

## Неоднородный пионный конденсат в $(1+1)$ -мерной массивной модели Намбу–Йона-Лазинио

В. Ч. Жуковский,<sup>\*</sup> Н. В. Губина,<sup>†</sup> С. Г. Курбанов<sup>‡</sup>  
*Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова,  
 физический факультет, кафедра теоретической физики,  
 Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.*

К. Г. Клименко<sup>§</sup>  
*ИФВЭ и Университет «Дубна», Протвино, Московская область  
 (Статья поступила 15.05.2012; подписана в печать 05.07.2012)*

Исследована зависимость структуры основных состояний четырехфермионной  $(1+1)$ -мерной модели Намбу–Йона-Лазинио от внешних параметров (химпотенциалов), в присутствии которых модель демонстрирует свойства плотной кварковой среды в реальных физических ситуациях. При наличии барионного  $\mu$  и изотопического  $\mu_I$  химических потенциалов в приближении большого числа цветов вычислен термодинамический потенциал системы. Рассматривается ряд частных и самый общий случай зависимости потенциала от внешних параметров. Изучена возможность образования в плотной кварковой среде пространственно неоднородного пионного конденсата для безмассового и массивного случаев. Проведен подробный анализ фазовой структуры модели.

PACS: 11.15.Pg, 12.39.Fe

Ключевые слова: модель Намбу–Йона-Лазинио, неоднородный конденсат, термодинамический потенциал, уравнение щели, барионный химический потенциал, изотопический химический потенциал, фазовая диаграмма, волна пионной плотности.

### ВВЕДЕНИЕ

Данная статья посвящена исследованию явления заряженной пионной конденсации (PC) в рамках  $(1+1)$ -мерной модели Намбу–Йона-Лазинио (НЙЛ<sub>2</sub>), описывающей кварковую материю двух ароматов с учетом барионного ( $\mu$ ) и изоспинового ( $\mu_I$ ) химических потенциалов. Рассмотрение проводится в главном порядке  $1/N_c$ -разложения. В отличие от исследований, выполненных ранее в работах [1–3], где также изучалась модель НЙЛ<sub>2</sub> с однородным конденсатом, мы рассмотрим неоднородный, зависящий от координаты пионный конденсат.

В последние десятилетия большой интерес вызывают исследования фазовых диаграмм квантовой хромодинамики, учитывающие возможность неоднородности барионной материи по изотопическому составу. Фазовые диаграммы КХД, описывающие восстановление киральной симметрии [4–6], явление цветовой сверхпроводимости [7–11], киральный магнитный эффект ([12, 13]) и явления заряженной пионной конденсации [14–18], активно изучаются в присутствии таких внешних параметров, как температуры, химические потенциалы, внешние магнитные поля. Все эти явления и, в том числе, явление заряженной пионной конденсации, сопровождающееся спонтанным на-

рушением непрерывной изоспиновой симметрии, могут быть описаны в терминах относительно простых  $(1+1)$ -моделей типа Гросса–Невё, киральных эффективных лагранжианов, изучаемых в пределе большого числа цветов (см., напр., [1–3, 19]).

В данной работе на основе фазовых диаграмм безмассовой и массивной модели НЙЛ<sub>2</sub> изучается явление заряженной пионной конденсации. При этом заряженный пионный конденсат, благодаря выбору анзаца определенного вида, может быть рассмотрен как пространственно неоднородный, а киральный конденсат для простоты взят в пространственно однородном виде. Это облегчает изучение выбранной модели, и поможет достигнуть понимания реальных свойств плотной барионной материи и глубже разобраться в феномене заряженной пионной конденсации.

### 1. МОДЕЛЬ

Лагранжиан  $(1+1)$ -мерной массивной модели, описывающей плотную кварковую среду в терминах  $u$  и  $d$  кварков, имеет вид:

$$\mathcal{L} = \bar{q} \left[ \gamma^\rho i \partial_\rho + \mu \gamma^0 + \frac{\mu_I}{2} \tau_3 \gamma^0 - m_0 \right] q + \frac{G}{N_c} \left[ (\bar{q}q)^2 + (\bar{q}i\gamma^5 \vec{\tau}q)^2 \right] \quad (1)$$

где гамма-матрицы выбраны следующим образом:  $\gamma^0 = \sigma_2$ ,  $\gamma^1 = i\sigma_1$ ,  $\gamma^5 = \gamma^0 \gamma^1 = \sigma_3$ , а двукомпонентные дираковские спиноры  $q(x) \equiv q_{i\alpha}(x)$ , являются дублетом по ароматам ( $i = 1, 2$ ) с соответствующими матрицами Паули  $\tau_k$  ( $k = 1, 2, 3$ ) и  $N_c$ -плетом по цветам

<sup>\*</sup>E-mail: zhukovsk@phys.msu.ru.

