

Влияние внешних воздействий на упругие свойства флюидонасыщенной гранулированной неконсолидированной среды

Н.В. Ширгина,* А.И. Кокшайский,† А.И. Коробов‡

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, физический факультет,
кафедра акустики. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

(Статья поступила 13.11.2014; Подписана в печать 08.12.2014)

В работе приводятся результаты исследования упругих свойств флюидонасыщенной гранулированной неконсолидированной среды (ФГНС). В качестве модели среды использовалась система плотно упакованных металлических шаров диаметром 2 мм и 4 мм, пространство между которыми заполнялось жидкостями с различными упругими свойствами — этиловым спиртом, глицерином и минеральным моторным маслом SAE 10W-30. Исследовалось влияние статических (внешнее давление) и динамических воздействий (амплитуда зондирующей волны) на линейные и нелинейные упругие свойства ФГНС. Линейные упругие свойства ФГНС исследовались импульсным методом, нелинейные упругие свойства среды исследовались спектральным методом. Экспериментально исследованы зависимости скорости упругих волн от величины внешнего давления и амплитуды зондирующего сигнала, а также зависимости амплитуды второй гармоники от амплитуды сигнала основной частоты. Результаты анализируются на основании теорий Герца и Био.

PACS: 43.25+у, 45.70.-п

УДК: 534.222

Ключевые слова: контакт Герца, гранулированные среды, генерация гармоник, воздействие ультразвука на флюиды.

ВВЕДЕНИЕ

Исследование флюидонасыщенной гранулированной неконсолидированной среды (ФГНС) акустическими методами представляет значительный интерес, и применимо к задачам сейсмоки и геофизики [1–4]. На упругие свойства гранулированных сред значительное влияние оказывают контактные взаимодействия, описываемые законом Герца [5]. В случае рассмотрения трехмерной гранулированной неконсолидированной структуры, в уравнении состояния необходимо учесть контактное взаимодействие каждого отдельного шара с соседними шарами. При этом величина статической деформации у отдельных контактов одной гранулы может быть различной.

Приложение внешнего воздействия (внешнего статического давления или акустической волны большой амплитуды) к системе шаров может изменить упаковку шаров и соотношение между количеством сильно и слабо деформированных контактов. Подобная перестройка аналогична структурным фазовым переходам [6]. Эффект флюидонасыщения анизотропного скелета изучался Гассманом [7] и Био [8–10]. В [11; 12] приводятся выражения для скорости распространения упругих волн во флюидонасыщенной кубической и гранецентрированной упаковках. Для простой кубической упаковки сфер, насыщенной флюидом, скорость продольных волн вдоль оси определяется в [12] выражением:

$$A_p = \sqrt{\frac{\bar{C}_{11} + (1 - \frac{\bar{C}_{11}}{3k_s})^2 / \left[\frac{k_s + \pi/6(k_f - k_s) - k_f \bar{C}_{11}}{3k_s^2 k_f} \right]}{(1 - \pi/6)\rho_f + (\pi/6)\rho_s}}, \quad (1)$$

где

$$\bar{C}_{11} = \left[\frac{3E_s^2 p}{8(1 - \nu_s^2)} \right]^{1/3},$$

k_f, k_s — модули объемной упругости жидкой и твердой компоненты рассматриваемой среды, ρ_f — плотность жидкости, ρ_s — плотность твердой компоненты, E_s и ν_s — модуль Юнга и коэффициент Пуассона твердой компоненты среды, p — усредненное давление, действующее на систему.

Более плотная упаковка сфер, лучше отражающая естественную упаковку рыхлого песка, была рассмотрена Даффи и Миндлиным [11], которые учли как тангенциальные, так и нормальные силы в точках контакта. Ими получены выражения для упругих констант в гранецентрированной кубической упаковке идентичных сфер с флюидом в поровом пространстве. Пористость такой упаковки равна $(1 - \pi/3\sqrt{2})$, а ее плотность — $(1 - \pi/3\sqrt{2})\rho_f + (\pi/3\sqrt{2})\rho_s$. Скорость продольных волн вдоль оси гранецентрированной кубической упаковки сфер, насыщенной флюидом, определяется выражением

