

Характеристики акустических волн в анизотропном цилиндрическом волноводе из ниобата лития

А. А. Теплых^{1,*}, Б. Д. Зайцев¹, И. Е. Кузнецова²

¹Саратовский филиал Института радиотехники и электроники имени В. А. Котельникова РАН, Россия, 410019, Саратов, ул. Зеленая, д. 38

²Институт радиотехники и электроники имени В. А. Котельникова РАН, 125009, Россия, Москва, ул. Моховая, д. 11, кор. 7

(Статья поступила 07.11.2014; Подписана в печать 20.11.2014)

В настоящее время хорошо исследованы акустические волны, распространяющиеся в изотропных цилиндрических волноводах, а также в волноводах, изготовленных из пьезокерамики. Ранее было показано, что некоторые компрессионные моды в пьезокерамических волноводах обладают высоким коэффициентом электромеханической связи, что делает их привлекательными для создания различных акустоэлектронных устройств. Однако пьезокерамика для изготовления данных волноводов должна обладать продольной электрической поляризацией, что затрудняет изготовление достаточно длинных волноводов. Более технологичным представляется изготовление цилиндрических волноводов из пьезоэлектрических кристаллов, например, ниобата лития. Однако в этом кристалле отсутствуют направления с аксиальной симметрией, что существенно усложняет проведение расчетов. В настоящей работе проведено теоретическое исследование акустических волн, распространяющихся в цилиндре из ниобата лития, кристаллографическая ось Z которого совпадает с осью цилиндра. Для решения данной задачи в работе применяется метод конечных элементов, который позволил определить собственные частоты колебаний цилиндра. Рассчитаны фазовые скорости волн различных порядков в исследуемом волноводе. Проведено сравнение с результатами, полученными полуаналитическим методом, в котором материал ниобата лития полагался поперечно-изотропным, дана оценка погрешности, к которой приводит отсутствие учета анизотропии материала волновода. Предсказано существование пьезоактивных акустических волн с преимущественно тангенциальной поляризацией, что было бы невозможно без учета анизотропии.

PACS: 43.20.+g

УДК:534.232

Ключевые слова: волны в цилиндре, ниобат лития, метод конечных элементов.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время большой интерес исследователей вызывают акустические волны, распространяющиеся в цилиндрических волноводах. Существует множество работ, посвященных исследованию волн в изотропных цилиндрах. Также есть работы [1]–[4], в которых описаны свойства акустических волн, распространяющихся в радиально-изотропных волноводах, в том числе многослойных [5]–[8]. Метод, описанный в этих работах, позволяет рассчитывать характеристики акустических волн в волноводах, изготовленных из пьезокерамики. Было показано [5], что некоторые компрессионные моды в пьезокерамических волноводах обладают высоким коэффициентом электромеханической связи. Однако пьезокерамика для изготовления волноводов с такими свойствами должна обладать продольной электрической поляризацией, а современная технология не позволяет создание достаточно длинных волноводов. В данной работе проведено теоретическое исследование акустических волн, распространяющихся в цилиндре из ниобата лития. Поскольку в этом материале отсутствуют радиально-изотропные направления, то метод, описанный в работах [5]–[8] к нему

не применим. Поэтому в настоящей работе описан метод расчета, основанный на методе конечных элементов, а именно, динамическая задача без демпфирования, т. е. задача на собственные значения (собственные частоты колебаний цилиндра). Этот метод позволяет рассматривать цилиндры из материала с произвольной анизотропией. В результате были рассчитаны фазовые скорости и распределение акустического поля для волн различных порядков в исследуемом волноводе и проведено сравнение с результатами, полученными полуаналитическим методом, в котором материал ниобата лития полагался поперечно-изотропным. Также дана оценка погрешности, к которой приводит отсутствие учета анизотропии материала волновода. Предсказано существование пьезоактивных акустических волн с преимущественно тангенциальной поляризацией, что было бы невозможно без учета анизотропии.

1. РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В ЦИЛИНДРЕ ИЗ АНИЗОТРОПНОГО МАТЕРИАЛА БЕЗ УЧЕТА ПЬЕЗОЭФФЕКТА

Рассмотрим бегущую акустическую волну в бесконечно длинном волноводе постоянного поперечного сечения. Пусть ось цилиндра совпадает с осью Oz и волна распространяется в положительном направлении оси Oz . (рис. 1).

*E-mail: teplykhaa@mail.ru

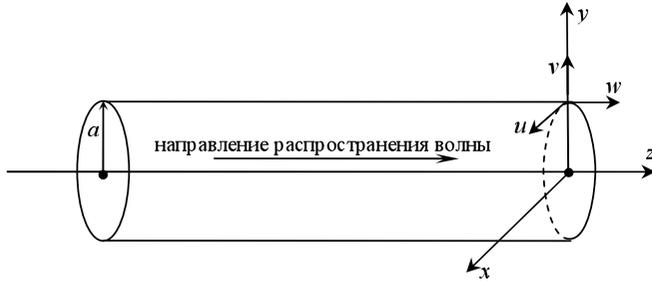


Рис. 1: Геометрия задачи

Тогда поле механических смещений (u, v, w) такой волны можно представить в виде:

$$\left. \begin{aligned} u(x, y, z, t) &= u(x, y) \exp(I(\omega t - kz)) \\ v(x, y, z, t) &= v(x, y) \exp(I(\omega t - kz)) \\ w(x, y, z, t) &= w(x, y) \exp(I(\omega t - kz)) \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

где z — координата, вдоль которой распространяется волна ω — круговая частота, k — волновое число, $u(x, y)$, $v(x, y)$ и $w(x, y)$ — механические смещения в направлениях x , y и z , соответственно. Мнимая единица обозначается буквой I чтобы отличать ее от индекса i . Введем обозначения $u_1 = u$, $u_2 = v$, $u_3 = w$, $x_1 = x$, $x_2 = y$, $x_3 = z$. Тогда уравнение распространения акустической волны в общем случае можно записать как

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = c_{ijkl} \frac{\partial^2 u_l}{\partial x_j \partial x_k}, \quad (2)$$

где ρ — плотность материала волновода, c_{ijkl} — тензор модулей упругости, индексы $i, j, k, l = 1, 2, 3$. Подставляя (1) в (2), получаем

$$\begin{aligned} c_{ijkl} \frac{\partial^2 u_l}{\partial x_j \partial x_k} + (c_{ij3l} + c_{i3jl})(-Ik) \frac{\partial u_l}{\partial x_j} + \\ + c_{i33l}(-k^2)u_l + \rho\omega^2 u_i = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

где индексы $i, l = 1, 2, 3$, $j, k = 1, 2$. Таким образом, эта задача принимает вид системы дифференциальных уравнений

$$L(u_i) - f = 0, \quad (4) \quad \text{или}$$

$$\left. \begin{aligned} W_p^E &= [(X_q Y_r - X_r Y_q) + (Y_q - Y_r)x + (X_r - X_q)y]/2A \\ W_q^E &= [(X_r Y_p - X_p Y_r) + (Y_r - Y_p)x + (X_p - X_r)y]/2A \\ W_r^E &= [(X_p Y_q - X_q Y_p) + (Y_p - Y_q)x + (X_q - X_p)y]/2A \end{aligned} \right\}, \quad (7)$$

где A — площадь элемента E , индексы p, q, r обозначают узлы, образующие элемент. Запишем (5) с учетом (6)

где L — дифференциальный оператор, и сводится к тому, чтобы найти величины ω , k и $u_i(x, y)$, которые удовлетворяют (3). Решить эту задачу можно методом конечных элементов, получив уравнения для элементов при помощи метода Галеркина. Как показано в [9], применение метода Галеркина, в сочетании с методом конечных элементов, приводит к системе уравнений

$$\int_R W_\beta (L(u_i) - f) dR = 0, \quad (5)$$

где R — двумерная область, в которой нужно получить решение (поперечное сечение цилиндра), W_β — система базисных (весовых) функций. В интересующем нас случае область R представляет собой круг радиуса a , хотя описываемый метод можно применять для произвольной связанной области с гладкой границей. Разобьем область R на N двумерных треугольных элементов (рис. 2).

