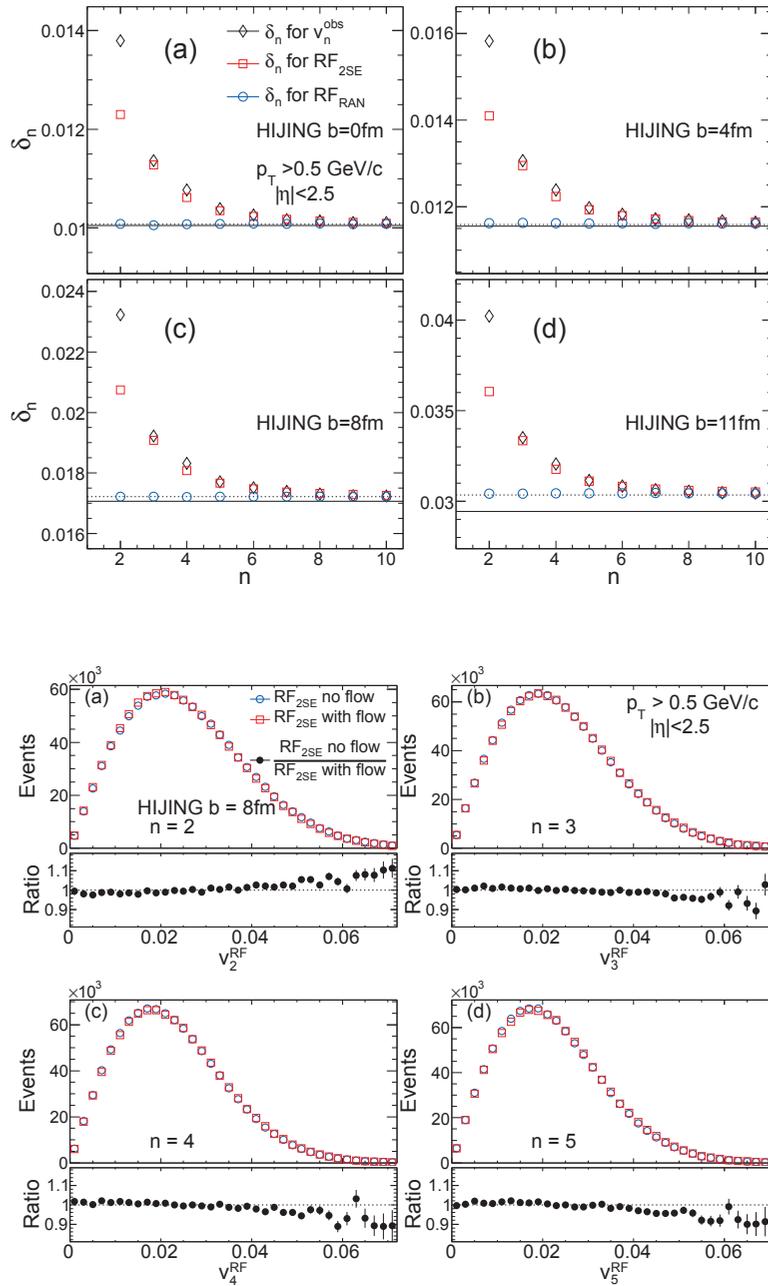


Рис. 15: Вверху: распределения δ_n от n для v_n^{obs} и функций отклика в четырех интервалах центральности в модели HIJING. Прямые — предел для статистических флуктуаций. Внизу: функции отклика, полученные при включенном и отключенном потоке в модели HIJING. Снизу показано отношение без и с учётом вклада потока. График заимствован из работы [15]

(Unfolding) распределений плотности вероятности v_n была изучена коллаборацией ATLAS на примере «игрушечной» симуляции, моделях HIJING и AMPT [15]. В отсутствии непотоковых эффектов, метод восстановления сходится к входящим распределениям v_2, v_3, v_4 для множественностей, характерных для экспериментов на LHC.

