

Влияние нагрева поверхности частицы на фотофорез крупной аэрозольной частицы при больших перепадах температуры в ее окрестности

А. В. Лиманская*

*Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Белгородский государственный национальный исследовательский университет»,
инженерно-физический факультет,
кафедра теоретической и математической физики
Россия, 308015, г. Белгород, ул. Победы, 85*

(Статья поступила 14.06.2013; Подписана в печать 28.01.2014)

В приближении Стокса проведено теоретическое описание фотофоретического движения крупной твердой нагретой аэрозольной частицы сферической формы. При рассмотрении движения предпологалось, что средняя температура поверхности частицы может значительно отличаться от температуры окружающей ее газообразной среды. В процессе решения газодинамических уравнений получены аналитические выражения для силы и скорости фотофореза с учетом зависимостей плотности, вязкости и теплопроводности газообразной среды от температуры.

PACS: 65.20.-w УДК: 536.25; 532.72; 535.36

Ключевые слова: фотофорез, фотофорез в газах, движение нагретой аэрозольной частицы в поле электромагнитного излучения.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время все большее значение приобретают научные исследования по различным проблемам физики аэродисперсных систем. Это связано с ежегодным увеличением использования аэрозолей — в промышленности, технике, медицине, сельском хозяйстве и т. д.

Одной из основных проблем физики аэродисперсных систем, активно разрабатываемой как в нашей стране, так и за рубежом, является проблема теоретического описания поведения взвешенных в газообразных средах частиц. Без знания закономерностей этого поведения невозможно математическое моделирование эволюции аэродисперсных систем и решение такого важного вопроса как целенаправленное воздействие на аэрозоли.

На аэрозольные частицы, входящие в состав реальных аэродисперсных систем, могут действовать силы различной природы, вызывающие их упорядоченное движение. В газообразных средах с неоднородным распределением температуры может возникнуть упорядоченное движение частиц, обусловленное действием сил молекулярного происхождения. Их появление вызвано передачей некомпенсированного импульса частицам молекулами газообразной среды.

Явление фотофореза в газе заключается в движении аэрозольных частиц в поле электромагнитного излучения под действием радиометрической силы. Фотофорез может играть существенную роль в атмосферных процессах; очистке промышленных газов от аэрозольных частиц; создании установок, предназначенных для селективного разделения частиц по размерам и т. д. [1–

13]. Механизм фотофореза можно кратко описать следующим образом. При взаимодействии электромагнитного излучения с частицей, внутри нее происходит выделение тепловой энергии с некоторой объемной плотностью q_p , которые неоднородно нагревают частицу. Молекулы газа, окружающие частицу, после соударения с ее поверхностью отражаются от нагретой стороны частицы с большей скоростью, чем от холодной. В результате частица приобретает некомпенсированный импульс, направленный от горячей стороны частицы к холодной. В зависимости от размеров и оптических свойств материала частицы более горячей сможет оказаться как освещенная, так и теневая сторона частицы. Поэтому имеет место как положительный (движение частицы в направлении излучения), так и отрицательный фотофорез. Кроме того, если поток излучения неоднороден по сечению, то может возникнуть поперечное относительно направления распространения электромагнитного излучения движение частицы в газе [6].

В опубликованных до настоящего времени работах по теории фотофореза это явление изучалось при малых относительных перепадах температуры [1–13], т. е. когда выполняется неравенство $(T_{pS} - T_{g\infty})/T_{g\infty} \ll 1$, где T_{pS} — средняя температура поверхности частицы, $T_{g\infty}$ — температура газообразной среды вдали от нее. При значительных относительных перепадах температуры, т. е. когда $(T_{pS} - T_{g\infty})/T_{g\infty} \sim 0(1)$, это явление изучено недостаточно. Индексы « g » и « p » здесь и далее относятся к газу и частице соответственно; индексом « S » обозначены значения физических величин, взятых при средней температуре поверхности частицы и индексом « ∞ » — физические величины, характеризующие газообразную среду вдали от частицы.

Если средняя температура поверхности частицы существенно по величине отличается от температуры

*E-mail: limanskayaanna@mail.ru

окружающей газообразной среды, то здесь мы сталкиваемся с серьезной проблемой. При решении уравнений газовой динамики необходимо учитывать зависимость коэффициентов молекулярного переноса (вязкости, теплопроводности) и плотности газообразной среды от температуры, т. е. система газодинамических уравнений ставится существенно нелинейной. В связи с этим в литературе имеется мало работ, посвященных исследованию движения частиц при больших перепадах температуры, например, [14–18]. В данной работе решение уравнений газовой динамики находится непосредственно в виде обобщенных степенных рядов, что позволяет представить выражения для силы и скорости фотофореза в компактной форме и существенно упростить численные расчеты для практических приложений.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим твердую неоднородно нагретую аэрозольную частицу сферической формы радиуса R , взвешенную в газе с температурой T_g , плотностью ρ_g , теплопроводностью λ_g и вязкостью μ_g . Неоднородный нагрев частицы обусловлен поглощением электромагнитного излучения. Степень неоднородности зависит от оптических констант материала частицы и параметра дифракции [10]. Газ, взаимодействуя с неоднородно нагретой поверхностью, начинает двигаться вдоль поверхности в направлении возрастания температуры. Это явление называется тепловым скольжением газа [19, 20]. Тепловое скольжение вызывает появление фотофоретической силы и силы вязкого сопротивления среды. Когда величина фотофоретической силы становится равной по величине силе вязкого сопротивления среды, частица начинает двигаться равномерно. Скорость равномерного движения частицы называют фотофоретической (\mathbf{U}_{ph}).