<sup>†</sup>E-mail: gubinanadya@gmail.com

<sup>‡</sup>E-mail: serdarkurbanov@gmail.com

<sup>§</sup>E-mail: kklim@ihep.ru

( $\alpha = 1, \dots, N_c$ ). Химический потенциал  $\mu$  отвечает за ненулевую барионную плотность кварковой среды, в то время как изоспиновый химический потенциал  $\mu_I$  вводится для изучения случая конечной изоспиновой плотности.

Данный лагранжиан является обобщением модели Гросса-Невё [20] с одним типом кварков на случай двух типов с добавлением химических потенциалов. В отличие от обычной (1+1)-мерной модели Гросса-Невё, имеющей симметрию  $U(N)$  по индексу аромата и дискретную киральную  $Z(2)$  симметрию, симметричные свойства рассматриваемой модели зависят от значений введенных параметров. При  $\mu_I = 0$  и  $m = 0$  кроме глобальной  $SU(N_c)$  симметрии по цветовому индексу, исходный лагранжиан инвариантен относительно преобразований киральной группы  $SU_L(2) \times SU_R(2)$ . Однако, при  $\mu_I \neq 0$  группа симметрий сводится к  $U_{I_3L}(1) \times U_{I_3R}(1)$ , где  $I_3 = \tau_3/2$  является третьей компонентой оператора изоспина. Отметим, что исходный лагранжиан инвариантен также относительно преобразований четности.

## 2. БОЗОНИЗАЦИЯ

При изучении модели в целях линейаризации лагранжиана системы вводим новые бозонные поля  $\sigma(x)$  и  $\pi_a(x)$  ( $a = 1, 2, 3$ ), определенные равенствами:

$$\begin{aligned} \sigma(x) &= -2\frac{G}{N_c}(\bar{q}q); \\ \pi_a(x) &= -2\frac{G}{N_c}(\bar{q}i\gamma^5\tau_a q), \quad (a = 1, 2, 3). \end{aligned} \quad (2)$$

После соответствующей подстановки в первом порядке разложения при больших значениях  $N_c$  получаем для эффективного действия  $\mathcal{S}_{\text{eff}}(\sigma, \pi_a)$  следующее выражение:

$$\mathcal{S}_{\text{eff}}(\sigma, \pi_a) = -N_c \int d^2x \left[ \frac{\sigma^2 + \pi_a^2}{4G} \right] + \tilde{\mathcal{S}}_{\text{eff}}. \quad (3)$$

Вклад кварковых полей в эффективное действие определяется членом  $\tilde{\mathcal{S}}_{\text{eff}}$  в выражении (3) и в явном виде записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} \exp(i\tilde{\mathcal{S}}_{\text{eff}}) &= N' \int [d\bar{q}][dq] \exp \left( i \int \left\{ \bar{q}[\gamma^\rho i\partial_\rho + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \mu\gamma^0 + \nu\tau_3\gamma^0 - \sigma - m_0 - i\gamma^5\pi_a\tau_a]q \right\} d^2x \right), \end{aligned} \quad (4)$$

здесь использовано обозначение  $\nu = \mu_I/2$ .

Величины вакуумных средних  $\langle \sigma(x) \rangle$  и  $\langle \pi_a(x) \rangle$  сконструированных бозонных полей определяются в соответствии с экстремумами эффективного действия:

$$\frac{\delta \mathcal{S}_{\text{eff}}}{\delta \sigma(x)} = 0, \quad \frac{\delta \mathcal{S}_{\text{eff}}}{\delta \pi_a(x)} = 0, \quad (5)$$

где  $a = 1, 2, 3$ . В плотной среде, где  $\mu \neq 0$ ,  $\mu_I \neq 0$ , они могут быть пространственно неоднородными. В