Для тестирования метода использовался простой

генератор событий с заданными распределениями плотности параметров $P(v_n)$ в виде Бессель-Гауссовских функций. В каждом событии генерировалась j -зависимость частиц с некоторой средней множественностью с фиксированным разбросом по числу частиц. Это привело к заметному расширению распределений $P(v_n)$, увеличивающемуся с ростом n . После применения процедуры восстановления Unfolding рас-

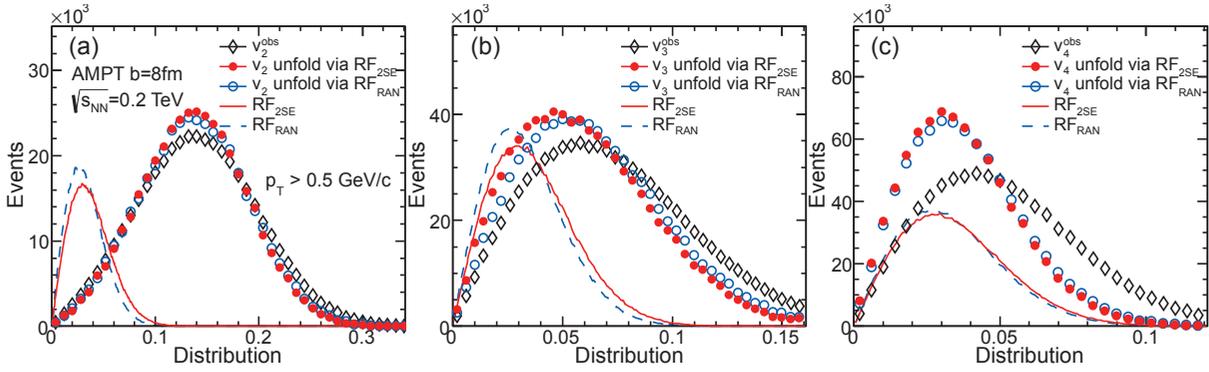


Рис. 16: Распределения восстановленных значений v_n и изначальных v_n^{obs} при $b = 8$ fm в модели AMPT при энергии RHIC для $n=2,3,4$ (слева направо) и $N_{iter} = 128$, а также использованные функции отклика, полученные двумя способами. График заимствован из работы [15]