Под нагретой частицей понимают частицу, средняя температура поверхности которой существенно отличается от температуры газообразной среды вдали от нее. В этом случае, как уже отмечалось выше, коэффициенты молекулярного переноса нельзя считать постоянными величинами. В работе при описании свойств газообразной среды (вязкости, теплопроводности) рассматривается степенной вид их зависимости от температуры [21]: $\mu_g = \mu_{g\infty} (T_g/T_{g\infty})^\beta$, $\lambda_g = \lambda_{g\infty} (T_g/T_{g\infty})^\alpha$, $\lambda_p = \lambda_{p0} (T_p/T_{g\infty})^\gamma$, где $\mu_{g\infty} = \mu_g(T_{g\infty})$, $\lambda_{g\infty} = \lambda_g(T_{g\infty})$, $\lambda_{p0} = \lambda_p(T_{g\infty})$,

$0.5 \leq \alpha, \beta \leq 1, -1 \leq \gamma \leq 1$. В частности, для воздуха $\alpha = 0.81, \beta = 0.72$; для азота $\alpha = 0.77, \beta = 0.69$ (диапазон температур от 300 до 900 К), для частицы меди до температуры плавления $\gamma = -0.1$ при этом $T_{g\infty} = 273$ К. Относительная погрешность приведенных формул (в сравнении с экспериментальными данными) не превышает 5% [21].

Движение частицы происходит при малых числах Пекле и Рейнольдса, частица считается однородной по своему составу и крупной [20]. Для классификации аэрозольных частиц по размерам применяют критерий Кнудсена $Kn = \lambda/R$, где λ — средняя длина свободного пробега молекул газообразной смеси. Частицы называются крупными, если $Kn \leq 0.01$, умеренно крупными при $0.01 \leq Kn \leq 0.3$ и мелкими при $Kn \gg 1$. Задача решается гидродинамическим методом, т. е. решаются уравнения гидродинамики с соответствующими граничными условиями.

Движение частицы удобно описывать в сферической системе координат r, θ, φ , связанной с центром масс аэрозольной частицы. При таком выборе системы отсчета скорость газа на бесконечности равна с обратным знаком скорости фотофореза, т. е. $\mathbf{U}_\infty = -\mathbf{U}_{ph}$. Ось OZ направлена в сторону распространения однородного потока излучения интенсивностью I_0 . В этом случае объемная плотность внутренних источников тепла имеет стандартный вид [10]

$$q_p(\mathbf{r}) = 2\pi \chi k_0 I_0 B(\mathbf{r}), \tag{1}$$

где $B(\mathbf{r})$ — безразмерная функция источников электромагнитной энергии, которая в случае неполяризованного падающего излучения имеет вид

$$B(r, \theta, \varphi) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{|E(r, \theta, \varphi)|^2}{E_0^2} d\varphi = B(r, \theta, \varphi = \frac{\pi}{4});$$

$E(r, \theta, \varphi)$ — локальная напряженность электрического поля внутри частицы; E_0 — амплитуда напряженности поля в падающей волне; $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ — волновое число; λ_0 — длина волны; $m(\lambda_0) = n + i\chi$ — комплексный показатель преломления вещества частицы для данной волны излучения. Обычно для вычисления безразмерной функции источников $B(\mathbf{r})$ пользуются решением задачи Ми для внутреннего поля [22].

В рамках сформулированных допущений уравнения гидродинамики, описывающие течение газа в окрестности частицы, имеют следующий вид [23, 24]:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} P_g = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \mu_g \left[\frac{\partial U_i^g}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j^g}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_i^j \frac{\partial U_k^g}{\partial x_k} \right] \right\}, \quad \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho_g U_k^g) = 0, \tag{2}$$

$$\operatorname{div}(\lambda_g \nabla T_g) = 0, \quad n_g = P_g/kT_g, \quad \operatorname{div}(\lambda_p \nabla T_p) = -q_p, \tag{3}$$

где x_k — декартовы координаты, q_p — плотность тепловых источников, неоднородно распределенные в объеме частицы, за счет которых и происходит ее нагрев, $\rho_g = n_g m_g$, ρ_g, m_g, n_g — плотность, масса и концентрация молекул газообразной среды, k — постоянная

Больцмана.

Система уравнений (2)–(3) решалась со следующими граничными условиями, записанными в сферической системе координат r, θ, φ

$$r = R, \quad T_g = T_p, \quad \lambda_g \frac{\partial T_g}{\partial r} = \lambda_p \frac{\partial T_p}{\partial r} + \sigma_0 \sigma_1 (T_p^4 - T_{g\infty}^4), \quad U_r^g = 0, \quad U_\theta^g = K_{TS} \frac{\nu_g}{RT_g} \frac{\partial T_g}{\partial \theta}, \quad (4)$$

$$r \rightarrow \infty, \quad U_r^g = U_\infty \cos \theta, \quad U_\theta^g = -U_\infty \sin \theta, \quad P_g = P_{g\infty}, \quad (5)$$

$$r \rightarrow 0, \quad T_p \neq \infty. \quad (6)$$

Здесь U_r^g и U_θ^g — компоненты массовой скорости газа \mathbf{U}_g ; K_{TS} — коэффициент теплового скольжения, выражение для которого находится методами кинетической теории газов. При коэффициентах accommodation тангенциального импульса α_τ и энергии α_E равных единице, газокинетический коэффициент $K_{TS} = 1.152$ [19, 20]; σ_0 — постоянная Стефана-Больцмана, σ_1 — интегральная степень черноты [25].

В граничных условиях (4) на поверхности аэрозольной частицы ($r = R$) учтено: равенство температур, непрерывность радиального потока тепла, условие непроницаемости для нормальной и тепловое скольжение для касательной компонент массовой скорости. На большом расстоянии от частицы ($r \rightarrow \infty$) справедливы граничные условия (5), а конечность физических величин, характеризующих частицу при $r \rightarrow 0$, учтена в (6).