рассматриваемом здесь случае выбран анзац, учитывающий возможность образования волн пионного конденсата:

$$\begin{aligned} \langle \sigma(x) \rangle + m_0 &= M, \quad \langle \pi_3(x) \rangle = 0, \\ \langle \pi_+ \rangle &= \langle \pi_1(x) \rangle + i\langle \pi_2(x) \rangle = \Delta e^{2i\bar{b}\bar{x}}, \\ \langle \pi_- \rangle &= \langle \pi_1(x) \rangle - i\langle \pi_2(x) \rangle = \Delta e^{-2i\bar{b}\bar{x}}. \end{aligned} \quad (6)$$

Постоянные величины  $M, b, \Delta$ , которые реализуются в модели, должны минимизировать термодинамический потенциал (ТДП)  $\Omega(M, b, \Delta)$ , который определяется из эффективного действия:

$$\begin{aligned} \Omega(M, b, \Delta)V^{(2)} &= \\ &= -\frac{1}{N_c} \mathcal{S}_{\text{eff}}\{\sigma(x), \pi_a(x)\} \Big|_{\sigma(x)=\langle \sigma(x) \rangle, \pi_a(x)=\langle \pi_a(x) \rangle}, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $V^{(2)} = \int d^2x$ .

Для удобства дальнейших вычислений введем новое кварковое поле:

$$q \rightarrow \chi = \begin{pmatrix} \chi_u \\ \chi_d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi_u e^{ibx} \\ \psi_d e^{-ibx} \end{pmatrix} = e^{i\tau_3 bx} q. \quad (8)$$

Поскольку (см. [21]) такое преобразование кварковых полей не меняет меры интегрирования в континуальном интеграле, ТДП приобретает вид:

$$\begin{aligned} \Omega(M, b, \Delta) &= \\ &= \frac{(M - m_0)^2 + \Delta^2}{4G} + i \int \frac{d^2p}{(2\pi)^2} \ln \det D, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $D = (\not{p} - M + \mu\gamma_0 + \nu\tau_3\gamma_0 + \tau_3\gamma_1 b - i\Delta\tau_1\gamma_5)$ .

Вычислив спектр модели и взяв интеграл по  $p_0$ , можно получить следующее выражение для термодинамического потенциала:

$$\begin{aligned} \Omega(M, b, \Delta) &= \\ &= \frac{(M - m_0)^2 + \Delta^2}{4G} - \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dp_1 \{ |\eta^{(1)} - \mu| + \\ &\quad + |\eta^{(2)} - \mu| + |\eta^{(3)} - \mu| + |\eta^{(4)} - \mu| \}. \end{aligned} \quad (10)$$

Здесь  $\eta^{(1)}, \eta^{(2)}, \eta^{(3)}, \eta^{(4)}$  – корни уравнения

$$\begin{aligned} \det D &= \Delta^4 + 2\Delta^2 (M^2 + p_1^2 + \nu^2 - b^2 - \eta^2) + \\ &\quad + (M^2 + (p_1 - b)^2 - (\eta + \nu)^2) \times \\ &\quad \times (M^2 + (p_1 + b)^2 - (\eta - \nu)^2) = 0, \end{aligned} \quad (11)$$

где  $\eta = p_0 + \mu$ , которые могут быть найдены аналитически.

Для устранения ультрафиолетовой расходимости в выражении (10) и получения физически значимого результата используется традиционная для моделей типа ГН и НЙЛ регуляризация с помощью обрезания по импульсам, представленная здесь схематично (более

детально процедура перенормировки массивной модели типа ГН описана в [22, 23]):

$$\Omega(M, b, \Delta) = \lim_{\Lambda \rightarrow \infty} \left\{ \Omega_{\text{reg}}(M, b, \Delta) \Big|_{G \rightarrow G(\Lambda)} + \frac{\Lambda^2}{\pi} \right\}. \quad (12)$$

Однако полученная таким образом функция демонстрирует нефизичную зависимость от волнового вектора  $b$  при нулевой амплитуде  $\Delta$  и неограниченность по величине  $b$  снизу. Физически значимым термодинамическим потенциалом системы является величина, полученная после дополнительного вычитания, ранее примененного в работе [16]:

$$\Omega^{\text{phys}}(M, b, \Delta) = \Omega(M, b, \Delta) - \Omega(M, b, 0) + \Omega(M, 0, 0). \quad (13)$$

Причина обнаруженной нефизичности выражения (10) заключается в использовании *регуляризации с симметричным обрезанием по импульсу* (12), что подробнее освещено в нашей предыдущей работе [24] и также обсуждалось в работах [25, 26]. Вид термодинамического потенциала, демонстрирующий ограниченность ТДП после вычитания (13) (или при выборе несимметричного обрезания по импульсам, что приводит к тому же результату) показан на Рис. 1.

