

Оценка поперечного радиуса когерентности звукового поля в мелком море при наличии фоновых внутренних волн

А.А. Луньков^{1,*}, D. Rouseff^{2†}

¹Научный центр волновых исследований Института общей физики имени А.М. Прохорова РАН, Россия, 119991, Москва, ул. Вавилова, д. 38

²Applied Physics Laboratory, University of Washington, 1013 NE 40th St, Seattle, WA 98105, USA
(Статья поступила 12.11.2014; Подписана в печать 28.11.2014)

В рамках теории адиабатических мод рассмотрена задача аналитической оценки поперечного радиуса когерентности низкочастотного звукового поля в мелководном волноводе в присутствии фоновых внутренних волн. Для описания вертикальных смещений жидкости использован спектр типа Гарретта–Манка, адаптированный под условия мелкого моря. Поле внутренних волн предполагалось изотропным. Для идеализированной модели волновода получены явные теоретические зависимости радиуса когерентности от расстояния до источника, частоты звука, плотности энергии внутренних волн и других параметров. Продемонстрировано качественное и количественное соответствие между результатами теоретических оценок и данными прямого численного моделирования. Осуществлено сравнение полученных значений поперечного радиуса когерентности с известными данными натурных экспериментов.

PACS: 43.30.Vr

УДК: 534.231

Ключевые слова: акустика мелкого моря, когерентность, внутренние волны.

ВВЕДЕНИЕ

Определение пространственных и временных масштабов когерентности звукового поля в присутствии различных типов возмущений в мелком море важно как для решения прямых задач [1], связанных с изучением флуктуаций сигналов при их распространении в неоднородном волноводе, так и для решения обратных, в частности, пеленгования шумовых источников с использованием протяженных антенн [2]. Во втором случае наибольшее внимание уделяется оценке поперечного радиуса когерентности. В зимних условиях, когда температура воды постоянна по всей толще или даже возрастает с ростом глубины, основной фактор, ограничивающий устойчивость звукового поля, — поверхностные волны, возбуждаемые на границе вода-воздух. В летний период времени из-за прогрева верхних слоев жидкости образуется придонный звуковой канал, который экранирует звуковые волны от верхней взволнованной ветром поверхности. Указанный эффект в большей степени проявляется в условиях дальнего распространения, когда звуковое поле представлено лишь группой низших энергонесущих мод [3]. В этой ситуации главная причина снижения стабильности интерференционной картины — это гравитационные внутренние волны, генерируемые в слое резкого скачка температуры (термоклина). По своим пространственно-временным масштабам внутренние волны в мелком море можно разделить на три типа: 1) низкочастотные приливные и инерционные волны с периодом ~ 12 ч и длиной несколько десятков

километров; 2) фоновые внутренние волны (линейные) с периодом от нескольких минут до нескольких часов и длиной до нескольких километров; 3) интенсивные высокочастотные солитоноподобные внутренние волны (нелинейные) с периодом в единицы минут и длиной порядка сотен метров, которые возникают только несколько раз в сутки и могут быть одиночными, либо сгруппированы в цуг [4]. Первый и третий типы возмущений, которые в основном наблюдаются в областях океанского шельфа, формируются на его кромке и поэтому обладают значительной анизотропией, могут быть описаны в рамках детерминированного подхода. Фоновые внутренние волны в отличие от солитоноподобных присутствуют всегда, являются преимущественно изотропными и представляют собой в большей степени случайный процесс, подчиняющийся некоторой статистике. Их описание проводится с привлечением аппарата теории стохастических процессов. Настоящая работа посвящена теоретическому изучению влияния именно этого типа внутренних волн на поперечный радиус когерентности звукового поля.

Различные аспекты когерентности звукового поля в мелководных волноводах в присутствии внутренних волн были достаточно подробно исследованы теоретически [5,6], а также в рамках численного моделирования [5,7,8]. В работе [8] показано, что при узкой характеристике направленности поля внутренних волн поперечный радиус когерентности существенно зависит от направления акустической трассы и может изменяться от нескольких десятков до нескольких сотен длин волн. Среди работ, в которых проводится оценка степени когерентности звукового поля в мелком море в летний период, необходимо выделить экспериментальные работы В. Кери [9] и Дж. Линча [10], где было продемонстрировано, что поперечный радиус когерентности низкочастотного (до 500 Гц) звука на расстояни-

*E-mail: landr2004@mail.ru

†E-mail: rouseff@apl.washington.edu

ях до 40 км ограничен 30λ (λ — длина волны).