Введем безразмерные величины координат, температуры и скорости: $y_k = x_k/R$, $t = T/T_{g\infty}$, $\mathbf{V}_g = \mathbf{U}_g/U_\infty$, $U_\infty = |\mathbf{U}_\infty|$.

При малых числах Рейнольдса набегающий поток оказывает лишь возмущающее влияние и поэтому решение уравнений гидродинамики следует искать в виде:

$$\mathbf{V}_g = \mathbf{V}_g^{(0)} + \varepsilon \mathbf{V}_g^{(1)} + \dots, \quad P_g = P_g^{(0)} + \varepsilon P_g^{(1)} + \dots$$

$$(\varepsilon = Re_\infty = (\rho_{g\infty} U_\infty R) / \mu_{g\infty} \ll 1).$$

(7) где

Здесь $\mathbf{V}_g = \mathbf{U}_g/U_\infty$, $U_\infty = |\mathbf{U}_\infty|$.

Вид граничных условий указывает на то, что выражения для компонент массовой скорости V_r^g и V_θ^g ищутся в виде разложений по полиномам Лежандра и Гегенбауэра [23].

2. ПОЛЯ ТЕМПЕРАТУР ВНЕ И ВНУТРИ ЧАСТИЦЫ

При нахождении фотофоретической силы и скорости ограничимся поправками первого порядка малости по ε . Чтобы их найти, нужно знать поля температур вне и внутри частицы. Для этого необходимо решить уравнения (3). Решая их методом разделения переменных, получаем следующие выражения для температур t_g и t_p , удовлетворяющие граничным условиям при $y \rightarrow \infty$, $y \rightarrow 0$ и $y = 1$ ($y = r/R$ — безразмерная радиальная координата, $t_k = T_k/T_{g\infty}$, $k = g, p$)

$$t_g(y, \theta) = t_{g0}(y) + \varepsilon t_{g1}(y, \theta),$$

$$t_p(y, \theta) = t_{p0}(y) + \varepsilon t_{p1}(y, \theta), \quad (8)$$

$$t_{g0}(y) = \left(1 + \frac{\Gamma_0}{y}\right)^{\frac{1}{1+\alpha}}, \quad t_{p0}(y) = \left(B_0 + \frac{H_0}{y} - \frac{1}{y} \int_y^1 \psi_0 dy + \int_y^1 \frac{\psi_0}{y} dy\right)^{\frac{1}{1+\gamma}},$$

$$t_{g1}(y) = \frac{\cos \theta}{t_{g0}^\alpha y^2}, \quad t_{p1}(y, \theta) = \frac{\cos \theta}{t_{p0}^\gamma} \left[B y + \frac{H_1}{y^2} + \frac{1}{3} \left(y \int_1^y \frac{\psi_1}{y^2} dy - \frac{1}{y^2} \int_1^y \psi_1 y dy \right) \right],$$

$$H_0 = \frac{(1 + \gamma) R^2}{3\lambda_{p0}T_{g\infty}} J_0, \quad H_1 = \frac{R^2}{3\lambda_{p0}T_{g\infty}} J,$$

$$J_0 = \frac{1}{V} \int_V q_p dV, \quad J_1 = \frac{1}{V} \int_V q_p z dV = 0, \quad V = \frac{4}{3} \pi R^3.$$

$\int_V q_p z dV = 0$ — дипольный момент плотности тепловых источников, например, [10–13]; где

$$\psi_0 = -\frac{R^2(1 + \gamma)}{2\lambda_{p0}T_{g\infty}} y^2 \int_{-1}^{+1} q_p(r, \theta) dx,$$

$$\psi_1 = -\frac{3R^2}{2\lambda_{p0}T_{g\infty}} y^2 \int_{-1}^{+1} q_p(r, \theta) x dx, \quad x = \cos \theta.$$

$$\delta = 1 + 2\frac{\lambda_{gS}}{\lambda_{pS}} + 4\frac{\sigma_0\sigma_1 R}{\lambda_{pS}} T_{g\infty}^3 t_{pS}^3,$$

$$\lambda_{pS} = \lambda_{p0} t_{pS}^\gamma, \quad \lambda_{gS} = \lambda_{g\infty} t_{gS}^\alpha,$$

$$t_{pS} = t_{p0}(y = 1), \quad t_{gS} = t_{g0}(y = 1).$$

Постоянные интегрирования в (8) определяются из граничных условий на поверхности частицы. В частности для коэффициента Γ имеем:

$$\frac{\Gamma}{t_{gS}^\alpha} = \frac{R}{\lambda_{pS} T_{g\infty} \delta} J, \tag{9}$$

Среднее значение температуры поверхности частицы T_{pS} определяется из решения следующей системы уравнений, в которой $T_{pS} = t_{pS} T_{g\infty}$, $T_{gS} = t_{gS} T_{g\infty}$, $\ell^{(S)} = \Gamma_0 / (1 + \Gamma_0)$

$$\begin{cases} T_{pS} = T_{gS}, \\ \frac{\ell^{(S)}}{1 + \alpha} t_{gS} = \frac{R^2}{3\lambda_{gS} T_{g\infty}} J_0 - \sigma_0 \sigma_1 \frac{R T_{g\infty}^3}{\lambda_{gS}} \left[\left(\frac{T_{pS}}{T_{g\infty}} \right)^4 - 1 \right]. \end{cases} \tag{10}$$

При выполнении неравенства $\lambda_g \ll \lambda_p$ в коэффициенте динамической вязкости можно пренебречь зависимостью по углу θ в системе «частица–газ» (предполагается слабая угловая асимметрия распределения температуры). С учетом этого можно считать, что вязкость связана только с температурой $t_{g0}(r)$, т.е. $\mu_g(t_g(r, \theta)) \approx \mu_g(t_{g0}(r))$. Это допущение позволяет рассматривать гидродинамическую часть отдельно от тепловой части, а связь между ними осуществляется через граничные условия.