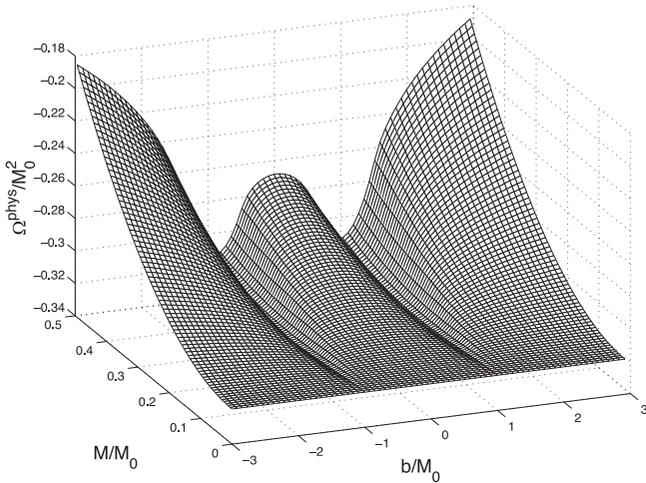


Рис. 1: Зависимость эффективного потенциала от амплитуды  $M$  и волнового вектора

Фазовая структура модели, представленной исходным лагранжианом, для случая  $m = 0$  хорошо изучена для множества частных случаев: например, в [3] рассмотрено образование только однородных конденсатов, в [24] обсуждались условия существования фаз киральной волн плотности. Из всех возможных форм пространственно неоднородных решений, моделирующих основное состояние (киральные кристаллы, спирали и т.д., см. например [27–29]) для обсуждения в данной работе выбран конденсат в виде волны пионной плотности (ВПП). Рассматривается вопрос, при

каких условиях данный тип конденсата является более предпочтительным, чем остальные.

### 3. БЕЗМАССОВЫЙ СЛУЧАЙ: $m = 0$

#### 3.1. Фазовая структура в однородном случае: $b = 0$ .

Изучение фазового портрета модели НЙЛ<sub>2</sub> для случая однородных конденсатов начнем с выражения (9), положив  $b = 0$ . В этом случае спектр модели легко находится:

$$\begin{aligned} \eta^{(1),(2),(3),(4)} &= \pm \mathcal{E}_{\Delta}^{\pm}, & \mathcal{E}_{\Delta}^{\pm} &= \sqrt{(\mathcal{E}^{\pm})^2 + \Delta^2}, \\ \mathcal{E}^{\pm} &= E \pm \nu, & E &= \sqrt{p_1^2 + M^2}. \end{aligned} \quad (14)$$

После применения схемы (12) получаем перенормированное выражение для ТДП:

$$\begin{aligned} \Omega(M, \Delta) &= V_0(\sqrt{M^2 + \Delta^2}) - \\ &- \int_0^{\infty} \frac{dp_1}{\pi} \left\{ \mathcal{E}_{\Delta}^+ + \mathcal{E}_{\Delta}^- - 2\sqrt{p_1^2 + M^2 + \Delta^2} \right\} - \\ &- \int_0^{\infty} \frac{dp_1}{\pi} \left\{ (\mu - \mathcal{E}_{\Delta}^+) \theta(\mu - \mathcal{E}_{\Delta}^+) + (\mu - \mathcal{E}_{\Delta}^-) \theta(\mu - \mathcal{E}_{\Delta}^-) \right\}, \end{aligned} \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned} V_0(M) &\equiv \\ &\equiv \lim_{\Lambda \rightarrow \infty} \left\{ \frac{M^2}{4G(\Lambda)} - \frac{2}{\pi} \int_0^{\Lambda} dp_1 \sqrt{p_1^2 + M^2} + \frac{\Lambda^2}{\pi} \right\} = \\ &= \frac{M^2}{2\pi} \left[ \ln \left( \frac{M^2}{M_0^2} \right) - 1 \right]. \end{aligned} \quad (16)$$

В результате численного исследования полученного выражения, для случая однородного конденсата получена фазовая диаграмма, представленная на Рис. 2 (более детальное исследование см. в [3]).

