

Исследование влияния статистической вариации размеров частиц на свойства метаплёнки

Ю.Е. Терехов^{1,*}, Г.В. Белокопытов^{1,†}, Р.Ю. Ткаченко¹, А.В. Журавлев¹, В.А. Чистяев², В.Н. Семенов²

¹Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
физический факультет, кафедра физики колебаний
Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

²Институт теоретической и прикладной электродинамики Российской академии наук
Россия, 125412, Москва, ул. Ижорская, д. 13

Разработана методика расчёта коэффициентов прохождения и отражения метаплёнки при вариации размеров составляющих её частиц. Получено хорошее соответствие результатов расчёта и эксперимента на СВЧ для метаплёнок, составленных из сегнетоэлектрических шариков.

PACS: 77.84.Lf 42.25.Bs 42.25.Dd.

УДК: 537.877.

Ключевые слова: метаматериал, статистика, дисперсия, вариация размеров.

Метаматериалы, композитные структуры, состоящие из периодически расположенных субволновых резонаторов, и их двумерные аналоги — метаплёнки, являются перспективными объектами для создания новых устройств и материалов в различных диапазонах электромагнитного спектра [1, 2]. При изготовлении метаматериалов не всегда удаётся добиться идентичности в размерах всех частиц, что приводит к некоторому искажению электромагнитного отклика, по сравнению с ожидаемым. В связи с этим представляет интерес исследование и учёт влияния статистического разброса размеров части, составляющих метаплёнку, на её электродинамические свойства, что и было проделано в настоящей работе.

Для экспериментов было изготовлено три образца. В качестве подложки использовался лист экструзивного пенополистирола (Пеноплэкс) толщиной 2 см и площадью 20×20 см². Относительная диэлектрическая проницаемость пенополистирола составляет $\epsilon' \approx 1,03$ в исследуемом диапазоне 3–24 ГГц.

Сферические частицы из керамики изготавливались известным методом выкатывания [3]. Полученные частицы имели небольшие различия в диаметрах, а также отклонение от идеальной сферичности. Измерения диаметров частиц для взятой случайно выборки из 40 шариков показали, что их средний диаметр составлял $\bar{d} = 1,39$ мм, а дисперсия $\sigma^2 = 0,029$ мм² (стандартное отклонение $\pm 0,17$ мм).

Материалом для изготовления сферических частиц служила необожжённая керамика BaTiO₃, между зёрнами которой имелась органическая связка, вследствие чего диэлектрическая проницаемость была несколько ниже проницаемости материала в кристаллической фазе. В исследуемом микроволновом диапазоне сегнетоэлектрическая керамика имела относительную диэлектрическую проницаемость $\epsilon' = 500 \pm 5\%$, и тангенс угла потерь $\tan \delta = 0,066 \pm 10\%$.

Частицы располагались в маленьких лунках, сделанных в пенополистироловой подложке и расположенных в узлах квадратной решётки с периодом l . Три изготовленных образца имели следующие периоды решётки: $l_1 = 6,7$ мм, $l_2 = 4,8$ мм, $l_3 = 3,4$ мм. Фото экспериментального образца №3 представлено на рис. 1а.

Измерения амплитуд и фаз коэффициентов прохождения T и отражения R метаплёнок проводились в СВЧ диапазоне 3–24 ГГц на экспериментальной установке, схема которой представлена на рис. 1б. Генерацию, детектирование и обработку измерительного сигнала обеспечивал сверхширокополосный векторный анализатор цепей Rohde & Schwartz ZVA40. Линзовые рупорные антенны, служившие для излучения и приёма СВЧ-волны, были связаны с соответствующими портами. Электромагнитная волна была линейно поляризована, и образцы были ориентированы так, что одна из осей квадратной решётки была параллельна линиям электрического поля. Излучающая рупорная антенна также служила приёмником для отражённого сигнала. Между двумя антеннами располагалась толстая металлическая пластина с круговой апертурой диаметром 15 см. Образец располагался на пластине над апертурой. Для подавления паразитных отражённых волн пространство между излучающей антенной и металлической пластиной было окружено пирамидальными поглотителями. Такие же поглотители располагались за рупорной антенной, принимающей прошедший сигнал. Дополнительно, экспериментальная установка калибровалась с помощью измерения спектров коэффициентов отражения и прохождения при апертуре закрытой толстой металлической пластиной, что соответствует коэффициенту отражения $R = -1$. Это позволило исключить паразитный фон при измерении образцов, и однозначно определить фазу отражённого сигнала.