для компонент массовой скорости нулевого приближения (7) будем искать в виде:

$$V_r^g(y, \theta) = \cos \theta G(y), \quad V_\theta^g(y, \theta) = -\sin \theta g(y) \tag{11}$$

Здесь $G(y)$ и $g(y)$ — произвольные функции, зависящие от координаты y .

Из уравнения непрерывности (2) и уравнения состояния (3) находим связь между функциями $G(y)$ и $g(y)$

$$g(y) = \frac{1}{2} y \frac{dG(y)}{dy} + \left(1 + \frac{1}{2(1 + \alpha)} \ell \right) G(y), \tag{12}$$

$$\ell = \ell(y) = \frac{\Gamma_0}{y + \Gamma_0}.$$

3. РЕШЕНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ. НАХОЖДЕНИЕ ВЫРАЖЕНИЙ ДЛЯ ПОЛЕЙ СКОРОСТИ И ДАВЛЕНИЯ

Исследование линеаризованного по скорости уравнение Навье–Стокса в сферической системе координат (уравнение (2)) показало, что если предположить $\lambda_g \ll \lambda_p$, то это уравнение может быть в конечном итоге сведено к неоднородному дифференциальному уравнению 3-го порядка с изолированной особой точкой. Решение этого уравнения можно искать в виде обобщенных степенных рядов [26–28].

Исходя из граничных условий (4)–(6) выражения

Подставляя в линеаризованное по скорости уравнение Навье–Стокса выражения (11)–(12), учитывая, что зависимость коэффициента динамической вязкости от температуры имеет вид $\mu_g(y, \theta) = \mu_{g\infty} t_{g0}^\beta(y)$, разделяя переменные после преобразований в конечном итоге получаем следующее неоднородное дифференциальное уравнение третьего порядка для определения функции $G(y)$:

$$y^4 \frac{d^3 G}{dy^3} + y^3 (4 + \gamma_1 \ell) \frac{d^2 G}{dy^2} - y^2 (4 + \gamma_2 \ell - \gamma_3 \ell^2) \frac{dG}{dy} - y (2 - \ell) \gamma_3 \ell^2 G = -\frac{6 A_2}{t_{g0}^\beta} \quad (13)$$

Здесь

$$\gamma_1 = \frac{1 - \beta}{1 + \alpha}, \quad \gamma_2 = 2 \frac{1 + \beta}{1 + \alpha}, \quad \gamma_3 = \frac{2 + 2\alpha - \beta}{(1 + \alpha)^2}, \quad A_2 = \text{const.} \quad (14)$$

Найдем сначала решение однородного уравнения (13), т. е.

$$y^4 \frac{d^3 G}{dy^3} + y^3 (4 + \gamma_1 \ell) \frac{d^2 G}{dy^2} - y^2 (4 + \gamma_2 \ell - \gamma_3 \ell^2) \frac{dG}{dy} - y (2 - \ell) \gamma_3 \ell^2 G = 0 \quad (15)$$

Точка $y = 0$ для уравнения (15) является регулярной особой точкой [26–28]. Решение уравнения (15) будем искать в виде обобщённого степенного ряда [26–28]

$$G(y) = y^\rho \sum_{n=0}^{\infty} C_n \ell^n, \quad C_0 \neq 0. \quad (16)$$

Подставляя ряд (16) в (15) и приравнявая коэффициенты при y^ρ , получаем определяющее уравнение $\rho(\rho + 3)(\rho - 2) = 0$, корни которого равны соответственно $\rho_1 = -3$, $\rho_2 = 2$, $\rho_3 = 0$.

Большему из корней (по модулю) отвечает решение

$$G_1(y) = \frac{1}{y^3} \sum_{n=0}^{\infty} C_{1,n} \ell^n. \quad (17)$$

Решение, отвечающее, корню $\rho_2 = 2$ мы не приводим, т.к. оно не удовлетворяет крайевым условиям (14) (конечности решения при $y \rightarrow \infty$).

Третье решение уравнения (15), линейно независимое с решением G_1 (пропорциональное корню $\rho_3 = 0$), ищем в виде

$$G_3(y) = \sum_{n=0}^{\infty} C_{3,n} \ell^n + \omega_3 \ln(y) G_1(y). \quad (18)$$

Вид правой части неоднородного уравнения (13) указывает на то, что его частное решение следует искать в виде:

$$\begin{aligned} \tilde{G}(y) &= A_2 G_2(y), \\ G_2(y) &= \frac{1}{y} \sum_{n=0}^{\infty} C_{2,n} \ell^n + \omega_2 \ln(y) G_1(y). \end{aligned} \quad (19)$$

Значения коэффициентов $C_{1,n}$ ($n \geq 1$), $C_{2,n}$ ($n \geq 3$) и $C_{3,n}$ ($n \geq 4$) находятся методом неопределённых коэффициентов и их можно определять с помощью соответствующих рекуррентных соотношений

$$\begin{aligned} C_{1,n} = \frac{1}{n(n+3)(n+5)} \{ & [(n-1)(3n^2 + 13n + 8) + \gamma_1(n+2)(n+3) + \gamma_2(n+2)] C_{1,n-1} - \\ & - [(n-1)(n-2)(3n+5) + 2\gamma_1(n^2 - 4) + \gamma_2(n-2) + \gamma_3(n+3)] C_{1,n-2} + \\ & + (n-2)[(n-1)(n-3) + \gamma_1(n-3) + \gamma_3] C_{1,n-3} \}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_{2,n} = \frac{1}{(n+1)(n+3)(n-2)} \{ & [(n-1)(3n^2 + n - 6) + \gamma_1 n(n+1) + n\gamma_2] C_{2,n-1} - \\ & - [\gamma_3(n+1) + (n-1)(n-2)(3n-1) + 2\gamma_1 n(n-2) + \gamma_2(n-2)] C_{2,n-2} + \\ & + (n-2)[(n-1)(n-3) + \gamma_3 + \gamma_1(n-3)] C_{2,n-3} + \\ & + \frac{\omega_2}{\Gamma_0^2} \sum_{k=0}^{n-2} (n-k-1) \Delta_k - 6 \frac{(-\gamma_4)(1-\gamma_4) \dots (n-1-\gamma_4)}{n!} \}, \end{aligned}$$

