## Исследование автоколебательных эффектов в среде с тепловой нелинейностью

Л.Н. Григорьева<sup>1</sup>,\* Г.А. Князев<sup>1</sup>,<sup>†</sup> А.Л. Толстик<sup>2‡</sup>

<sup>1</sup>Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,

физический факультет, кафедра фотоники и физики микроволн.

Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

<sup>2</sup>Белорусский государственный университет, физический факультет,кафедра лазерной физики и спектроскопии.

Белоруссия, 220030 Минск, пр. Независимости, 2

Исследована полностью оптическая автоколебательная система на основе ячейки с тепловой нелинейностью. Получено условие существования автоколебаний для дискретного и линейного варианта обратной связи. Проведен теоретический расчет для трехмерного случая.

РАСS: 42.65.Sf. УДК: 535:530.182. Ключевые слова: Оптические пучки, тепловая нелинейность, автоколебания, уравнение теплопроводности.

В последнее время большой интерес уделяется разработке и исследованию оптических и оптоэлектронных устройств, охваченных цепью обратной связи. Данные устройства применяются в системах модуляции, стабилизации и обработки оптических сигналов [1-3]. Как правило, автоколебательная система состоит из оптоэлектронного модулятора и электронной системы обратной связи, определяющей параметры автоколебательных процессов в системе. В данной работе рассматривается оптическая автоколебательная система, построенная на основе нелинейно-оптического дефлектора использующего тепловую нелинейность и системы модуляции оптического излучения, которая может являться как оптоэлектронной, так и являться полностью оптической, базирующейся на эффекте полного отражения оптического пучка в нелинейной среде. При этом характеристики автоколебаний определяются параметрами нелинейной среды и не зависят от типа обратной связи.



Рис. 1: Схема оптической автоколебательной системы, использующей две ячейки с тепловой нелинейностью показателя преломления

В частности, были изучены автоколебательные процессы в системе состоящей из двух нелинейнооптических ячеек с материалом, обладающем тепловой нелинейностью. На рис. 1 показана схема данной автоколебательной системы. Для реализации автоколебаний требуется использовать два оптических пучка с различными длинами волн. Необходимо, чтобы оптические пучки с длинами волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  были приблизительно одинаковой мощности. При этом за счет использования нелинейных материалов, показатель поглощения которых зависит от длины волны света, можно добиться того, чтобы пучок с длиной волны  $\lambda_1$  был бы пучком накачки для среды 2 и являлся сигнальным пучком для среды 1. В то же самое время пучок с длиной волны  $\lambda_1$  — наоборот, будет нагревать среду 1, меняя ее показатель преломления и не будет влиять на оптические свойства среды 2. Таким образом, первый пучок проходит через среду 1, не влияя на ее свойства, и попадает в среду 2, в которой он испытывает поглощение и нагревает ее, создавая неоднородность показателя преломления. Пучок 2 из-за наличия индуцированной неоднородности показателя преломления в среде 2 отклоняется, в результате чего угол между оптическими пучками в среде 1 становится близким к критическому, что приводит к отклонению пучка 1 как в первой так и во второй среде. Изменение траектории пучка 1 приводит к ослаблению его влияния на пучок 2. В связи с тем, что отклик среды с тепловой нелинейностью является нелокальным и инерционным в среде происходят автоколебания. Периодически изменяются углы отклонения оптических пучков, а также наблюдаются осцилляции в поле температуры.

В том случае, если время релаксации тепловых возмущений в одном из материалов существенно больше, чем во втором, то параметры автоколебаний будут зависеть лишь только от свойств первой среды, а вторая ячейка будет играть роль цепи обратной связи. В том случае, если отклик второй ячейки линейный — обратная связь будет происходить по линейному закону, однако за счет применения системы линз и диафрагм можно осуществить обратную связь, модулирующую пучок накачки по закону близкому к дискретному. В результате численного моделирования были рассчитаны фазовые траектории (рис. 2а) и временные диаграммы автоколебаний (рис. 26). Красным цветом показаны характеристики системы с линейным законом обратной связи, синие кривые соответствуют дискретной модуляции интенсивности накачки. Можно видеть, что в случае линейной обратной связи автоколебания происходят с весьма малой амплитудой. Ана-

<sup>\*</sup>E-mail: ln.grigorjeva@physics.msu.ru

<sup>&</sup>lt;sup>†</sup>E-mail: g\_knyazev@mail.ru

<sup>&</sup>lt;sup>‡</sup>E-mail: tolstik@bsu.by

УЗФФ **4**, 144343

лиз показывает, что для существования автоколебаний необходимо наличие нелинейности в системе обратной связи, поэтому в случае линейной обратной связи колебания происходят вблизи положения, соответствующего отключенной накачке. Этот факт иллюстрирует экспоненциально убывающий участок предельного цикла на фазовой траектории (красная кривая на рис. 2а).