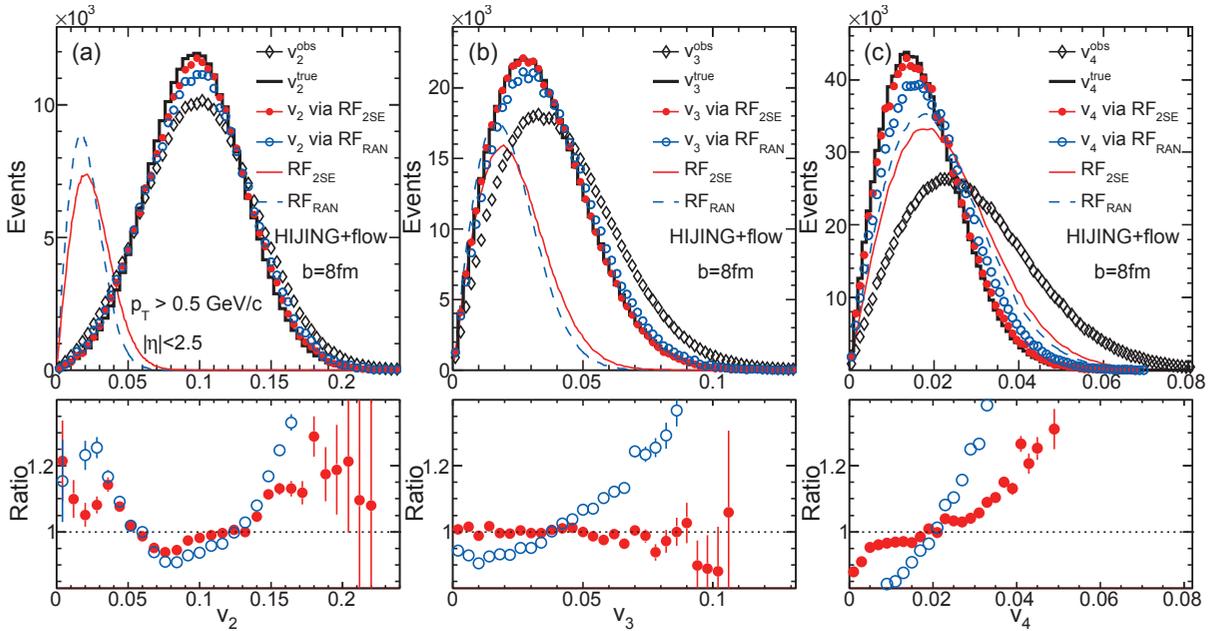


Рис. 17: Распределения восстановленных значений v_n и изначальных v_n^{obs} (снизу — их отношения) при $b = 8$ fm в модели HIJING при $n = 2,3,4$ (слева направо) и $N_{iter} = 128$, а также использованные функции отклика, полученные двумя способами. График заимствован из работы [15]

пределения $P(v_n)$ вернулись к заданным. Тем самым было показано, что процедура убирает статистические флуктуации от разброса числа частиц при нефиксированной множественности.

Непоточковые эффекты оценивались с помощью модели HIJING. Было обнаружено, что непоточковые эффекты в данной модели по большей части статистические, что согласовано с тем фактом, что они ассоциируются с независимыми источниками, каждый из которых содержит конечное число частиц. Спектр непоточковых эффектов быстро уменьшается с n и достигает чисто статистического предела (см. рис. 15), который задает-

ся формулой:

$$\delta_n = \sqrt{\frac{1}{2N}}, \quad (37)$$

$$\delta_n = \sqrt{\langle \frac{1}{2N} \rangle} \simeq \sqrt{\frac{1}{2\langle N \rangle} \left[1 + \left(\frac{\sigma_N}{\langle N \rangle} \right)^2 \right]}, \quad (38)$$

где N — множественность частиц. Соответственно, формула (33) — для фиксированной множественности N , формула (34) — для Гауссовского распределения множественности.

Эти формулы получены с помощью ЦПТ-теоремы,

если рассматривать чисто статистические отклонения (т. е. $\mathbf{v}_n^{RP} = 0$), и тогда функция отклика определяется формулой:

$$P(\mathbf{v}_n^{obs}) = P(\mathbf{v}_n^{obs} | \mathbf{v}_n = 0) = \frac{1}{2\pi\delta_n^2} \exp(-\mathbf{v}_n^{obs}/2\delta_n^2),$$

$$P(v_n^{obs}) = \frac{v_n^{obs}}{\delta_n^2} \exp(-v_n^{obs}/2\delta_n^2). \quad (39)$$

На рис. 16 и 17 показано применение алгоритма восстановления для моделей АМРТ и HIJING, соответственно.

Таким образом, представленный метод является эффективным в плане изучения потоковых и непотоковых эффектов в столкновениях тяжелых ионов, а также в возможной перспективе — в протон-протонных и нуклон-ядерных столкновениях.

Метод был изучен на примере генераторов АМРТ и HIJING, причем в отсутствии непотоковых эффектов восстановленные распределения оказываются очень близки к исходным. Влияние непотоковых эффектов было изучено на примере генератора HIJING, в котором они оказались по большей степени статистические, что согласуется с ассоциированием данных эффектов с независимыми источниками, каждый из которых содержит конечное число частиц. Спектр непотоковых эффектов по n резко падает с ростом n , и достигает статистического предела, даваемого формулой (37). Процедура Unfolding эффективно убирает данные эффекты, и полученные восстановленные распределения для $n = 2, 3, 4$ хорошо описываются распределением Гаусса.