$$C_{3,n} = \frac{1}{n(n+2)(n-3)} \left\{ (n-1) [3n^2 - 5n - 4 + \gamma_1 n + \gamma_2] C_{3,n-1} - \right. \\ \left. - [(n-1)(n-2)(3n-4) + 2\gamma_1(n-1)(n-2) + \gamma_2(n-2) + n\gamma_3] C_{3,n-2} + \right. \\ \left. + (n-2) [(n-1)(n-3) + \gamma_1(n-3) + \gamma_3] C_{3,n-3} + \right. \\ \left. + \frac{\omega_3}{2\Gamma_0^3} \sum_{k=0}^{n-3} (n-k-2)(n-k-1)\Delta_k \right\},$$

$$\Delta_k = (3k^2 + 16k + 15) C_{1,k} - [(k-1)(6k+13) + \gamma_1(2k+5) + \gamma_2] C_{1,k-1} + \\ + [3(k-1)(k-2) + 2\gamma_1(k-2) + \gamma_3] C_{1,k-2}.$$

При вычислении коэффициентов $C_{1,n}$, $C_{2,n}$ и $C_{3,n}$ по рекуррентным формулам необходимо учитывать, что

$$C_{1,0} = 1, \quad C_{2,0} = 1, \quad C_{2,2} = 1, \quad C_{2,1} = -\frac{1}{8}(2\gamma_1 + \gamma_2 + 6\gamma_4), \\ \gamma_4 = \beta/(1 + \alpha), \quad \frac{\omega_3}{2\Gamma_0^3} = -\frac{\gamma_3}{60}(10 + 3\gamma_1 + \gamma_2), \\ C_{3,1} = 0, \quad C_{3,2} = \frac{1}{4}\gamma_3, \quad C_{3,3} = 1, \quad C_{3,0} = 1, \\ \frac{\omega_2}{\Gamma_0^2} = \frac{1}{15} \left[\frac{1}{4}(2\gamma_1 + \gamma_2 + 6\gamma_4)(4 + 3\gamma_1 + \gamma_2) + 3\gamma_3 + 3\gamma_4(\gamma_4 - 1) \right];$$

$C_{1,n}$, $C_{2,n}$ и $C_{3,n}$ при $n < 0$ равны нулю.

Таким образом, общее решение уравнения (13), удовлетворяющее краевым условиям (5), имеет вид

$$G(y) = A_1 G_1(y) + A_2 G_2(y) + G_3(y), \quad (20)$$

и выражения для компонент массовой скорости равны:

$$U_r^g = U_\infty \cos \theta (A_1 G_1 + A_2 G_2 + G_3), \\ U_\theta^g = -U_\infty \sin \theta (A_1 G_4 + A_2 G_5 + G_6). \quad (21)$$

Здесь $G_k = \left(1 + \frac{\ell}{2(1+\alpha)}\right) G_{k-3} + \frac{1}{2} y G_{k-3}^1$ ($k = 4, 5, 6$).

Постоянные интегрирования A_1 и A_2 определяются из граничных условий на поверхности аэрозольной частицы (4).

4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФОТОФОРЕТИЧЕСКОЙ СИЛЫ И СКОРОСТИ. АНАЛИЗ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Таким образом, в первом приближении ε нами получены выражения для полей температур вне и внутри аэрозольной частицы, а также распределения скорости и давления в ее окрестности. Результирующая сила, действующая на частицу, определяется интегрированием тензора напряжений по поверхности аэрозольной частицы [24] и имеет вид:

$$F_z = \int_{(S)} (-P_g \cos \theta + \sigma_{rr} \cos \theta - \sigma_{r\theta} \sin \theta) \times \\ \times r^2 \sin \theta d\theta d\varphi|_{r=R}. \quad (22)$$

Здесь σ_{rr} , $\sigma_{r\theta}$, — компоненты тензора напряжений:

$$\sigma_{rr} = \mu_g \left(2 \frac{\partial U_r^g}{\partial y} - \frac{2}{3} \operatorname{div} U_g \right), \\ \sigma_{r\theta} = \mu_g \left(\frac{\partial U_\theta^g}{\partial y} + \frac{1}{y} \frac{\partial U_r^g}{\partial \theta} - \frac{U_\theta^g}{y} \right).$$

С учетом приведенных выше выражений получаем

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_\mu + \varepsilon \mathbf{F}_{ph}, \quad (23)$$

где $\mathbf{F}_\mu = 6\pi R \mu_{g\infty} U_\infty f_\mu \mathbf{n}_z$, $\mathbf{F}_{ph} = -6\pi R \mu_{g\infty} f_{ph} J \mathbf{n}_z$, \mathbf{n}_z — единичный вектор в направлении оси OZ .

Значения коэффициентов f_μ и f_{ph} могут быть оценены с помощью формул:

$$f_\mu = \frac{2 N_2}{3 N_1}, \quad f_{ph} = \frac{4}{3} K_{TS} \frac{\nu_{gS}}{\lambda_{pS} \delta T_{g\infty} t_{gS}} \frac{G_1}{N_1}, \quad (24)$$

где

$$N_1(y) = G_1(y) G_2^I(y) - G_2(y) G_1^I(y), \\ N_2(y) = G_1(y) G_3^I(y) - G_3(y) G_1^I(y),$$

G_1^I, G_2^I, G_3^I — первые производные по y от соответствующих функций.