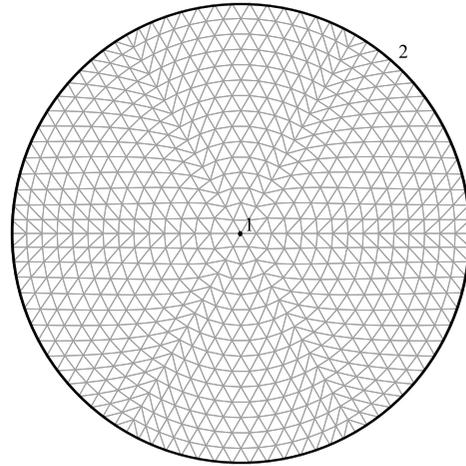


Рис. 2: Пример разбиения круглой области на треугольные элементы. Данное разбиение содержит 721 узел и 1441 треугольный элемент. Метки 1 и 2 обозначают центр круга и границу области, соответственно

Для элемента E , соответствующего треугольнику $(X_p, Y_p) - (X_q, Y_q) - (X_r, Y_r)$ функция элемента будет иметь вид

$$W_\beta^E = [a_\beta + b_\beta x + c_\beta y] \quad (\beta = p, q, r) \quad (6)$$

для каждого элемента E в области R . Для каждого элемента распределение должно удовлетворять уравнению:

$$\int_E [W]^T \left(c_{ijkl} \frac{\partial^2 u_l}{\partial x_j \partial x_k} + (c_{ijzl} + c_{izjl})(-Ik) \frac{\partial u_l}{\partial x_j} + c_{izzl}(-k^2)u_l + \rho\omega^2 u_i \right) dE = 0, \quad (8)$$

где T — операция транспонирования, $u_i = W_p U_i^p + W_q U_i^q + W_r U_i^r$ — интерполяционный полином (симплекс-функция) для двумерного треугольного элемента. К сожалению, высший порядок производных, допустимый в (8) должен быть не более чем на единицу больше порядка непрерывности используемых интерполяционных соотношений. Поскольку наш интер-

поляционный полином имеет нулевой порядок непрерывности (т.е. непрерывно само значение u_i , но не ее производные по x_i), то в уравнение (8) должны входить производные не выше первого порядка. Понизим порядок производной путем интегрирования по частям, применив известное соотношение [10].

$$\int_E [W]^T \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right) dE = \int_B [W]^T \frac{\partial u_l}{\partial x_k} n_j dB - \int_E \frac{\partial [W]^T}{\partial x_j} \frac{\partial u_l}{\partial x_k} dE. \quad (9)$$

где B — граница элемента E , n_j — внешняя нормаль к границе. Таким образом, окончательная система уравнений для элемента E имеет вид:

$$\begin{aligned} \int_E [W]^T \left((c_{ijzl} + c_{izjl})(-Ik) \frac{\partial u_l}{\partial x_j} + c_{izzl}(-k^2)u_l + \rho\omega^2 u_i \right) dE - \\ - \int_E \frac{\partial [W]^T}{\partial x_j} c_{ijkl} \frac{\partial u_l}{\partial x_k} dE + \int_B [W]^T c_{ijkl} \frac{\partial u_l}{\partial x_k} n_j dB = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Данную систему для всей области R удобно представить в матричной форме:

$$AU = B\omega^2 U, \quad (11)$$

где матрицы A и B имеют вид:

$$\begin{aligned} A = \int_R [W]^T \left((c_{ijzl} + c_{izjl})(Ik) \frac{\partial u_l}{\partial x_j} + c_{izzl}(k^2)u_l \right) dR + \\ + \int_R \frac{\partial [W]^T}{\partial x_j} c_{ijkl} \frac{\partial u_l}{\partial x_k} dR - \int_B [W]^T c_{ijkl} \frac{\partial u_l}{\partial x_k} n_j dB, \\ B = \int_R [W]^T \rho\omega^2 u_i dR. \end{aligned}$$