Аналитическая методика расчёта коэффициентов прохождения T и отражения R метаплёнок была основана на шивании полей над и под метаплёнкой с учётом граничных условий [4]. При этом метаплёнка характеризовалась значением эффективной поверхност-

*E-mail: terekhov@physics.msu.ru

†E-mail: gvb@phys.msu.ru

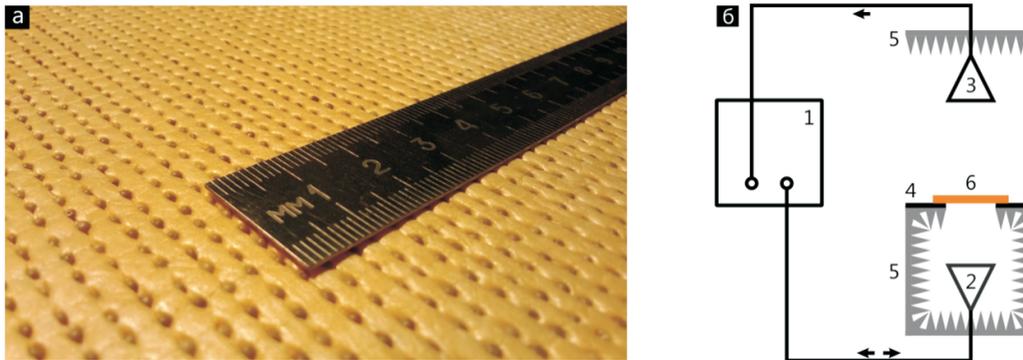


Рис. 1: Фото экспериментального образца №3 (а) и схема экспериментальной установки (б): 1 — векторный анализатор цепей Rohde & Schwartz ZVA40, 2 — излучающая и принимающая отражённую волну рупорная антенна, 3 — принимающая прошедший сигнал рупорная антенна, 4 — толстая металлическая пластина с круговой апертурой, 5 — поглотители, 6 — образец. Стрелками показано направление распространения сигнала

ной плотности поляризуемости, полученной с помощью процедуры усреднения (гомогенизации) поляризуемостей отдельных частиц, составляющих решётку. Напомним, что соответствующие аналитические выражения были первоначально получены в работах [5, 6]. Обобщение этого метода на случай метаплёнки, состоящей из частиц произвольной формы, описано в работе [7].

Коэффициенты прохождения T и отражения R метаплёнки, состоящей из идентичных идеальных сферических частиц, при нормальном падении электромагнитной волны, поляризованной вдоль оси решётки, могут быть получены с помощью следующих уравнений [6]:

$$R = \frac{-i \frac{k_0}{2} (\alpha_{es} + \alpha_{ms})}{1 + \left(\frac{k_0}{2}\right)^2 \alpha_{es} \alpha_{ms} + i \frac{k_0}{2} (\alpha_{es} - \alpha_{ms})}, \quad (1)$$

$$T = \frac{1 - \left(\frac{k_0}{2}\right)^2 \alpha_{es} \alpha_{ms}}{1 + \left(\frac{k_0}{2}\right)^2 \alpha_{es} \alpha_{ms} + i \frac{k_0}{2} (\alpha_{es} - \alpha_{ms})},$$

где i — мнимая единица, k_0 — волновое число в вакууме, α_{es} и α_{ms} — эффективные электрическая и магнитная поверхностные плотности поляризуемости, которые рассчитываются по поляризуемостям отдельных сферических частиц как [6]:

$$\alpha_{es} = \frac{n \langle \alpha_e \rangle}{1 - \frac{n \alpha_e}{4r}}, \quad \alpha_{ms} = -\frac{n \langle \alpha_m \rangle}{1 - \frac{n \alpha_m}{4r}}, \quad (2)$$

где символ $\langle \rangle$ означает усреднение, $n = 1/l^2$ — поверхностная плотность частиц в метаплёнке, α_e и α_m — коэффициенты поляризуемостей отдельных частиц, r — коэффициент связи, который, как было показано в [6], равен примерно 0,6286l для квадратной решётки.

Поляризуемости отдельных сферических частиц α_e и α_m рассчитывались по методике, приведённой в работе [8].

Сравнение экспериментальных результатов и расчётов по аналитическим формулам для метаплёнки, составленных из одинаковых частиц показало значительное расхождение. Соответствующие результаты для образца № 2 с периодом расположения частиц 4,8 мм представлены на рис. 2.