Приравнявая результирующую силу \mathbf{F} к нулю, получаем следующее выражение для скорости фотофореза \mathbf{U}_{ph} ($\mathbf{U}_{ph} = -\mathbf{U}_\infty$) твердой крупной нагретой частицы сферической формы:

$$\mathbf{U}_{ph} = -h_{ph} J \mathbf{n}_z, \quad (25)$$

где $h_{ph} = f_{ph}/f_{\mu}$.

При оценке коэффициентов f_{μ} , f_{ph} и h_{ph} необходимо учитывать, что индексом «s» обозначены значения физических величин, взятые при средней относительной температуре поверхности частицы T_{pS} , которая определяется по формуле (10); функции $G_1(y)$, $G_1^I(y)$, $G_2(y)$, $G_2^I(y)$, $G_3(y)$, $G_3^I(y)$, $N_1(y)$ и $N_2(y)$ — берутся при $y = 1$.

Полученные выше формулы можно использовать и при малых относительных перепадах температуры в окрестности частицы. В случае, когда величина нагрева поверхности частицы мала, т.е. средняя температура поверхности по величине незначительно отличается от температуры окружающей среды вдали от частицы ($\Gamma_0 \rightarrow 0$), зависимостью коэффициентов молекулярного переноса (вязкости и теплопроводности) от температуры можно пренебречь, и тогда ($y = 1$) имеем: $G_1 = 1$, $G_1^I = -3$, $G_2 = 1$, $G_2^I = -1$, $G_3 = 1$, $G_3^I = 0$, $N_1 = 2$ и $N_2 = 3$. В этом случае формулы для силы и скорости фотофореза совпадают с результатами работ по фотофорезу при малых относительных перепадах температуры, например, [10, 12].

Формулы (23)–(25) позволяют при известном распределении по объему плотности тепловых источников учесть влияние нагрева поверхности частицы на величину фотофоретической силы и скорости при произвольных относительных перепадах температуры между поверхностью частицы и областью вдали от нее с учетом степенного вида зависимости вязкости и теплопроводности газообразной среды от температуры. Полученные формулы носят наиболее общий характер.

Представляют интерес численные оценки влияния нагрева поверхности аэрозольной частицы на фотофорез. На рис.1 приведена кривая, связывающая значение $\phi = f_{ph}/f_{ph}|_{T_{pS}=273\text{ K}}$, где ($f_{ph}|_{T_{pS}=273\text{ K}} = 9.34 \cdot 10^{-11}$), со значениями T_{pS} для крупных частиц меди радиусом $R = 25 \mu\text{м}$, движущихся в воздухе при нормальных условиях.

На рис. 2 приведено сравнение формул для скорости фотофореза, рассчитанной по формуле (25) (кривая 2), с формулой при малых перепадах температуры, например, [12] (кривая 1), но при средних значениях коэффициентов переноса для крупных частиц меди радиусом $R = 25 \mu\text{м}$, движущихся в воздухе при нормальных условиях. Сравнение этих кривых с точными значениями показывает, что средние значения коэффициентов молекулярного переноса можно использовать при оценке силы и скорости фотофоретического переноса, когда изменение отношения $T_{pS}/T_{g\infty}$ не превышает 1.2.

Из приведенных кривых видно, что усредненная формула дает существенную погрешность и ею пользоваться нельзя, когда $(T_{pS} - T_{g\infty})/T_{g\infty} \sim 0(1)$. Это связано с тем, что при решении уравнений газовой динамики мы не учитываем зависимость коэффициентов молекулярного переноса (вязкости, теплопроводности) и плотности газообразной среды от температуры. В интервале температур от 273 К до 300 К можно пользо-

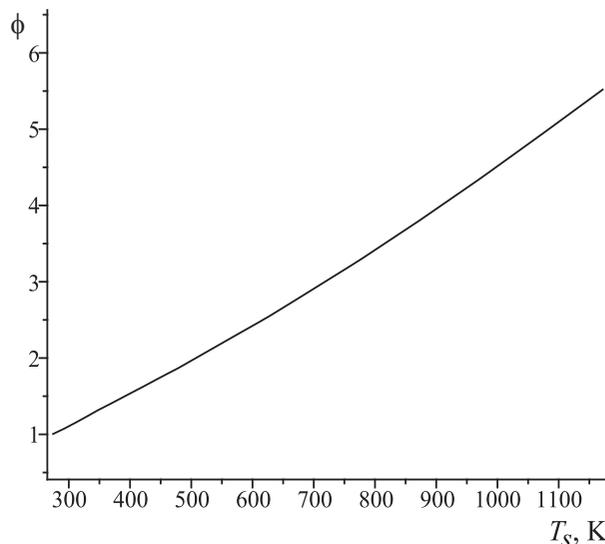


Рис. 1: Кривая зависимости функции ϕ от средней температуры поверхности частицы T_{pS}

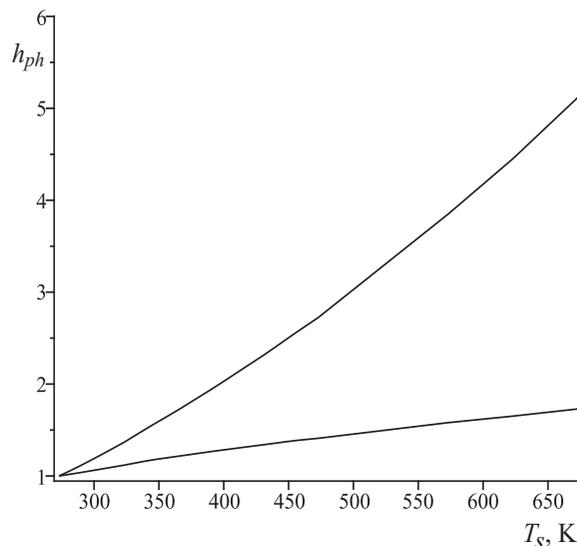


Рис. 2: Численное сравнение формул для скорости фотофореза

ваться усредненной формулой.