#### 3.2. Пионные волны плотности

Применяя аналогичную схему регуляризации для рассмотрения неоднородного пионного конденсата, можно получить термодинамический потенциал следующего вида:

$$\begin{aligned} \Omega(M, b, \Delta) &= V_0(\sqrt{M^2 + \Delta^2}) - \\ &- \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dp_1 \left\{ \sum_i |\eta^{(i)} - \mu| - 4\sqrt{p_1^2 + M^2 + \Delta^2} \right\} \end{aligned} \quad (17)$$

Это выражение, как и в случае (10), имеет нефизичную зависимость от  $b$  при  $\Delta = 0$ , и для получения физического ТДП требуется вычитание (13).

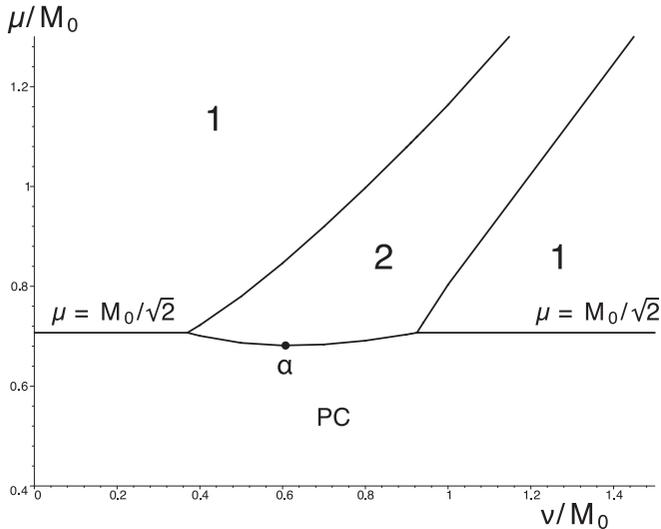


Рис. 2: Фазовый портрет для случая пространственно однородных конденсатов. 1 - фаза с безмассовыми кварками, 2 - фаза с массивными кварками, PC - фаза заряженной пионной конденсации

При численном исследовании данного термодинамического потенциала был получен фазовый портрет безмассовой модели (см. Рис. 3).

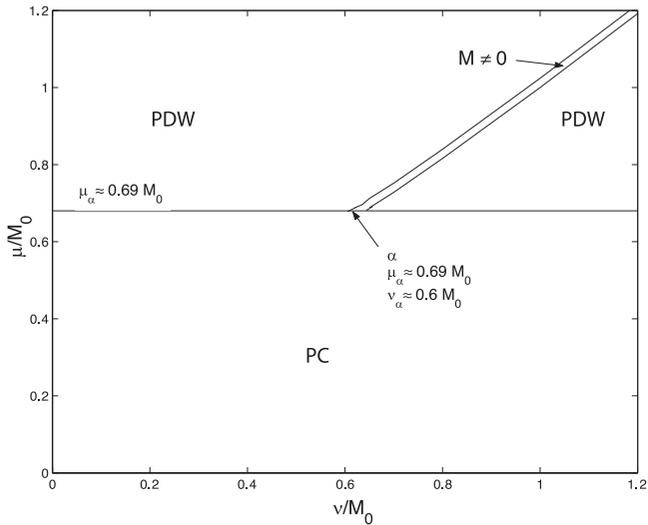


Рис. 3: Фазовый портрет модели с волной пионной плотности в безмассовом случае. PC - фаза однородного пионного конденсата ( $\mu < \mu_\alpha$ ), PDW - неоднородная фаза с волной пионной плотности (при  $\mu > \mu_\alpha$ ). Область рисунка, обозначенная как  $M \neq 0$ , соответствует однородной кирально несимметричной фазе. Ширина этой области  $\sim 0.03M_0$ ;  $\alpha$  - критическая точка раздела фаз

Из фазовой диаграммы на Рис. 3, полученной при исследовании ТДП (17) и уравнений щели для переменных  $M, \Delta$  и  $b$  при поиске решений в виде волн пионной плотности, видно, что если  $\mu < \mu_\alpha$ , имеет место только однородный пионный конденсат, а в случае

когда  $\mu > \mu_\alpha$  материя находится в виде ВПП, за исключением тонкой полоски фазы нормальной кварковой материи вблизи линии  $\mu = \nu$ . Полоска эта имеет ширину всего  $0.03M_0$  и заканчивается в критической точке  $\alpha$ , где  $\mu = \nu = 0.68M_0$ .