Используя данное представление, можно решить поставленную задачу и найти собственные частоты ω и значения смещений u_i в узлах разбиения, как функцию волнового вектора k . Чтобы решение задачи обладало осевой симметрией n -го порядка, необходимо

учесть, что точки, лежащие на оси цилиндра, могут смещаться только в направлении оси z . Таким образом, на значения смещений в центре области R (точка 1 на рис. 2) необходимо наложить ограничение

$$u_1(0,0) = 0, \quad u_2(0,0) = 0. \quad (12)$$

Граничные условия заключаются в отсутствии нормальных механических напряжений на поверхности цилиндра, или

$$T_{ij}n_j = 0. \quad (13)$$

где T_{ij} — компоненты тензора механического напряжения, n_j — внешняя нормаль к границе цилиндра (граница области 2 на рис. 2). С использованием вышеприведенных обозначений, его можно записать в виде

$$\left(c_{ijkl} \frac{\partial u_l}{\partial x_k} + c_{ijzl}(-Ik)u_l \right) n_j = 0. \quad (14)$$

Это означает, что на границе 2 области R из матрицы A следует вычесть интеграл

$$A^2 = \int_B [W]^T \left(c_{ijkl} \frac{\partial u_l}{\partial x_k} - c_{ijzl} I k u_l \right) n_j dB. \quad (15)$$

В результате нахождения собственных значений и собственных векторов (11), для каждого заданного значения волнового числа k определяется набор собственных частот ω , для которых существуют бегущие в данном цилиндре волны. Следует отметить, что эти частоты соответствуют волнам разных порядков. Таким образом, решения, получаемые данным методом, с одной стороны, лучше отражают физический смысл распространяющихся в цилиндре волн, с другой стороны, их сложнее интерпретировать.

2. РАСЧЕТ ХАРАКТЕРИСТИК АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В ЦИЛИНДРЕ ИЗ АНИЗОТРОПНОГО ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА

Общий подход к решению этой задачи не отличается от подхода, изложенного в предыдущем разделе. Поле

механических смещений (u, v, w) и электрический потенциал φ представляются в виде:

$$\left. \begin{aligned} u(x, y, z, t) &= u(x, y) \exp(I(\omega t - kz)) \\ v(x, y, z, t) &= v(x, y) \exp(I(\omega t - kz)) \\ w(x, y, z, t) &= w(x, y) \exp(I(\omega t - kz)) \\ \varphi(x, y, z, t) &= \varphi(x, y) \exp(I(\omega t - kz)) \end{aligned} \right\}, \quad (16)$$

Методом конечных элементов решается система дифференциальных уравнений:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = c_{ijkl} \frac{\partial^2 u_l}{\partial x_j \partial x_k} + e_{kij} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_j \partial x_k}, \quad (17)$$

$$e_{jkl} \frac{\partial^2 u_l}{\partial x_j \partial x_k} - \varepsilon_{jk} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_j \partial x_k} = 0, \quad (18)$$