В настоящем исследовании осуществляется вывод аналитического выражения для пространственной корреляционной функции звукового поля, когда для описания смещений слоев жидкости применяется спектр типа Гарретта–Манка, адаптированный под условия мелкого моря. Также в явном виде приводится выражение для поперечного радиуса когерентности звукового поля в зависимости от параметров сигнала, характеристик волновода и внутренних волн для упрощенной модели мелководной среды. Отметим, что в предыдущих публикациях, посвященных аналитической оценке этого радиуса, часто использовалась упрощенная модель фоновых внутренних волн [5, 6].

1. МОДЕЛЬ ВНУТРЕННИХ ВОЛН

Известно, что внутренние волны в глубоком океане успешно моделируются с использованием классического спектра Гарретта–Манка [11]. В мелком море этот спектр дает завышенные значения интенсивности, однако после его корректировки, как было показано в [12], наблюдается удовлетворительное согласие между расчетными и экспериментальными данными.

В настоящей работе теоретическое описание вертикальных смещений слоев жидкости $\zeta(x, y, z)$, обусловленных внутренними волнами в мелководном волноводе постоянной глубины D , проводится в декартовой системе координат (x, y, z) (см. рис. 1) в соответствии с модифицированным спектром Гарретта–Манка. Ось Z направлена вниз. Пространственная корреляционная функция для ζ в предположении о статистической однородности и изотропности внутренних волн в горизонтальной плоскости может быть записана в виде [13]

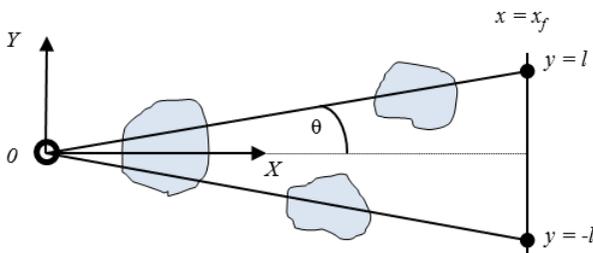


Рис. 1: Схема модельной задачи (вид сверху)

$$\langle \zeta(x_1, y_1, z_1) \zeta(x_2, y_2, z_2) \rangle = R_\zeta(x_d, y_d; z_1, z_2) = \sum_j \int F(\Omega, j) W_j(K; z_1) W_j(K; z_2) J_0(K r_d) d\Omega. \quad (1)$$

Здесь $x_d = x_2 - x_1$, $y_d = y_2 - y_1$, $r_d = \sqrt{x_d^2 + y_d^2}$, K, Ω — горизонтальное волновое число и частота внутренней

волны, J_0 — функция Бесселя нулевого порядка. Собственные функции (вертикальные гравитационные моды) W_j определяются из решения дифференциального уравнения [4]

$$\frac{d^2 W_j}{dz^2} + \frac{N^2(z) - \Omega^2}{\Omega^2 - \Omega_i^2} K^2 W_j = 0,$$

где $N(z)$ — профиль частоты плавучести, Ω_i — инерционная частота. В качестве частотного спектра внутренних волн в настоящей работе используется спектр типа Гарретта–Манка, адаптированный с учетом специфики мелкого моря [13]

$$F(\Omega, j) = (bE_{GM})(bN_0)^2 \frac{2}{\pi} \frac{\Omega_i}{\Omega^3} \sqrt{\Omega^2 - \Omega_i^2} H(j), \quad (2)$$

где $H(j) = 6/\pi^2 j^2$, $bN_0 = \int_0^D N(z) dz \equiv DN_{avg}$, bE_{GM} — множитель, относящийся к энергии внутренних волн и имеющий размерность длины (типичные значения 0,1–0,5 м) [14]. Этот множитель связан с энергией, приходящейся на единицу площади, формулой $E = \rho(bE_{GM})(bN_0)^2$, ρ — плотность воды. Для внутренних волн будем использовать следующее дисперсионное соотношение, справедливое для небольших частот $\Omega \ll \max(N(z))$

$$K = \frac{j\pi}{bN_0} \sqrt{\Omega^2 - \Omega_i^2}. \quad (3)$$

В первом приближении вариации профиля скорости звука $\delta c(x, y, z) = c(x, y, z) - c_0(z)$ линейно связаны с вертикальными смещениями $\zeta(x, y, z)$:

$$\delta c(x, y, z) = -\frac{dc_0}{dz} \zeta(x, y, z) = GN^2(z)c_0(z)\zeta(x, y, z), \quad (4)$$

$c_0(z)$ — вертикальный профиль скорости звука в отсутствие внутренних волн. Для мелкого моря фактор G принимает значения около 0,8 $c^2/\text{м}$.

2. ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ ОПИСАНИЯ КОГЕРЕНТНЫХ СВОЙСТВ ЗВУКОВОГО ПОЛЯ

Рассмотрим ситуацию, когда звуковое поле возбуждается ненаправленным одиночным квазимонохроматическим источником с частотой $\omega = 2\pi f$, находящимся в точке $(0, 0, z_s)$, и принимается на горизонтальную антенну, растянутую параллельно оси Y на расстоянии x_f и глубине z_f (см. рис. 1). Для определения поперечного радиуса когерентности в присутствии внутренних волн введем пространственную корреляционную функцию вида

$$R(2l) = \langle p(x_f, l, z_f) p^*(x_f, -l, z_f) \rangle \quad (5)$$

Такой вид корреляционной функции позволяет не осуществлять дополнительную компенсацию цилиндрического расхождения волнового фронта, т.к. расстояния до точек наблюдения остаются одинаковыми. Угловые скобки означают усреднение по ансамблю реализаций, что в предположении об эргодичности процесса может быть эквивалентно усреднению за достаточно большой промежуток времени. Радиус когерентности L_{coh} удовлетворяет условию

$$R(L_{coh})/R(0) = e^{-1} \quad (6)$$

Представим комплексную амплитуду звукового поля в виде суммы невзаимодействующих акустических мод (адиабатическое приближение) [3]

$$p(x_f, l, z_f) = \sum_m B_m e^{i\bar{q}_m r} e^{-i\varphi_m^{(l)}}, \quad (7)$$

где $B_m = (\bar{q}_m r)^{-1/2} \psi_m(z_s) \psi_m(z_f) e^{-\gamma_m r/2}$, $r = \sqrt{x_f^2 + l^2}$, $\psi_m(z)$ и $\bar{\xi}_m = \bar{q}_m + i\bar{\gamma}_m/2$ — собственные функции (моды) и собственные значения для невозмущенного волновода в задаче Штурма–Лиувилля, $\varphi_m^{(l)}$ — набег фазы, связанный с присутствием внутренних волн, который можно выразить по теории возмущений как

$$\varphi_m^{(l)} = (\bar{q}_m \cos \theta)^{-1} \times \int_0^D \left(\int_0^r \delta c(x, \frac{l}{x_f} x, z) / c_0(z) dx \right) \psi_m^2(z) k_0^2(z) dz,$$

где $k_0(z) = \omega/c_0(z)$ — волновое число в волноводе без внутренних волн, $\theta = \arctan(l/x_f)$. Подставляя (7) в (5) и опуская члены, отвечающие за межмодовую интерференцию, получим

$$R(2l) = \sum_m B_m^2 \left\langle e^{-i(\varphi_m^{(l)} - \varphi_m^{(-l)})} \right\rangle$$

Для гауссовского случайного процесса это выражение можно переписать как

$$R(2l) = \sum_m B_m^2 e^{-\frac{1}{2} \langle |\varphi_m^{(l)} - \varphi_m^{(-l)}|^2 \rangle} \quad (8)$$

Вводя обозначение

$$s(l, z) = c_0^{-1} \int_0^{x_f} \left(\delta c(x, \frac{l}{x_f} x, z) - \delta c(x, \frac{-l}{x_f} x, z) \right) dx$$

и интегральный оператор вида

$$F_z^{(m)}[s(l, z)] = (\bar{q}_m \cos \theta)^{-1} \int_0^D \psi_m^2(z) k_0^2(z) s(l, z) dz,$$

представим (8) как

$$R(2l) = \sum_m B_m^2 e^{-\frac{1}{2} F_{z_1}^{(m)} F_{z_2}^{(m)} \langle s(l, z_1) s(l, z_2) \rangle}. \quad (9)$$

Выражение в угловых скобках можно развернуть с учетом (4) и (1)

$$\begin{aligned} \langle s(l, z_1) s(l, z_2) \rangle &= 2G^2 N^2(z_1) N^2(z_2) \times \\ &\times \sum_j \int F(\Omega, j) W_j(K, z_1) W_j(K, z_2) \times \\ &\times \frac{2x_f}{K} \left(\cos \theta - \frac{\sin(2Kl)}{2Kl} \right) d\Omega. \quad (10) \end{aligned}$$