Теоретические кривые для метаплёнки, составленной из одинаковых частиц, имеют ярко выраженные резонансные особенности. Эти особенности связаны с собственными модами электромагнитных колебаний в сферических частицах. В частности, резонанс на частоте 9,43 ГГц соответствует моде H_{111} , менее заметный резонанс на 13,5 ГГц — моде E_{111} , а возбуждение на частоте 18,8 ГГц — моде H_{211} . В то же время экспериментальные зависимости, если и имеют соответствующие особенности в спектре, то они существенно сглажены.

Естественно предположить, что отсутствие резонансных особенностей мод высших порядков и уширение резонанса на частоте 9,43 ГГц вызвано статистическим разбросом геометрических параметров частиц. Для того чтобы получить лучшее соответствие расчётов и эксперимента, была предложена процедура расчёта коэффициентов прохождения $T_\sigma(f)$ и отражения $R_\sigma(f)$ с учётом дисперсии размеров частиц.

Сначала, используя описанную выше методику, по формулам (1) и (2) рассчитывается набор коэффициентов $\{T(f, d)\}$ и $\{R(f, d)\}$ для ансамбля метаплёнок, в которых меняется диаметр d от метаплёнки к метаплёнке. Согласно центральной предельной теореме разброс размеров частиц в экспериментальных образцах описывается нормальным распределением:

$$w(d) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(d - \bar{d})^2}{2\sigma^2}\right]. \quad (3)$$

Затем, производится усреднение по ансамблю метап-

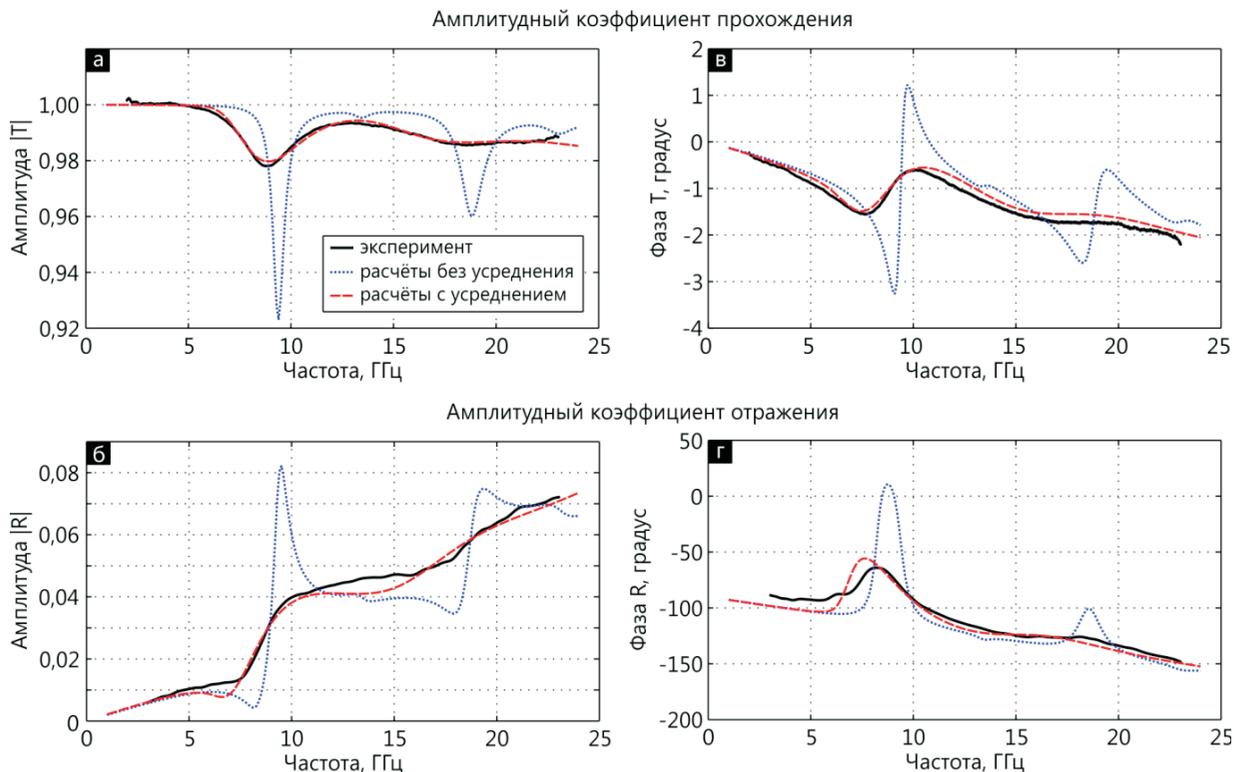


Рис. 2: Амплитудные (а, б) и фазовые (в, г) спектры коэффициентов прохождения T и отражения R для образца с периодом 4,8 мм. Сплошные линии — экспериментальные результаты, точечные линии — аналитический расчёт без учёта статистического разброса параметров частиц ($d = 1,39$ мм, $\varepsilon' = 520$, $\tan \delta = 0,066$), пунктирные линии — аналитический расчёт с учётом статистического разброса ($\bar{d} = 1,39$ мм, $\sigma^2 = 0,05$ мм², $\varepsilon' = 520$, $\tan \delta = 0,066$)