Из формул (23)–(25) видно, что величина и направление силы и скорости фотофореза определяется величиной и направлением дипольного момента плотности тепловых источников $\int_V q_p z dV \mathbf{n}_z$. В тех случаях, когда дипольный момент отрицательный (когда большая часть тепловой энергии выделяется в той части частицы, которая обращена к источнику излучения), частица движется в направлении падающего излучения. Если дипольный момент положительный (большая часть тепловой энергии выделяется в теневой части частицы), частица будет двигаться навстречу направлению распространения излучения. Для вычисления интегра-

ла необходимо знать величину q_p , которая определяется из решения электродинамической задачи, например, [22]. В настоящее время разработаны численные методы, позволяющие найти величину дипольного момента плотности тепловых источников, например, в работе [29] приводится листинг такой программы.

В качестве примера рассмотрим наиболее простой

случай, когда частица поглощает излучение как черное тело. В этом случае поглощение происходит в тонком слое толщиной $\delta R \ll R$, прилегающем к нагреваемой части поверхности частицы. При этом плотность тепловых источников внутри слоя толщиной δR определяется с помощью формулы (вывод формулы дан, например, в [12])

$$q_p = \begin{cases} -\frac{I_0}{\delta R} \cos \theta, & \frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi, \\ 0, & 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}, \end{cases} \quad R - \delta R \leq r \leq R; \quad (26)$$

где I_0 — интенсивность падающего излучения.

С учетом (26), получаем следующие выражения для фотофоретической силы и скорости абсолютно черных нагретых крупных частиц сферической формы:

$$\mathbf{F}_{ph}^* = 3\pi R \mu_{g\infty} f_{ph} I_0 \mathbf{n}_z, \quad \mathbf{U}_{ph}^* = \frac{h_{ph}}{2} I_0 \mathbf{n}_z \quad (h_{ph} = f_{ph}/f_\mu). \quad (27)$$

Средняя температура поверхности частицы T_{pS} связана в этом случае с интенсивностью падающего излучения формулой (28)

$$\begin{cases} T_{pS} = T_{gS}, \\ \frac{\ell^{(S)}}{1 + \alpha} \frac{\lambda_{gS}}{\lambda_{pS}} T_{pS} t_{gS} = \frac{R}{4\lambda_{pS}} I_0 - \sigma_0 \sigma_1 \frac{RT_{g\infty}^4}{\lambda_{pS}} \left[\left(\frac{T_{pS}}{T_{g\infty}} \right)^4 - 1 \right]. \end{cases} \quad (28)$$

На рис. 3, 4 приведены кривые, связывающие значения $\phi^* = F_{ph}^*$, $\psi^* = U_{ph}^*$, со значениями I_0 для крупных частиц меди радиусом $R = 25 \mu\text{м}$, движущихся в воздухе при нормальных условиях.

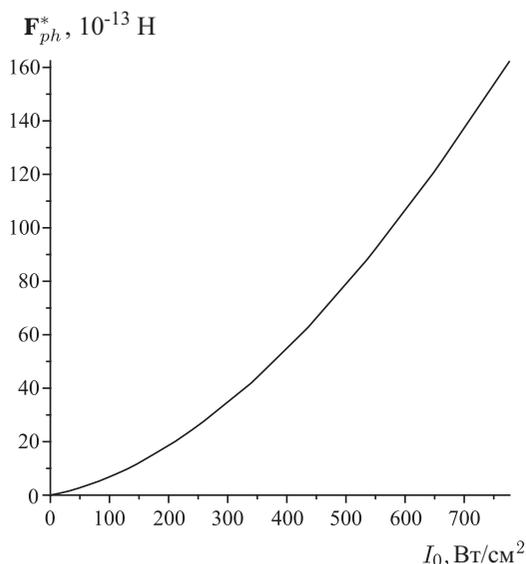


Рис. 3: Кривая зависимости фотофоретической силы F_{ph}^* от интенсивности падающего излучения I_0

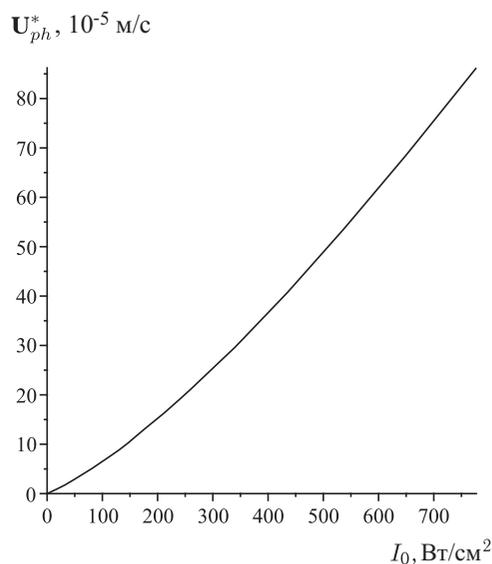


Рис. 4: Кривая зависимости фотофоретической скорости U_{ph}^* от интенсивности падающего излучения I_0

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Благодарности

Из приведенных графиков видно, что сила и скорость фотофореза нелинейно возрастают с увеличением интенсивности излучения, что обусловлено зависимостью коэффициентов молекулярного переноса и плотности от температуры. В случае малых перепадов наблюдается линейный характер зависимости, что совпадает с известными ранее результатами.