где кроме уравнения распространения волны (17) должно выполняться уравнение Лапласа (18). С учетом (16) эти уравнения можно записать в виде

$$\begin{aligned} c_{ijkl} \frac{\partial^2 u_l}{\partial x_j \partial x_k} + (c_{ijzl} + c_{izjl})(-Ik) \frac{\partial u_l}{\partial x_j} + c_{izzl}(-k^2)u_l + e_{kij} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_j \partial x_k} + \\ + (e_{zij} + e_{jiz})(-Ik) \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} + e_{ziz}(-k^2)\varphi + \rho \omega^2 u_i = 0, \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} e_{jkl} \frac{\partial^2 u_l}{\partial x_j \partial x_k} + (e_{zjl} + e_{jzl})(-Ik) \frac{\partial u_l}{\partial x_j} + e_{zzl}(-k^2)u_l - \varepsilon_{jk} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_j \partial x_k} - \\ - (\varepsilon_{jz} + \varepsilon_{zj})(-Ik) \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} - \varepsilon_{zz}(-k^2)\varphi = 0. \end{aligned} \quad (20)$$

Понижая порядок дифференцирования методом, описанным в [10], получаем:

$$\begin{aligned} \int_E [W]^T \left((c_{ijzl} + c_{izjl})(-Ik) \frac{\partial u_l}{\partial x_j} + c_{izzl}(-k^2)u_l + \right. \\ \left. (e_{zij} + e_{jiz})(-Ik) \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} + e_{ziz}(-k^2)\varphi + \rho \omega^2 u_i \right) dE - \\ - \int_E \frac{\partial [W]^T}{\partial x_j} (c_{ijkl} \frac{\partial u_l}{\partial x_k} + e_{kij} \frac{\partial \varphi}{\partial x_k}) dE + \int_B [W]^T (c_{ijkl} \frac{\partial u_l}{\partial x_k} + e_{kij} \frac{\partial \varphi}{\partial x_k}) n_j dB = 0, \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \int_E [W]^T \left((e_{zjl} + e_{jzl})(-ik) \frac{\partial u_l}{\partial x_j} + e_{zzl}(-k^2)u_l - \right. \\ \left. (\varepsilon_{jz} + \varepsilon_{zj})(-ik) \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} - \varepsilon_{zz}(-k^2)\varphi \right) dE - \\ - \int_E \frac{\partial [W]^T}{\partial x_j} (e_{jkl} \frac{\partial u_l}{\partial x_k} - \varepsilon_{jk} \frac{\partial \varphi}{\partial x_k}) dE + \int_B [W]^T (e_{jkl} \frac{\partial u_l}{\partial x_k} - \varepsilon_{jk} \frac{\partial \varphi}{\partial x_k}) n_j dB = 0. \end{aligned} \quad (22)$$

Данную систему для всей области R можно представить в матричной форме:

$$AU = B\omega^2 U, \quad (23)$$

где матрицы A и B состоят из подматриц следующего вида:

$$A_{i=1..3} = \int_R [W]^T \begin{pmatrix} (c_{ij3l} + c_{i3jl})(Ik) \frac{\partial u_l}{\partial x_j} + c_{i33l}(k^2)u_l + \\ (e_{zij} + e_{ji3})(Ik) \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} + e_{3i3}(k^2)\varphi \end{pmatrix} dR + \\ + \int_R \frac{\partial [W]^T}{\partial x_j} (c_{ijkl} \frac{\partial u_l}{\partial x_k} + e_{kij} \frac{\partial \varphi}{\partial x_k}) dR - \int_B [W]^T (c_{ijkl} \frac{\partial u_l}{\partial x_k} + e_{kij} \frac{\partial \varphi}{\partial x_k}) n_j dB, \\ A_4 = \int_R [W]^T \begin{pmatrix} (e_{zjl} + e_{jzl})(Ik) \frac{\partial u_l}{\partial x_j} + e_{33l}(k^2)u_l - \\ (\varepsilon_{j3} + \varepsilon_{3j})(Ik) \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} - \varepsilon_{33}(k^2)\varphi \end{pmatrix} dR + \\ + \int_R \frac{\partial [W]^T}{\partial x_j} (e_{jkl} \frac{\partial u_l}{\partial x_k} - \varepsilon_{jk} \frac{\partial \varphi}{\partial x_k}) dR - \int_B [W]^T (e_{jkl} \frac{\partial u_l}{\partial x_k} - \varepsilon_{jk} \frac{\partial \varphi}{\partial x_k}) n_j dB = 0, \\ B_{i=1..3} = \int_R [W]^T \rho \omega^2 u_i dR, \\ B_4 = 0.$$