После интегрирования (10) по частоте Ω с учетом дисперсионного соотношения (3) и выражения для модифицированного спектра Гарретта–Манка (2) и полагая, что $W_j(K, z) = W_j(K_0, z)$, получим формулу для пространственной корреляционной функции

$$R(2l) = \sum_m B_m^2 e^{-\frac{4}{\pi^2} (bEGM)(bN_0)\Omega_i x_f (2l)^2 \sum_j A_j j^{-1} D_{m_j}^2}, \quad (11)$$

где

$$D_{m_j} = (\bar{q}_m \cos \theta)^{-1} \int_0^D \psi_m^2(z) k_0^2(z) \times W_j(K_0 z) G N^2(z) dz,$$

$$A_j = \frac{11}{6} - \gamma - \ln \left(j\pi \frac{2l\Omega_i}{bN_0} \right),$$

$\gamma = 0.5572..$ — постоянная Эйлера.

3. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА РАДИУСА КОГЕРЕНТНОСТИ ДЛЯ ИДЕАЛИЗИРОВАННОЙ МОДЕЛИ ВОЛНОВОДА

Чтобы найти выражение для поперечного радиуса когерентности в явном виде в простейшем случае сделаем следующие достаточно грубые упрощения в отношении параметров волновода. Первое: градиент скорости звука в водном слое мал, так что все акустические моды достигают верхней границы и могут быть аппроксимированы модами идеального волновода

$$\psi_m(z) = \sqrt{\frac{2}{D}} \sin \left(\frac{\pi m z}{D} \right), \quad (12)$$

$$\bar{q}_m = \sqrt{k_0^2 - (\pi m/D)^2}, \quad k_0 = \omega/\bar{c}_0(z).$$

Второе: частота плавучести имеет постоянное значение N_0 по всей глубине волновода. В таком случае гравитационные моды имеют вид

$$W_j(z) = \frac{1}{N} \sqrt{\frac{2}{D}} \sin\left(\frac{\pi j z}{D}\right). \quad (13)$$

Используя выражения (12) и (13) и полагая

$$R(2l) = \sum_m B_m^2 \exp\left\{-\frac{8}{\pi^4} \frac{k_0^4}{\xi_m^2} G^2 (bE_{GM}) N_0^3 \Omega_i x_f (2l)^2 \sum_{j=5G} \frac{A_j}{j^3} \left(\frac{8m^2}{4m^2 - j^2}\right)^2\right\}. \quad (14)$$

В сумме по j в (14) будет доминировать слагаемое, относящееся к первой моде $j = 1$ и $\frac{8m^2}{4m^2 - j^2} \approx 2$, а $A_j \approx \ln(N_0/\Omega_i)$. Положим, что звуковое поле представлено низшими энергонесущими модами, для которых $\bar{\xi}_m \approx k_0 = 2\pi/\lambda$, λ — длина волны, и их амплитуды B_m равны между собой. Принимая во внимание все эти допущения и условие (6) запишем

$$L_{coh} = \frac{\pi D}{8G \sqrt{2N_0(E/\rho)} A_1 \Omega_i x_f} \lambda. \quad (15)$$

Полученное выражение в явном виде демонстрирует, что поперечный радиус когерентности линейно зависит от длины акустической волны λ и глубины волновода D , а также обратно пропорционален квадратному корню из таких величин, как: расстояние до источника звука x_f , плотность энергии внутренних волн E , инерционная частота Ω_i . Оно может быть использовано для качественной оценки поведения радиуса когерентности при различных геометрических параметрах волновода и характеристиках внутренних волн.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ ОЦЕНОК

Модельные расчеты пространственной корреляционной функции были проведены с использованием формулы (9) для типичных условий Атлантического шельфа США. Волновод имел постоянную глубину $D = 80$ м. Профиль скорости звука $c(z)$ и профиль частоты плавучести $N(z)$ представлены на рис. 2. Дно рассматривалось как однородное жидкое поглощающее полупространство с параметрами: скорость звука 1600 м/с, плотность 1800 кг/м³, коэффициент поглощения 0,33 дБ/λ. Энергетическая характеристика внутренних волн выбиралась равной $bE_{GM} = 0,25$ м, что соответствует плотности энергии $E = 230$ Дж/м² и среднеквадратичному значению вертикального смещения жидкости в термоклине $\sigma_c \approx 3$ м.