Для варианта автоколебательной системы с дискретной обратной связью было получено аналитическое выражение, позволяющее определить период и скважность автоколебаний. Задача рассматривалась в предположении, что поведение автоколебательной системы описывается следующими уравнениями:

$$\frac{\partial A_1}{\partial z} + i D_1 \frac{\partial^2 A_1}{\partial x^2} = -i\alpha (T - T_0)A_1 - \delta A_1, \quad (1)$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial z} + iD_2 \frac{\partial^2 A_2}{\partial x^2} = -i\alpha (T - T_0)A_2, \qquad (2)$$

$$\rho A_p \frac{\partial T}{\partial x} - \chi \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \delta \left| A_1 \right|^2, \qquad (3)$$

$$T(0,t) = T(d,t) = T_0, \ T(x,0) = T_0,$$
 (4)

$$A_1(x,0,t) = \begin{cases} 0, \ d \ge I_0 \\ A_0 \exp(\frac{-(x-x_0)^2}{\sigma^2}), \ d < I_0 \end{cases}$$
(5)

где  $A_j(x, z, t) = \sqrt{c_0 n_j} E_j(x, z, t)$  — нормированная амплитуда электрического поля волны накачки (j = 1)и сигнальной волны  $(j = 2), c_0$  — скорость света,  $n_{\rm [}i{\rm ]}$ — показатель преломления для волны накачки и сигнальной волны, T(x,z,t)— возмущение температуры в среде,  $T_{\rm [}0{\rm ]}$ — температура границ среды, d— ширина нелинейной среды вдоль оси  $x, D_j = (2k_j) - 1$ — коэффициенты дифракции,  $k_j$ — волновые числа,  $\chi$ — коэффициенты теплопроводности,  $a_j = \frac{k_j}{n_j} \frac{dn_j}{dT}$ — коэффициенты тепловой нелинейности, l— длина нелинейной среды. Выражение (5) является условием обратной связи, где  $I_0$ — пороговый уровень срабатывания системы обратной связи,  $\sigma$ — диаметр сигнального пучка,  $d(t) = \int_{x_1}^{x_2} A_2^2(x,l,t) dx$ — мощность управляющего оптического сигнала на входе в систему обратной связи.

Для проведения анализа были сделаны следующие предположения. При расчетах предполагалось, что дифракционное расплывание оптических пучков несущественно, также не учитывалось расплывание, вызванное нелинейной дефокусировкой пучков. Углы между пучками считались малыми, пространственное изменение градиента температуры на пути сигнального пучка несущественным, а распределение температуры считалось близким к стационарному. Эти предположения позволили считать, что траектория сигнального пучка определяется линейной комбинацией таких параметров как координаты сигнального пучка на входе и на выходе нелинейной среды x<sub>0</sub> и x<sub>1</sub> соответственно, начальный угол между оптическими пучками  $\theta_0$  и чувствительность системы обратной связи K:  $x_{eff} = x_1 - x_0 + \theta_0 l + K$ . Также предполагалось, что расстояние между пучками достаточно велико, чтобы аппроксимировать сигнальной пучок  $\delta$ -функцией. Для случая двумерной задачи, что соответствует взаимодействию оптических пучков в узком слое нелинейной среды, ограниченному теплоизолированными стенками было получено следующее выражение для градиента температуры:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 2A_{01}^2}{\pi (2n+1)a^2} \cos\left(\pi (2n+1)\frac{x}{d}\right) \begin{cases} \frac{e^{-n^2\delta t'} - e^{-n^2(t'_0/\gamma + \delta t')}}{1 - e^{-n^2t'_0}} \operatorname{если} A_1\left(\delta t'\right) = 0, \\ 1 - \frac{e^{-n^2\delta t'} - e^{-n^2(t'_0(1-1/\gamma) + \delta t')}}{1 - e^{-n^2t'_0}} \operatorname{если} A_1\left(\delta t'\right) = 1, \end{cases}$$
(6)

где  $A_{01}$  — амплитуда волны накачки,  $a^2 = \chi/(\rho c_{\nu})$ , а  $t_0$  и  $\gamma$  — период и скважность автоколебаний. В выражении (6) временные интервалы нормированы на время релаксации тепловых возмущений в среде  $t_{rel} = \rho c_{\nu}/(\pi^2 d^2 \chi)$ .