Работа выполнена в рамках Федеральной целевой программы научно-образовательного центра «Управляемые электромагнитные процессы в конденсированных средах» Автор выражает благодарность профессору Н. В. Малаю и профессору Е. Р. Щукину .

- [1] Волковицкий О. А., Седунов Ю. С., Семенов Л. П. Распространение интенсивного лазерного излучения в облаках. Ленинград: Гидрометеоздат. (1982). 300 с.
- [2] Вальдберг А. Ю., Исянов П. М., Яламов Ю. И. Теоретические основы охраны атмосферного воздуха от загрязнения промышленными аэрозолями. Санкт-Петербург: Ниогаз-фильтр. (1993). 235 с.
- [3] Кабанов М. В. Лазерное зондирование промышленных аэрозолей. Новосибирск: Наука. (1986). 185 с.
- [4] Wurm Gerhard, Krauss Oliver. Atmospheric Environment. **42**, 11. P.2682. (2008).
- [5] Chang Yu C., Keh Huan J. J. of Aerosol Science. **50**. P. 1. (2012).
- [6] Кутуков В. Б., Яламов Ю. И. Нелинейные эффекты при распространении лазерного излучения в атмосфере. Томск. (1977). с. 145-147.
- [7] Pueshel R. L., Verma S., Rohatschek M., Ferry G. V., Boiadjieva N., Novard S. D., Strawa A. W. J. Geophys. Res. D. **105**, N. 3. P. 3727. (2000).
- [8] Береснев С. А., Ковалев Ф. Д., Кочнева Л. Б., Рунков В. А., Суетин П. Е., Черемисин А. А. Оптика атмосферы и океана. **16**, № 1. С. 52. (2003).
- [9] Soong Chyi-Yeou, Li Wen-Ken, Chung-Ho, Tzeng Pei-Yuan. Optics Letters. **35**, N. 5. P. 625. (2010).
- [10] Береснев С. А., Кочнева Л. Б. Физика атмосферы и океана. **16**, № 2. С. 134. (2003).
- [11] Шулиманова З. Л., Щукин Е. Р., Еремчук Т. М. Письма в ЖТФ. **22**, вып. 18. С. 33. (1996).
- [12] Щукин Е. Р., Яламов Ю. И., Шулиманова З. Л. Избранные вопросы физики аэрозолей. Учебное пособие для студентов и аспирантов. Москва: МПУ. (1992). 297 с.
- [13] Кутуков В. В., Щукин Е. Р., Яламов Ю. И. ЖТФ. **46**, вып. 3. С. 626. (1976).
- [14] Kassoy D. R., Adomcon T. C., Messiter J. R. J. Physics Fluids. **9**, N. 4. P. 671. (1966).
- [15] Малай Н. В., Щукин Е. Р. ИФЖ. **54**, № 4. С. 628. (1988).
- [16] Малай Н. В., Щукин Е. Р., Стукалов А. А., Рязанов К. С. ПМТФ. № 1. С. 74. (2008).
- [17] Галкин В. С., Коган М. Н., Фриндлендер О. Г. ПММ. **36**. С. 880. (1972).
- [18] Malai N. V., Limanskaya A. V., Shchukin E. R., Stukalov A. A. Atmospheric and Oceanic Optics. **25**, N. 5. P. 355. (2012).
- [19] Поддоскин А. Б., Юшканов А. А., Яламов Ю. И. ЖТФ. **52**, № 11. С. 2253. (1982).
- [20] Яламов Ю. И., Галоян В. С. Динамика капель в неоднородных вязких средах. Ереван: Луйс. (1985). 207 с.
- [21] Бретшнайдер Ст. Свойства газов и жидкостей. Инженерные методы расчета. М.: Химия, (1966). 535 с.
- [22] Борен К. Ф., Хафмен Д. Р. Поглощение и рассеяние света малыми частицами. М.: Мир. (1986). 660 с.
- [23] Хаппель Дж., Бреннер Г. Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. М.: Мир. (1976). 630 с.
- [24] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука. (1986). 736 с.
- [25] Шейндлин А. Е. Излучательные свойства твердых материалов. Справочник. М.: Энергия. (1974). 471 с.
- [26] Коддингстон Э. А., Левинсон Н. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Иностран. лит-ра. (1958). 474 с.
- [27] Смирнов В. И. Курс высшей математики. III. Часть II. М.: Наука. (1974). 672 с.
- [28] Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Физ.-мат. лит-ра. (1961). 703 с.
- [29] Рязанов К. С., Попов И. В., Малай Н. В. Вычисление распределения поглощаемой электромагнитной энергии внутри частиц сферической формы. Свид. о госуд. регистрации программы для ЭВМ № 2010616043 14.09.2010

Influence of heating the surface of the particle on photophoresis of large aerosol particle at high temperature differences in its surroundings

A. V. Limanskaya

Engineering and Physics Faculty, The National Research University «Belgorod State University»
85, Pobedy St., Belgorod, 308015, Russia
E-mail: limanskayaanna@mail.ru

In the Stokes approximation the photophoretic motion of large solid aerosol spherical particle is described theoretically. By consideration of the motion assumed that average temperature of the particle surface significantly differs from the temperature of gaseous medium. During solution process of gas-dynamic equations analytical expressions for the force and velocity of photophoresis obtained taken into account the dependence of gaseous medium density and viscosity and heat conduction on temperature.

PACS: 65.20.-w

Keywords: photophoresis, photophoresis in gases, the motion of the heated aerosol particles in the field of electromagnetic radiation.

Received 14.06.2013

Сведения об авторах

Лиманская Анна Васильевна — аспирант кафедры теоретической и математической физики НИУ «БелГУ»; e-mail: limanskayaanna@mail.ru.