В данной работе рассматривается только один тип граничных условий, а именно: механически и электрически свободная поверхность цилиндра. Это условие можно записать в виде:

$$T_{ij}n_j = 0 \quad D_{ij}n_j = 0. \quad (24)$$

Здесь при записи электрического граничного условия применено приближение, описанное в [4], которое

позволяет выразить непрерывность электрического потенциала через равенство нулю нормальной компоненты электрической индукции. Это приближение хорошо работает, когда диэлектрическая проницаемость материала цилиндра много больше, чем диэлектрическая проницаемость окружающей среды (т. е. $\varepsilon/\varepsilon_0 \rightarrow \infty$). В результате, для матрицы A на границе цилиндра должны быть сделаны поправки:

$$A_{i=1..3}^2 = - \int_B [W]^T \left(c_{ijkl} \frac{\partial u_l}{\partial x_k} + e_{kij} \frac{\partial \varphi}{\partial x_k} + c_{ij3l}(-Ik)u_l + e_{zij}(-Ik)\varphi \right) n_j dB,$$

$$A_4^2 = - \int_B [W]^T \left(e_{jkl} \frac{\partial u_l}{\partial x_k} - \varepsilon_{jk} \frac{\partial \varphi}{\partial x_k} + e_{jzl}(-Ik)u_l + \varepsilon_{j3}(-Ik)\varphi \right) n_j dB.$$

3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ ХАРАКТЕРИСТИК АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН, РАСПРОСТРАНЯЮЩИХСЯ В ЦИЛИНДРЕ ИЗ НИОБАТА ЛИТИЯ

Ниже представлены результаты расчетов зависимостей фазовой скорости от параметра af для волн, распространяющихся в круглых цилиндрах из ниобата ли-

тия. Каждый расчет проведен в двух вариантах: методом конечных элементов с учетом анизотропии материала, и полуаналитическим методом, описанным в работе [5], для материалов, описываемых «приведенными» материальными константами. Приведение заключается в том, что все компоненты тензоров материальных констант, не используемые в расчете полуаналитическим

методом, полагаются равными нулю. Таким образом, материал несколько изменяет свои физические свойства, но задача становится аксиально-симметричной. Это дает возможность провести расчет и сравнить значения скоростей, полученные двумя различными методами. В ходе расчета для каждого значения волнового числа k в диапазоне $0.125 \leq k \leq 20$ находились первые 70 собственных значений ω^2 системы (23), которые откладывались на графике с координатами $af = a\omega/2\pi$, $V = \omega/k$ (рис. 3).