В том случае, если необходимо учитывать распространение тепла в трех измерениях, формула (6) примет иной вид:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2A_{01}^2}{a^2 \sqrt{\mu_n}} J_0\left(\sqrt{\mu_n}\frac{1}{2}\right) J_1\left(\sqrt{\mu_n}\frac{x}{d}\right) \begin{cases} \frac{e^{-\frac{\mu_n}{\pi^2}\delta t'} - e^{-\frac{\mu_n}{\pi^2}(t'_0/\gamma + \delta t')}}{1 - e^{-\frac{n^2}{t'_0}}} \operatorname{если} A_1\left(\delta t'\right) = 0, \\ 1 - \frac{e^{-\frac{\mu_n}{\pi^2}\delta t'} - e^{-\frac{\mu_n}{\pi^2}(t'_0(1-1/\gamma) + \delta t')}}{1 - e^{-\frac{\mu_n}{\pi^2}t'_0}} \operatorname{если} A_1\left(\delta t'\right) = 1, \end{cases}$$
(7)

где  $\mu_n$  — корни уравнения  $J_0(\mu nx/d) = 0, J_0$  и  $J_1$  — функции Бесселя нулевого и первого порядка.

На основе выражений (6) и (7) были получены усло- вия существования автоколебаний:

2014 УЗФФ



Рис. 2: Фазовые траектории автоколебаний (а) и зависимость интенсивности сигнала на входе в систему обратной связи от времени (б)



Рис. 3: Зависимость периода и скважности автоколебаний от эффективного параметра определяющего характеристики взаимодействия оптических пучков  $x_{eff}$ 

$$\frac{\partial T(x_0, \delta t = t_0/\gamma)}{\partial x} - \frac{\partial T(x_0, \delta t = 0)}{\partial x} = 0, \qquad (8)$$

$$\left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=x_0} = \frac{2}{l^2} \left( \frac{dn}{dT} \right)^{-1} x_{eff}.$$
(9)

Решение выражений (8) и (9) с учетом (6) или (7) позволило построить зависимости периода и скважности автоколебаний от эффективного параметра  $x_{eff}$ . На рисунке 3 показаны рассчитанные зависимости. Период автоколебаний показан желтой и красной кривыми, а скважность показана зеленым и синим цветом. Красная и зеленая кривые соответствуют двумерной задаче, а синяя и желтая кривые являются решением трехмерной задачи.

Из рисунка 3 видно, что в середине диапазона значений величины  $x_{eff}$  период автоколебаний мало из-

меняется и может быть аппроксимирован константой. Следует отметить, что именно для средних значений эффективной координаты наиболее просто реализовать автоколебания, возбуждение автоколебаний на краях диапазона требует весьма высокую чувствительность системы обратной связи, и в случае оптической обратной связи оказывается практически мало возможным. Таким образом можно утверждать, что период автоколебаний определяется свойствами нелинейной среды и мало зависит от внешних параметров системы. Данная особенность позволяет предположить возможность применения данной системы для создания пассивных устройств стабилизации характеристик лазерного излучения.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты 14-02-01012-а, 12-02-01119-а, 14-02-90050-Бел\_а).

[1] Розанов Н. Н. Оптическая бистабильность и гистерезис в распределенных нелинейных системах. (М.: Наука, 1997). Devices, and Systems 8306. P. 83060W-1. (2011).

- [3] *Rubinov A.N., Korda I., Zinkevich E.A.* Quantum Electron. **32**, N4. P. 319. (2002).
- [2] Balakshy V.I., Kuznetsov Y.I. Proc. SPIE, Photonics,

## Investigation of self-oscillations in a medium with thermal nonlinearity

L. N. Grigoreva<sup>1,a</sup>, G. A. Knyazev<sup>1,b</sup>, A. L. Tolstik<sup>2,c</sup>

<sup>1</sup>Department of Photonics and Microwave Physics, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University. Moscow 119991, Russia <sup>2</sup>Department of Laser Physics and Spectroscopy, Faculty of Physics, Belarusian State University. Minsk 220030, Belarusia E-mail: <sup>a</sup>ln.grigorjeva@physics.msu.ru, <sup>b</sup>g\_knyazev@mail.ru, <sup>c</sup>tolstik@bsu.by

Completely-optical self-oscillating system based on cells with thermal nonlinearity was investigated. A condition for the existence of self-oscillations of the discrete and linear version of the feedback was obtained. The theoretical calculation for the three-dimensional case was undertaken.

PACS: 42.65.Sf.

Keywords: optical beams, thermal nonlinearity, self-oscillations, thermal conductivity equation.

## Сведения об авторах

- 1. Григорьева Людмила Николаевна студентка; тел.: (495) 939-28-98, e-mail: ln.grigorjeva@physics.msu.ru.
- 2. Князев Григорий Алексеевич канд. физ.-мат. наук, доцент; тел.: (495) 939-28-98, e-mail: g\_knyazev@mail.ru.
- 3. Толстик Алексей Леонидович докт. физ.-мат. наук, профессор; e-mail: tolstik@bsu.by.