*E-mail: natalia.shirgina@physics.msu.ru

†E-mail: super_trouper@mail.ru

‡E-mail: akor@acs465a.phys.msu.ru

$$A_p = \left\{ \frac{\bar{C}_{11} + \left(1 - \frac{\bar{C}_{11} + 2\bar{C}_{12}}{3k_s}\right)^2 / \left[\frac{(1 - \pi/3\sqrt{2})}{k_f} + \frac{(\pi/3\sqrt{2})}{k_s} - \frac{\bar{C}_{11} + 2\bar{C}_{12}}{3k_s^2} \right]}{(1 - \pi/3\sqrt{2})\rho_f + (\pi/3\sqrt{2})\rho_s} \right\}^{1/2} \quad (2)$$

где

$$\bar{C}_{11} = \frac{4 - 3\nu_s}{2 - \nu_s} \left[\frac{3E_s^2 \bar{p}}{8(1 - \nu_s^2)} \right]^{1/3},$$

$$\bar{C}_{12} = \frac{\nu_s}{2(2 - \nu_s)} \left[\frac{3E_s^2 \bar{p}}{8(1 - \nu_s^2)} \right]^{1/3}.$$

Необходимо отметить, что соотношения (1), (2) были получены в предположении того, что внешнее статическое давление действует как на твердую компоненту среды, так и на флюид, заполняющий пространство между гранулами.

1. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА И ИССЛЕДУЕМЫЕ ОБРАЗЦЫ

Флюидонасыщенная гранулированная неконсолидированная среда (ФГНС) в работе моделировалась системой металлических шаров диаметром 2 или 4 мм с произвольной упаковкой. Пространство между шарами заполнялось жидкостями с различными упругими физическими свойствами — этиловым спиртом, глицерином и минеральным моторным маслом SAE 10W-30. В табл. 1 приведены основные физические характеристики используемых жидкостей.

Схема экспериментальной установки для исследования упругих свойств ФГНС изображена на рис. 1. Образец ФГНС помещался в цилиндрическую ячейку диаметром 22 мм и высотой 28 мм. К шарам в ячейке прикладывалось внешнее статическое давление, величина которого изменялась в пределах (10–500) кПа. Исследование линейных и нелинейных упругих свойств ФГНС проводилось импульсным методом с помощью автоматизированной системы RITEC PRP-4000. Частота зондирующего сигнала составляла 120 кГц. На рис. 2 приведен пример серии акустических импульсов в исследуемом образце.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

На рис. 3а, б, в представлены зависимости скорости продольной акустической волны в ФГНС от внешнего статического давления для образцов с шарами диаметром 2 мм и 4 мм и различными заполняющими жидкостями. Как видно на рис. 3, с увеличением внешнего

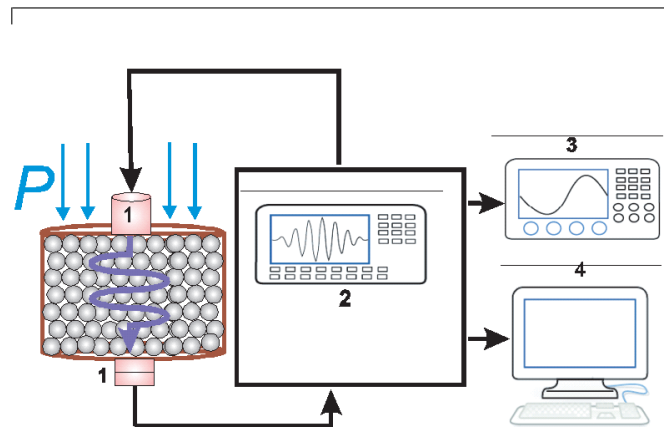


Рис. 1: Схема экспериментальной установки для исследования упругих свойств гранулированных неконсолидированных сред. Обозначения на рисунке: 1 — пьезокерамические преобразователи, 2 — генератор импульсов и усилитель RITEC RPR-4000, 3 — цифровой осциллограф DS09104A, 4 — компьютер с АЦП



Рис. 2: Сигнал, прошедший через ФГНС из металлических шаров, с заполнением порового пространства моторным маслом

давления в интервале (10–500) кПа происходит увеличение скорости упругих волн в ФГНС. Максимальное относительное увеличение скорости при этом не превышало 2%, в то время как в этих же гранулированных неконсолидированных средах без жидкости относительное изменение скорости достигало 20% [14]. Абсолютные значения скорости для ФГНС были выше, чем для среды без заполнения флюидом (для гранулированной неконсолидированной среды значения скорости упругих волн составляли 500 м/с при давлении