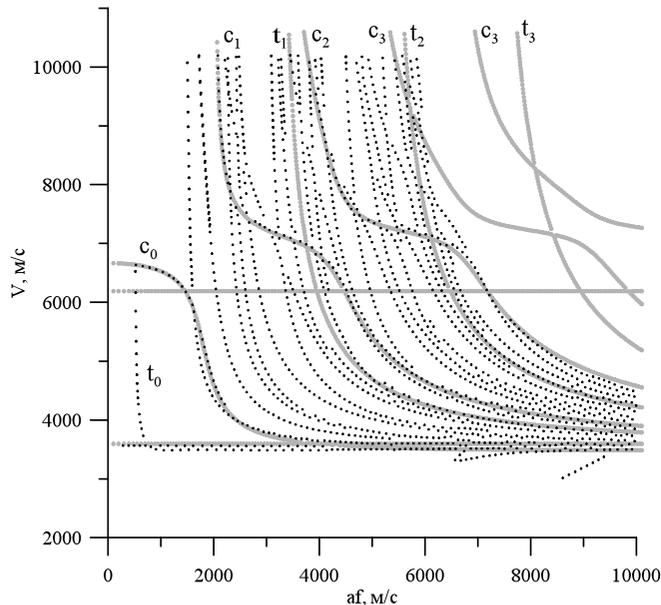


Рис. 3: Зависимости фазовой скорости от параметра af для волн в цилиндре из ниобата лития. Волны нулевого порядка, рассчитанные полуаналитическим методом (серые кривые), волны различных порядков, рассчитанные методом конечных элементов (черные точки)

При расчетах использовались материальные константы ниобата лития из [11], волна распространяется вдоль оси Oz (рис. 1). По результатам расчетов можно сделать следующие выводы: Для компрессионных волн при низких значениях параметра af значения фазовой скорости, рассчитанные двумя методами, совпадают с высокой точностью (относительная погрешность менее 0,1%). Относительная погрешность растет с увеличением параметра af , что можно объяснить недостаточным качеством разбиения расчетной области. В используемом при расчетах разбиении использовалось 15 конечных элементов по радиусу от центра до внешней границы области, всего 721 узел и 1441 элемент. В соответствии с известным эмпирическим критерием качества разбиения на каждый период

длины волны должно приходиться не менее 10 конечных элементов. Для волн 3 порядка требует 30 элементов от центра до внешней границы области (т.е. в 2 раза больше), и порядка 2800 узлов и 5600 элементов (т.е. в 4 раза больше), что приведет к четырехкратному увеличению времени расчета. Показано также, что в структуру компрессионных волн в анизотропном случае входит тангенциальная составляющая (рис. 4). Для крутильных волн наблюдается заметное отличие фазовых скоростей, рассчитанных двумя методами. Это объясняется погрешностью, которую вносит используемый метод приведения материальных констант к аксиально-изотропному виду. Структура этих волн в анизотропном случае включает в себя не только тангенциальную, но и радиальную и аксиальную составляющие (рис. 5). Вследствие этого крутильные волны обладают пьезоэффектом ($k^2 \approx 5\%$). Таким образом, в общем, анизотропном случае, все типы акустических волн в цилиндрических волноводах обладают всеми компонентами механического смещения, и разделение этих волн на компрессионные и крутильные моды теряет смысл (хотя для каждой конкретной моды одна из компонент смещения всегда является преобладающей).

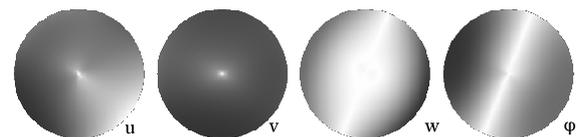


Рис. 4: Структура компрессионной волны в ниобате лития ($af=1000$ м/с, $V=6633$ м/с)

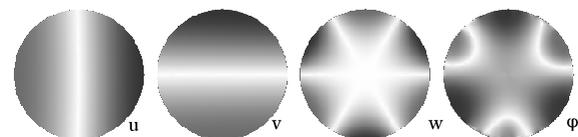


Рис. 5: Структура крутильной волны в ниобате лития ($af=1000$ м/с, $V=3563$ м/с). Хорошо заметно присутствие компонент w и φ

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Программы поддержки ведущих научных школ (грант НШ-4841.2014.9).

[1] *Mirsky I.* Journal of the Acoustical Society of America. **37**. P. 1016. (1965).

[2] *Every A.G., Shatalov M.Y, Yenwong-Fai. A.S.* Physics Procedia. **3**, Issue 1. P. 473. (2010).