Зависимость от p_T была исследована на примере генератора событий АМРТ и их форма согласуется с полученными распределениями из экспериментальных данных ATLAS.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В проведенном обзоре рассмотрен новый метод восстановления истинных распределений (Unfolding), являющийся эффективным для изучения флуктуаций коллективного анизотропного потока в столкновениях тяжелых ионов. Восстановление пособытийных потоковых распределений может пролить свет на начальную геометрию системы. Показано, что изучение флуктуаций представляет собой важную и интересную задачу. Рассматриваемый метод анализа может быть использован как для анализа экспериментальных данных, так и для исследования флуктуаций распределений в различных генераторах событий. Помимо этого, анализ может быть применен для исследования пособытийных потоковых распределений в протон-протонных и нуклон-ядерных столкновениях.

Благодарности

Автор выражает благодарность научному руководителю проф. В. Л. Коротких за предложенную задачу, к.ф.-м.н. Л. В. Малининой, а также сотрудников лаборатории адронных взаимодействий О. Л. Кодоловой, И. П. Лохтину, А. М. Снигиреву, С. В. Петрушанко, А. М. Грибушину за полезные обсуждения и конструктивные предложения.

-
- [1] Paul Sorensen. <http://arxiv.org/abs/arXiv:0905.0174>. (2009).
 - [2] ATLAS Collaboration (Georges Aad et al.) Journal of High Energy Physics (JHEP). **1311**, 183. (2013).
 - [3] Ante Bilandzic, Raimond Snellings, Sergei Voloshin. Phys. Rev. C. **83**, 044913. (2011).
 - [4] ATLAS Collaboration. Phys. Rev. C. **86**, 014907. (2012).
 - [5] Tim Auyeang. Proceedings of the PHYSTAT 2011 Workshop. (CERN, Geneva, Switzerland, January 2011, CERN-2011-006, P. 313).
 - [6] PHENIX Collaboration (A. Adare et al.) Phys. Rev. Lett. **107**, 252301. (2011).
 - [7] S. A. Voloshin, A. M. Poskanzer, R. Snellings. <http://arxiv.org/abs/arXiv:nucl-ex/0809.2949> v 2. (2014).
 - [8] CMS Collaboration (Serguei Chatrchyan et al.) Phys. Rev. C. **89**, 044906. (2014).
 - [9] Jianguo Jia. J. Phys. G. **41**, 124003. (2014).
 - [10] B. Alver, G. Roland. Phys. Rev. C. **81**, 054905. (2010).
 - [11] D. Teaney, L. Yan. Phys. Rev. C. **83**, 064904. (2011).
 - [12] Zhi Qiu, Ulrich W. Heinz. Phys. Rev. C. **83**, 024911. (2011).
 - [13] M. L. Miller, K. Reygers, S. J. Sanders, P. Steinberg. Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **57**, 205. (2007).
 - [14] H.-J. Drescher, A. Dumitru, A. Hayashigaki, Y. Nara. Phys. Rev. C. **74**, 044905. (2006).
 - [15] Jianguo Jia, Soumya Mohapatra. Phys. Rev. C. **88**, 014907. (2013).
 - [16] Другими словами, коэффициенты гармоники n -го порядка, или просто гармоники.
 - [17] Этот параметр связан с центральностью C столкновения. Приближенно $C = (b/2R)^2$ до ультрапериферических столкновений.
 - [18] Другими словами, с «сигналом».

Unfolding of anisotropic flow parameters in event-by-event analysis of heavy ion collisions**E. N. Nazarova**

*Department of Atomic Physics and Quantum Theory of Collisions, Faculty of Physics, M.V.Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia
E-mail: elizaveta.nazarova@cern.ch*

In this review a new method of studying event-by-event distributions of azimuthal anisotropy of particles in heavy ion collisions introduced by ATLAS collaboration is discussed, as well as the analysis of distributions obtained by the method of approximation to true event-by-event distributions (Unfolding method). It is shown, that considered method of analysis is an effective tool for studying anisotropic flow fluctuations.

PACS: 29.20.D-, 12.38.Mh, 25.75.-q, 25.75.Ld.

Keywords: azimuthal anisotropy, collective anisotropic flow, Unfolding procedure.

Received 27.02.2015.

Сведения об авторах

Назарова Елизавета Николаевна — аспирантка; e-mail: elizaveta.nazarova@cern.ch.