Таблица I: Физические характеристики используемых жидкостей

Материал	Плотность, кг/м ³	Скорость звука в материале, м/с	Модуль объемной упругости	Нелинейный параметр Γ [13]
Масло моторное	829,1	1369	$1,5 \times 10^9$	7,5
Раствор глицерина	1162,6	1604	$4,5 \times 10^9$	10,4
Этиловый спирт	789,3	1165	$1,1 \times 10^9$	10,8

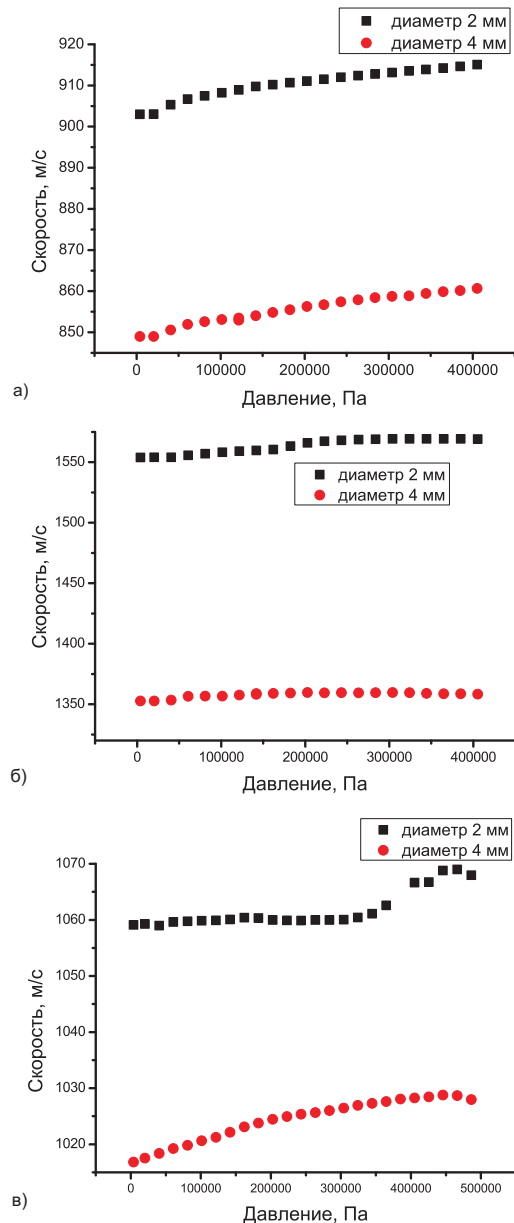


Рис. 3: Зависимости скорости акустической волны от величины внешнего давления для ФГНС, состоящей из металлических шаров: а) заполнение порового пространства этиловым спиртом, б) заполнение порового пространства глицерином, в) заполнение порового пространства моторным маслом

нии 500 кПа [14]), но меньше скорости упругих волн в используемых в работе жидкостях. Полученное изменение скорости по сравнению со средой без насыщения флюидом связано с изменением эффективной плотности среды за счет заполнения жидкостью порового пространства. Абсолютная величина скорости в ФГНС с шарами диаметром 2 мм выше, чем в ФГНС с шарами диаметром 4 мм приблизительно на 5%, что свидетельствует о влиянии упаковки шаров и объема порового пространства на скорость акустической волны при заполнении порового пространства жидкостью.

Результаты экспериментального исследования относительного изменения скорости $\Delta V/V_0$ акустической волны в ФГНС в зависимости от амплитуды зондирующего сигнала при различных величинах внешнего статического давления представлены на рис. 4. Величина максимального относительного изменения скорости в ФГНС (0.2%) оказалась на порядок меньше аналогичной величины для гранулированной среды без флюида [14]. С увеличением амплитуды скорость прошедшей волны уменьшается по линейному закону $y = Ax + B$, в то время как в этой гранулированной среде без флюида зависимость скорости упругих волн от амплитуды была степенной и зависела от внешнего статического давления, приложенного к среде. Тангенс угла наклона аппроксимирующей прямой зависимости скорости упругих волн от их амплитуды равен $A = (7 \pm 1) \times 10^{-6}$ с достоверностью $R^2 = 0,96$ для среды с заполнением этиловым спиртом и $A = (6 \pm 1) \times 10^{-6}$ с достоверностью $R^2 = 0,98$ для среды с заполнением моторным маслом. Подобная линейная зависимость скорости упругих волн от их амплитуды характерна для сред со структурной нелинейностью [15]. Также на графиках рис. 4 видно, что влияние внешнего давления на зависимость скорости упругой волны от ее амплитуды выражено на порядок слабее, чем для среды без флюида [14].