лётнок с учётом распределения (3) согласно следующим соотношениям:

$$\begin{aligned} T_{\sigma}(f) &= \int_0^{\infty} (d)T(f, d)d, \\ R_{\sigma}(f) &= \int_0^{\infty} (d)R(f, d)d. \end{aligned} \quad (4)$$

Заметим, что необходимым условием для проведения процедуры усреднения (4) является низкая поверхностная плотность резонаторов и относительно низкий коэффициент отражения. Результаты, полученные с применением метода статистического усреднения, как вид-

но из рис. 2 (пунктирные кривые), находятся в хорошем соответствии с результатами эксперимента по измерению спектров метаплёнок, составленных из сферических сегнетоэлектрических резонаторов.

Представленные результаты дают прямое подтверждение значительного влияния статистического разброса размеров частиц, составляющих метаплёнку, на её электромагнитный отклик. Разработка метода статистического усреднения позволяет определить требуемую степень идентичности частиц, составляющих метаплёнку, что позволит создавать материалы с желаемыми физическими свойствами.

- [1] *Solymar L., Shamonina E.* Waves in metamaterials. (Oxford University Press, 2009).
 [2] *Cai W., Shalaei V.* Optical metamaterials. Fundamentals and applications. (Springer, 2010).
 [3] *Bond W. L.* Rev. Sci. Instrum. **22**. P. 344. (1951).
 [4] *Idemen M.* J. Phys. Soc. Jpn. **59**. P. 71. (1990).
 [5] *Kuester E. F. et al.* IEEE T. Antenn. Propag. **51**. P. 2641. (2003).
 [6] *Holloway C. L. et al.* IEEE T. Electromag. C. **47**. P. 853. (2005).
 [7] *Belokopytov G.V., Zhuravlev A.V., Terekhov Yu.E.* Phys.

- Wave Phenom. **19**. P. 280. (2011).
 [8] *Белокопытов Г.В., Журавлёв А.В.* Физ. волн. проц. радиотех. сист. **11**. P. 41. (2008).

The influence of statistical dispersion of sizes of particles on properties of a metafilm**Yu.E. Terekhov^{1,a}, G.V. Belokopytov^{1,b}, R.Yu. Tkachenko¹, A.V. Zhuravlev¹, V.A. Chistyayev², V.N. Semenenko²**¹*Department of Oscillations, Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University
Moscow, 119991, Russia*²*Institute for theoretical and applied electromagnetics RAS
Moscow, 125412, Russia**E-mail: ^aterekhov@physics.msu.ru, ^bgub@phys.msu.ru*

Method for calculation of transmission and reflection coefficients of a metafilm consisting of particles with different sizes is developed. Application of the method allowed to obtain good coincidence with experimental results for metafilms consisting of spherical ferroelectric particles.

PACS: 77.84.Lf 42.25.Bs 42.25.Dd.

Keywords: metamaterial, statistics, dispersion, size variation.

Сведения об авторах

1. Терехов Юрий Евгеньевич — аспирант; тел.: (495) 939-32-61, e-mail: terekhov@physics.msu.ru.
2. Белокопытов Геннадий Васильевич — канд. физ.-мат. наук, доцент, доцент; тел.: (495) 939-32-61, e-mail: gvb@phys.msu.ru.
3. Ткаченко Роман Юрьевич — студент; тел.: (495) 939-32-61, e-mail: tryu@yandex.ru.
4. Журавлев Антон Викторович — канд. физ.-мат. наук, научный сотрудник; тел.: (495) 939-32-61, e-mail: antonzh@mail.ru.
5. Семененко Владимир Николаевич — канд. физ.-мат. наук, заведующий лабораторией, руководитель группы; тел.: (495) 484-20-44, e-mail: vnsem@hotmail.ru.
6. Чистяев Владимир Аркадьевич — канд. физ.-мат. наук, старший научный сотрудник; тел.: (495) 484-20-44.