$\cos \theta \approx 1$, получим

$$D_{mj} = \frac{1}{\bar{q}_m} \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{2}{D}} \left(\frac{2\pi f}{\bar{c}_0}\right)^2 G N_0 \left(\frac{8m^2}{j(4m^2 - j^2)}\right)$$

для нечетных j и $D_{mj} = 0$ — для четных. С учетом этого соотношения (11) можно записать как

На рис. 3 показаны нормированные корреляционные функции (9) для отдельных акустических мод и для суммарного акустического поля на частоте 400 Гц при расположении источника звука и приемной антенны около дна на глубине 75 м на расстоянии 20 км друг от друга. Как следует из анализа рис. 3, среднее значение поперечного радиуса когерентности равно примерно 130 λ. Наблюдается приемлемое соответствие с оценкой, выполненной с использованием формулы (15), — 145 λ. Сравнение полученных цифр со средними величинами поперечного радиуса когерентности, рассчитанными в ходе прямых численных экспериментов для двух взаимно перпендикулярных направлений акустической трассы и сходных условий [8], показало удовлетворительное согласие, что может говорить об адекватности сделанных при выводе формулы (15) допущений.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получено выражение для пространственной корреляционной функции звукового поля в перпендикулярном к акустической трассе направлении при наличии внутренних волн, описываемых модифицированным спектром Гарретта–Манка. На базе этого выражения выведена упрощенная формула для оценки поперечного радиуса когерентности в мелком море. Выполненные оценки (~100 длин волн) находятся в хорошем соответствии с результатами, полученными в других работах по численному моделированию [5, 8]. Однако, при сравнении с экспериментальными данными, которые дают значительно меньшие значения (20–40 длин волн) для поперечного радиуса, вновь стоит отметить [6, 8], что фоновые внутренние волны, по всей видимости, не являются главным источником разрушения когерентности звукового поля в мелком море. Здесь, скорее всего, основной вклад вносят (квази)детерминированные неоднородности.

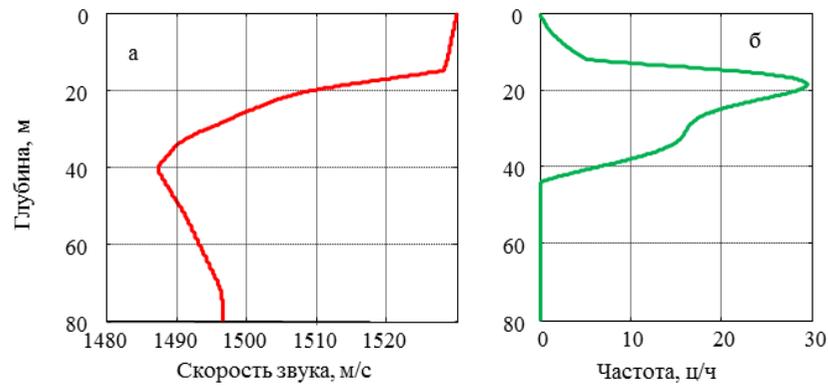


Рис. 2: Профиль скорости звука (а) и профиль частоты плавучести (б)

