Синтез трёхмерного Фурье-образа пучка в анизотропной среде по двумерному образу профиля внешнего воздействия

А. С. Трушин*

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова,
физический факультет, кафедра физики колебаний
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

Продемонстрирована связь между двумерным спектром внешнего воздействия на поверхность кристалла и трёхмерным фурье-образом возникающего в среде акустического возмущения. Известные для изотропной оптической среды соотношения обобщены на случай произвольного волнового процесса в линейной среде.

PACS: 43.20. УДК: 534.231.
Ключевые слова: волны, анизотропия, кристалл, парателлурит, преобразование Фурье.

Взаимодействие света и звука позволяет создавать компактные надёжные приборы, управляющие световыми пучками. Для создания современных акустооптических и оптоэлектронных устройств часто используются кристаллические среды. Упругие свойства таких сред сильно зависят от направления, что является причиной сноса акустического пучка и усложнения его структуры. Неоднородности акустического поля оказывают влияние на характеристики приборов, причём в большинстве случаев это влияние носит отрицательный характер. В фильтрах уменьшается длина акустооптического взаимодействия, вследствие чего происходит уширение полосы пропускания. В дефлекторах уменьшается количество разрешимых элементов. Расчёт структуры акустического поля в анизотропных средах важен для проектирования акустооптических устройств. Для проведения такого расчёта удобно использовать метод углового спектра так как он позволяет получить не только зависимость характеристик возмущения среды от координат, но и их распределение в Фурье-пространстве. Оба распределения оказывают влияние на акустооптическое взаимодействие. Известны формулы, позволяющие получить в приближении заданной силы или заданного смещения угловой спектр величин, описывающих возмущения среды [1]. Однако, как с теоретической, так и с практической точек зрения представляет интерес получения трёхмерного Фурье-образа этих величин. Известно решение этой задачи для оптически изотропной среды [2]. В настоящей работе приводится общее решение, применимое для волнового процесса произвольной природы в линейной среде.

Известно выражение [1], позволяющее получить значение любого компонента вектора смещения, тензора деформации или тензора напряжения в анизотропной среде:

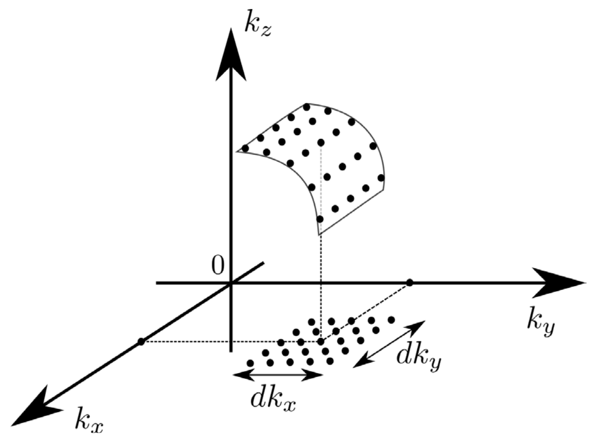

Рис. 1: Изменение плотности Фурье-образа при проецировании на лист поверхности медленности

$$Q^r(x,y,z) = \\ = \iint dk_x dk_y A(k_x,k_y) \sum_{p=1}^{3} B_p(s_x,s_y) Q_p^r(s_x,s_y) \times \\ \times \exp\left[i\left(\omega t - \vec{k}_p \vec{r}\right)\right], \quad (1)$$

где $\vec{k}$ — волновой вектор, $\vec{r} = \{x,y,z\}$ —радиус вектор, $\vec{s} = \vec{k}/\omega$ — вектор медленности, ω —круговая частота, $A(k_x,k_y)$ — Фурье-образ профиля воздействия на кристалл, p — индекс внутри группы волн, имеющих одинаковую проекцию на плоскость XY (сумму таких волн будем называть составной волной), B_p — веса элементарных волн в составной волне, Q_r^p — значения компонент вектора смещения, тензора напряжения и тензора деформации, рассчитанные для элементарной волны с единичной амплитудой и известной проекцией вектора медленности s_x и s_y. Значения коэффициентов B_p находятся из граничных условий.

На первый взгляд, формула (2) решает поставленную задачу. Действительно, она ставит в соответствие плосковолновой компоненте $\exp\left[i\left(\omega t - \vec{k}_p \vec{r}\right)\right]$

*E-mail: a.trushin@physics.msu.ru

вес $A(k_x, k_y) \cdot B_p(s_x, s_y)$, и можно было бы ожидать что функция

$$Q(\vec{k}) = A(k_x, k_y) \sum_{p=1}^{3} B_p(s_x, s_y) \cdot \delta(\vec{k} - \vec{k}_p) \tag{2}$$

будет Фурье-прообразом $Q(\vec{r})$. Действительно, подстановка (2) в формулу трёхмерного преобразования Фурье

$$Q(\vec{r}) = \iiint d\vec{k} Q(\vec{k}) \exp\left\{i\vec{k}\vec{r}\right\} \tag{3}$$

приводит к (1). Однако при реализации численной схемы нужно учесть, что в формуле (1) интегрирование идёт в плоскости XY, а при взятии трёхмерного преобразования Фурье от функции (2) будут суммироваться элементы объёма. Из Рис.1 видно, что плотность функции, заданной на плоскости XY, уменьшается во столько раз, во сколько растягивается элемент плоскости при проекции на поверхность решений характеристического уравнения

$$\det(c_{ijkl} \cdot s_i s_k - \rho\delta_{jl}) = 0. \tag{4}$$

Коэффициент растяжения выражается через частные производные, в результате чего получается выражение

$$Q(\vec{k}) = \frac{A(k_x, k_y)}{\sqrt{1 + \left(\frac{\partial k_z}{\partial k_x}\right)^2 + \left(\frac{\partial k_z}{\partial k_y}\right)^2}} \sum_{p=1}^{3} B_p(s_x, s_y) \cdot \delta(\vec{k} - \vec{k}_p). \tag{5}$$

Данное выражение обобщает выведенную в [2] формулу на случай произвольного волнового процесса в линейной среде. При выполнении вычислений по формуле (5) частные производные следует определять дифференцированием уравнения (4), полагая что оно в неявном виде задаёт функцию $s_z^p = s_z^p(s_x, s_y)$.

Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (грант № 14-12-00380).

[1] *Vezzetti D. J.* J. Acoust. Soc. Am. **78**. P. 1103. (1985).
[2] *Kou Shan Shan, Colin J. R. Sheppard, Jiao Lin.* Optic Letters. **38**, No 24. P. 5296. (2013).

Reconstruction of the 3D Fourier spectrum for an acoustic beam in anisotropic media by 2D spectrum of the external perturbation

A. S. Trushin
Department of oscillation physics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University. Moscow 119991, Russia
E-mail:a.trushin@physics.msu.ru

Relation between a two-dimensional spectrum of an external action on a crystal surface and a three-dimensional Fourier image of an acoustical perturbation appearing in a media demonstrated. Shown that well known for isotropic optics media relations can be applied in the case of general wave process in an anisotropic media.

PACS: 43.20.
Keywords: waves, anisotropy, crystal, paratellurite, Fourier transform.

Сведения об авторах

1. Трушин Арсений Сергеевич — канд. физ.-мат. наук, ассистент; тел.: (495) 939-44-04, e-mail: a.trushin@physics.msu.ru.