Исследования нелинейных упругих свойств ФГНС в работе проводилось спектральным методом. В спектре прошедшего сигнала наблюдался сигнал как основной частоты A_1 , так и второй гармоники A_2 . Были проведены исследования влияния амплитуды зондирующего сигнала при фиксированном внешнем давлении на генерацию второй гармоники в ФГНС. На рис. 5 представлены зависимости амплитуды второй гармоники от амплитуды сигнала основной частоты в линейном (рис. 5а) и логарифмическом (рис. 5б) масштабах

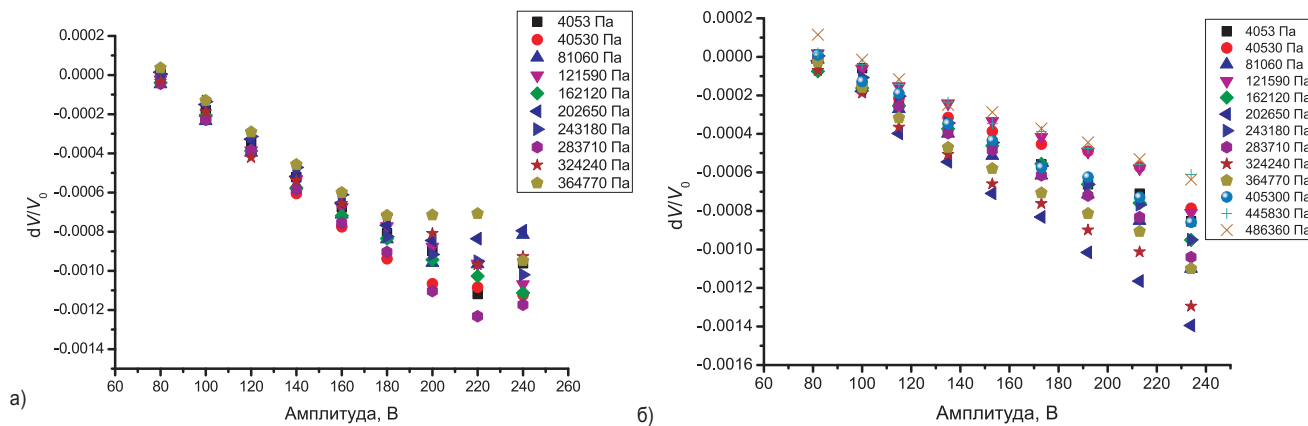


Рис. 4: Экспериментально измеренные зависимости скорости акустической волны от величины амплитуды зондирующей волны для ФГС: а) с заполнением этиловым спиртом, б) с заполнением моторным маслом при различных величинах внешнего давления, Па