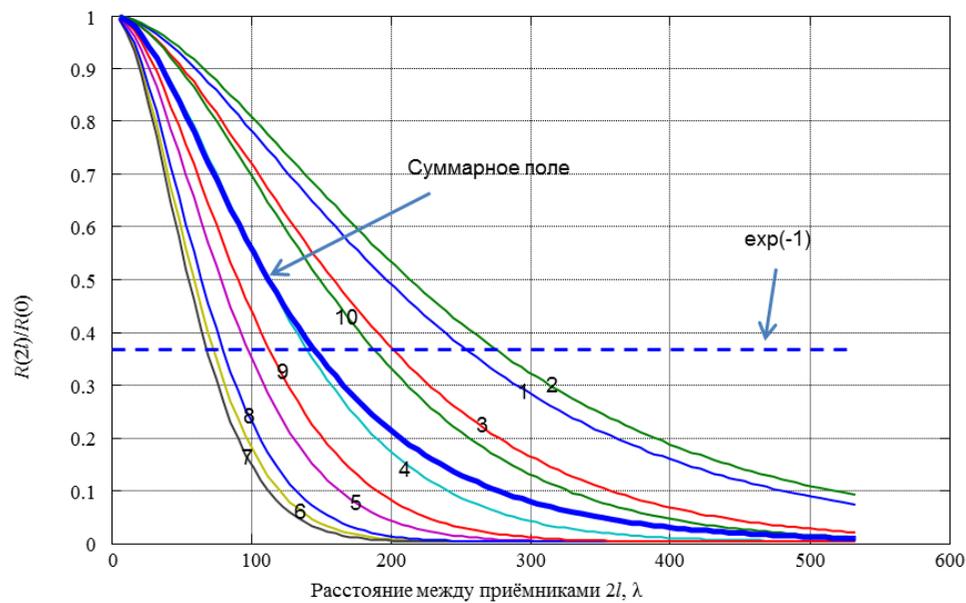


Рис. 3: Нормированные пространственные корреляционные функции для отдельных мод и суммарного звукового поля

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 14-02-31234) и ONR.

- [1] Бреховских Л.М., Годин О.А. Акустика неоднородных сред. **2**: Звуковые поля в слоистых и трехмерно-неоднородных средах. (М.: Наука, 2009).
- [2] Корякин Ю.А., Смирнов С.А., Яковлев Г.В. Корабельная гидроакустическая техника: Состояние и актуальные проблемы. (СПб: Наука, 2004).
- [3] Katsnelson B., Petnikov V., Lynch J. Fundamentals of shallow water acoustics. (Springer, New York, Dordrecht, Heidelberg, London, 2013).
- [4] Коняев К.В., Сабинин К.Д. Волны внутри океана. (Л.: Гидрометеиздат, 1992).
- [5] Carey W.M., Lynch J.F., Siegmann W.L., Rozenfeld I., Sperry B.J. J. Comp. Acous. **14**, N2. P. 265. (2006).
- [6] Lynch J.F., Duda T.E., Colosi J.A. Acoustics Today. **10**, N1. P. 10. (2014).
- [7] Oba R. Finette S. J. Acoust. Soc. Am. **111**, N2. P. 769. (2002).
- [8] Луньков А.А., Петников В.Г. Акуст. журн. **60**, №1. С. 65. (2014).
- [9] Carey W.M. J. Acoust. Soc. Am. **104**, N2. P. 831. (1998).

- [10] *Duda T.F., Collis J.M., Lin Y.-T., Newhall A.E., Lynch J.F., DeFerrari H.A.* J. Acoust. Soc. Am. **131**, N2. P. 1782. (2012).
- [11] *Garrett C., Munk W. J.* Geoph. Res. **80**, N3. P. 291. (1975).
- [12] *Yang T.C., Yoo K.* IEE J. Ocean. Eng. **24**, N3. P. 333. (1999).
- [13] *Henyey F.S., Rouseff D., Grochocinski J.M., Reynolds S.A., Williams K.L., Ewart T.E.* IEEE Ocean. Eng. **22**, N2. P. 270. (1997).
- [14] *Rouseff D., Tang D. J.* Acoust. Soc. Am. **120**, N3. P. 1284. (2006).

Sound field transverse coherence length estimation in shallow water in the presence of background internal waves

A.A. Lunkov^{1,a}, D. Rouseff^{2,b}

¹Wave research center, A.M. Prokhorov General Physics Institute RAS, Moscow 119991, Russia

²Applied Physics Laboratory, University of Washington, Seattle, WA 98105, USA

E-mail: ^alandr2004@mail.ru, ^brouseff@apl.washington.edu

Using the theory of adiabatic modes, the problem of low-frequency sound field transverse coherence length estimation is considered analytically for a shallow-water waveguide in the presence of background internal waves. The Garrett–Munk style spectrum modified for a shallow-water environment is exploited to describe vertical displacements of the liquid. Internal wave field is assumed to be isotropic. Explicit dependencies of the coherence length on the source range, sound frequency, energy density of internal waves, and other parameters are obtained. Qualitative and quantitative agreement between analytical estimates and numerical simulation results is demonstrated. The comparison of the transverse coherence length estimates with the experimental data is performed.

PACS: 43.30.Bp

Keywords: shallow water acoustics, coherence, internal waves.

Received 12.11.2014.

Сведения об авторах

1. Луньков Андрей Александрович — канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник; тел.: +7 (499) 503-83-84, e-mail: landr2004@mail.ru.
2. Daniel Rouseff — Ph.D., principal engineer; tel.: +1 (206)685-30-78, e-mail: rouseff@apl.washington.edu.