- [3] *Winkel V., Oliviera J. E. B., Dai J. D., and Jen C. K.* IEEE Transactions on Ultrasonic, Ferroelectr and Frequency Control. **42**. P. 949. (1995).
- [4] *Yenwong-Fai, A.* Wave propagation in a piezoelectric solid cylinder of transversely isotropic material. Master's thesis. (University of Witwatersrand, Johannesburg, South Africa, 2008).
- [5] *Теплых А.А., Зайцев Б.Д., Кузнецова И.Е.* Исследование коэффициента электромеханической связи акустических волн в радиально-изотропном тонком пьезоэлектрическом цилиндре. Труды XXII сессии РАО, 15-17 июня 2010 г. **1**. С. 253. (Москва, 2010).
- [6] *Теплых А.А., Зайцев Б.Д., Кузнецова И.Е.* AIP Conf. Proc. **1433**. P. 551. (2012).
- [7] *Теплых А.А., Зайцев Б.Д., Кузнецова И.Е.* Исследование акустических волн в радиально-изотропных многослойных цилиндрических волноводах. Труды XXIV сессии РАО, 12-15 сентября 2011 г. **1**. С.73. (Саратов, 2011).
- [8] *Теплых А.А., Зайцев Б.Д., Кузнецова И.Е.* Proceedings of IEEE Ultrasonics Symp. July. 21-26, 2013 г. P. 1049. (Prague, Czech Republic, 2013).
- [9] *Сегерлинд Л.* Применение метода конечных элементов. (М.: Мир, 1979).
- [10] *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. (М.: Наука, 1973).
- [11] *Slobodnik A.J., Conway E.D., Delmoico R.T.* Microwave Acoustics Handbook. textbf1A. Surface wave velocities. Scientific Report 1, October 1973.

Characteristics of Acoustic Waves in Lithium Niobate Cylindrical Waveguide

A. A. Teplykh^{1,a}, B. D. Zaitsev¹, I. E. Kuznetsova²

¹*Saratov Branch of Institute of Radio Engineering and Electronics nm. V. A. Kotelnikov RAS, Saratov, Russia*

²*Institute of Radio Engineering and Electronics nm. V. A. Kotelnikov RAS, Moscow, Russia*

E-mail: ^ateplykhaa@mail.ru

Nowadays, the acoustic waves propagating in isotropic cylindrical waveguides and in waveguides made of piezoelectric ceramics are well studied. It has previously been shown that some compression modes in piezoceramic cylinders have a high electromechanical coupling coefficient, which makes them attractive for creating various acoustoelectronic devices. However the piezoceramics for production of these wave guides must have longitudinal electric polarization that complicates production of long enough wave guides. Fabrication of cylindrical waveguides from piezoelectric crystals, such as lithium niobate, is more technologically. However, there are no directions with axial symmetry in this crystal, so the calculations became more complicated. In this paper we perform the theoretical study of acoustic waves propagating in a cylinder of lithium niobate whose crystallographic Z axis coincides with the axis of the cylinder. To solve this problem, we use the finite element method, which allowed us to determine the natural frequencies of the cylinder. Phase velocities of waves of different orders in the waveguide under study are calculated. Comparison with the results obtained by a semi-analytical method in which material of niobate of lithium assumed the transversely isotropic is carried out. The error to which leads absence of the accounting of anisotropy of material of a wave guide is estimated. The existence of piezoactive acoustic waves with mainly tangential polarization that would be impossible without anisotropy is predicted.

PACS: 43.20.+g

Keywords: cylindrical waves, lithium niobate, finite element method.

Received 07.11.2014.

Сведения об авторах

1. Теплых Андрей Алексеевич — канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник; (8452)27-73-23, e-mail: teplykhaa@mail.ru.
2. Зайцев Борис Давыдович — докт. физ.-мат. наук, заведующий лабораторией, профессор; (8452)27-73-23, e-mail: zai-boris@yandex.ru.
3. Кузнецова Ирен Евгеньевна — докт. физ.-мат. наук, ведущий научный сотрудник, доцент; (495)629-36-78, e-mail: kuziren@yandex.ru.