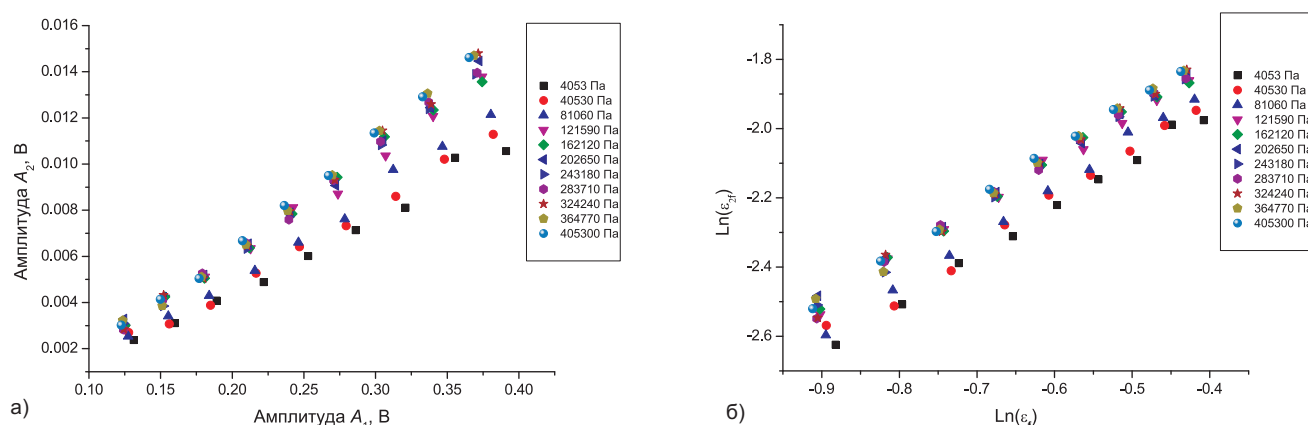


Рис. 5: Зависимости амплитуды второй гармоники от амплитуды сигнала основной частоты зондирующего сигнала при различных величинах внешнего давления, Па, для ФГС, состоящей из металлических шаров диаметром: а) 2 мм, заполнение порового пространства глицерином, линейный масштаб, б) 2 мм, заполнение порового пространства глицерином, логарифмический масштаб

для образцов из металлических шаров диаметром 2 мм с заполнением порового пространства глицерином.

Зависимость амплитуды второй гармоники от амплитуды основной волны в твердых телах определяется выражением:

$$A_{2f} = \frac{Nk_f^2 L}{8} A_f^M, \quad (3)$$

где N — нелинейный акустический параметр второго порядка [16]. Для бездефектного твердого тела его упругая нелинейность определяется ангармонизмом межатомного взаимодействия и в этом случае показатель степени $M = 2$. Присутствие в материале различных дефектов приводит к появлению в твердом теле дополнительного механизма упругой нелинейности: структурной нелинейности и показатель степени M в этом случае может отличаться от 2.

Для дальнейшего анализа необходимо в (3) перейти к безразмерным величинам, выразив амплиту-

ды акустических волн первой и второй гармоник через пропорциональные им безразмерные величины — деформации ϵ :

$$A_f = \epsilon_f / k_f, \quad (4)$$

$$A_{2f} = \epsilon_{2f} / k_{2f}$$

где $k_f = \omega / V$, $k_{2f} = 2\omega / V$, $\omega = 2\pi f$.

После подстановки (4) в (3) получим зависимость амплитуды деформации второй гармоники упругой волны ϵ_{2f} от амплитуды деформации ϵ_f основной волны в безразмерном виде:

$$\epsilon_{2f} = \left\{ \frac{Nk_f L}{4} \right\} \epsilon_f^M \quad (5)$$

На рис. 5б приведены экспериментальные зависимости амплитуды деформации второй гармоники упругой волны ϵ_{2f} от амплитуды деформации ϵ_f основной

волны в двойном логарифмическом масштабе. Прологарифмировав выражение (5), получим:

$$\ln \varepsilon_{2f} = \ln N + \ln\left(\frac{k_f L}{4}\right) + M \ln \varepsilon_f \quad (6)$$

Из (6) видно, что $\ln \varepsilon_{2f}$ линейно зависит от $(\ln \varepsilon_f)$. Как следует из (6), тангенс угла наклона зависимости $\ln \varepsilon_{2f}(\ln \varepsilon_f)$ позволяет определить показатель степени M . Приведенные на рис. 5б зависимости для среды с заполнением глицерином хорошо аппроксимируются прямыми линиями с тангенсом угла наклона $M=1,4$. Это указывает на значительную структурную нелинейность в ФГНС. Определенный нами показатель степени M практически не зависит от внешнего давления, действующего на структуру.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные в работе результаты позволяют сделать следующие выводы. Во флюидонасыщенной гранулированной неконсолидированной среде (ФГНС) величина скорости упругих волн значительно отличается от ско-

рости упругих волн в скелете и скорости в жидкости, заполняющий скелет. При увеличении амплитуды зондирующего сигнала при постоянном внешнем давлении в ФГНС скорость упругих волн в среде уменьшается по линейному закону. Зависимость скорости упругих волн от амплитуды и от давления для ФГНС значительно слабее, чем зависимость скорости упругих волн в среде без флюида. Степенная зависимость амплитуды второй гармоники от амплитуды основной частоты для ФГНС не равна 2, что свидетельствует о большой структурной нелинейности в системе. Полученные результаты и их сравнение с результатами, полученными для гранулированной неконсолидированной без флюида [14], свидетельствуют о том, что во флюидонасыщенной гранулированной неконсолидированной среде существуют два конкурирующих механизма нелинейности: герцевская нелинейность между компонентами твердого гранулированного скелета, и квадратичная нелинейность, связанная с межатомным взаимодействием в жидкости.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 14-02-31195-мол_а).

-
- [1] *Авербах В.С., Бредихин В.В., Лебедев А.В., Манаков С.А.* Акустическая спектроскопия эффектов влагонасыщения карбонатной горной породы. Препринт №782: Российская академия наук, Институт прикладной физики, (Нижний Новгород, 2009).
- [2] *Беляева И.Ю., Зайцев В.Ю., Островский Л.А.* Акуст. журн. **39**, № 1. С. 25. (1993).
- [3] *Зайцев В.Ю., Назаров В.Е., Турна В., Гусев В.Э., Кастаньеде Б.* Акуст. журн. **51**, № 5. С. 633. (2005).
- [4] *Есипов И.Б., Рыбак С.А., Серебряный А.Н.* УФН. **176**, № 1. С. 102. (2006).
- [5] *Джонсон К.* Механика контактного взаимодействия. (М.: Мир, 1989).
- [6] *Коробов А.И., Бражкин Ю.А., Ширгина Н.В.* Акуст. журн. **58**, № 1. С. 103. (2012).
- [7] *Gassmann F.* Geophysics. **16**, № 4. P. 673. (1951).
- [8] *Biot M.A.* J. Acoust. Soc. Am. **28**, № 2. P. 179. (1956).
- [9] *Biot M.A.* J. Acoust. Soc. Am. **28**, № 2. P. 168. (1956).
- [10] *Biot M.A.* J. Appl. Phys. **33**, № 4. P. 1482. (6293).
- [11] *Duffy J., Mindlin R.D.* J. Appl. Mech. **24**. P. 585. (1958).
- [12] *Уайт Д.Э.* Возбуждение и распространение сейсмических волн. (М.: Недра, 1986).
- [13] *Зарембо Л.К., Красильников В.А.* Введение в нелинейную акустику. (М.: Наука, 1966).
- [14] *Ширгина Н.В., Коробов А.И., Кокшайский А.И.* Акуст. журн. **59**, № 5. С. 552. (2013).
- [15] *Коробов А.И., Одина Н.И., Мехедов Д.М.* Акуст. журн. **59**, № 4. С. 438. (2013).
- [16] *Труэлл Р., Эльбаум Ч., Чик Б.* Ультразвуковые методы в физике твердого тела. (М.: Мир, 1972).

Influence of external effects on the elastic properties of the fluid-saturated unconsolidated granular medium

N.V. Shirgina^a, A.I. Kokshayskiy^b, A.I. Korobov^c

Department of Acoustics, Faculty of Physics, PlaceNameplaceM.V.Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia

E-mail: ^anatalia.shirgina@physics.msu.ru, ^bsuper_trouper@mail.ru, ^cakor@acs465a.phys.msu.ru

The paper presents results of study of the elastic properties of fluid-saturated unconsolidated granular medium (FUGM). As a model of the media we used a system of densely packed metal balls with a diameter of 2 mm and 4 mm, the space between them was filled with liquids with different elastic properties — ethanol, glycerin and mineral motor oil SAE 10W-30. The influence of static (external pressure) and dynamic effects (the amplitude of the probe signal) on the linear and nonlinear elastic properties of FUGM. Linear elastic properties were investigated by pulse method, the nonlinear elastic properties of the medium were investigated by the spectral method. We experimentally investigated dependence of the velocity of elastic waves on the external pressure and the

amplitude of the probe signal, and the amplitude of the second harmonic on the amplitude of the signal of fundamental frequency. The results were analyzed on the basis of the Hertz and Biot theory.

PACS: 43.25+y, 45.70.-n

Keywords: Hertz contact, granular medium, generation of harmonics, the effect of ultrasound on fluids.

Received 13.11.2014.

Сведения об авторах

1. Ширгина Наталья Витальевна — канд. физ.-мат. наук, научный сотрудник; тел.: (495) 939-18-21, e-mail: natalia.shirgina@physics.msu.ru.
2. Кокшайский Алексей Иванович — физик; (495) 939-18-21, e-mail: super_trouper@mail.ru.
3. Коробов Александр Иванович — доктор физ.-мат. наук, профессор; тел.: (495) 939-18-21, e-mail: akor@acs465a.phys.msu.ru.