Поскольку анзац (6) предполагает также возможность возникновения однородных конденсатов, по различию фазовых портретов для однородного и неоднородного случаев можно сказать, что фаза волн пионной плотности в безмассовой модели более предпочтительна, чем вакуумная фаза, и также чем фаза нормальной кварковой материи, которая в случае, когда возможно возникновение волн пионной плотности, вырождается в тонкую полоску на фазовой диаграмме.

#### 4. МАССИВНЫЙ СЛУЧАЙ

В случае ненулевой массы аналогичные вычисления приводят к следующему виду термодинамического потенциала:

$$\Omega(M, b, \Delta) = V_0(\sqrt{M^2 + \Delta^2}) - \frac{mM}{2} \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dp_1 \left\{ \sum_i |\eta^{(i)} - \mu| - 4\sqrt{p_1^2 + M^2 + \Delta^2} \right\}, \quad (18)$$

причем для получения физически значимого ТДП необходимо снова провести вычитание (13).

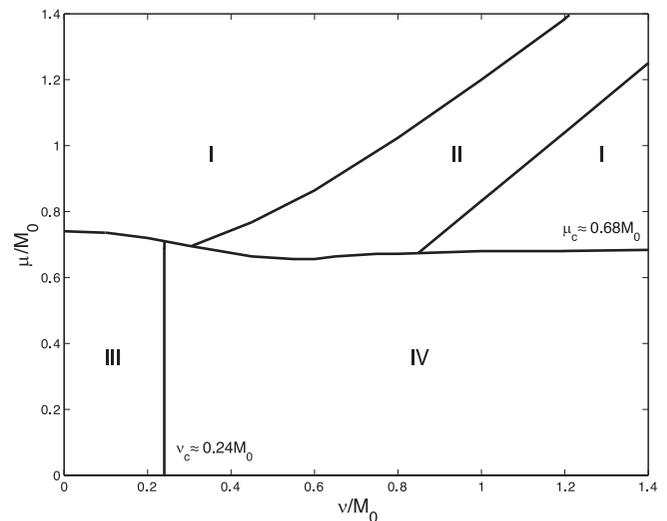


Рис. 4: Фазовый портрет с ВПП в массивном случае. I- фаза ВПП, II- массивная киральная фаза ( $M \neq 0$ ), III- вакуумная фаза, IV- фаза заряженной пионной конденсации (PC)

На Рис. 5 представлено поведение конденсатов массивной модели в зависимости от барионного химиче-

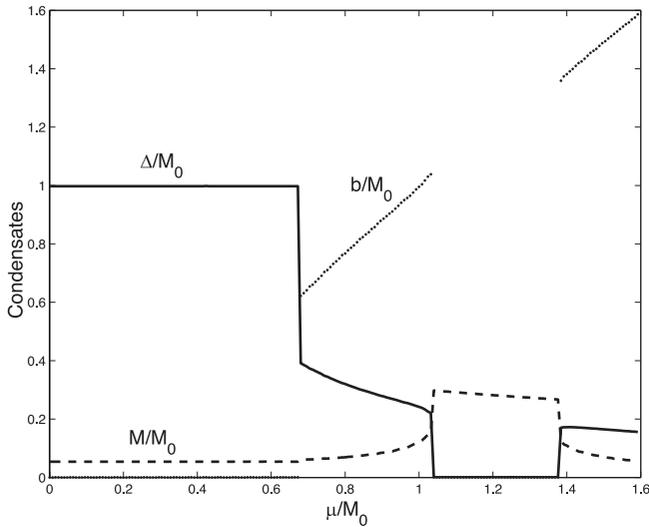


Рис. 5: Зависимость конденсатов  $M$  и  $\Delta$  массивной модели от величины барионного химпотенциала  $\mu$  при фиксированном значении изотопического химпотенциала  $\mu_I = 1.2M_0$

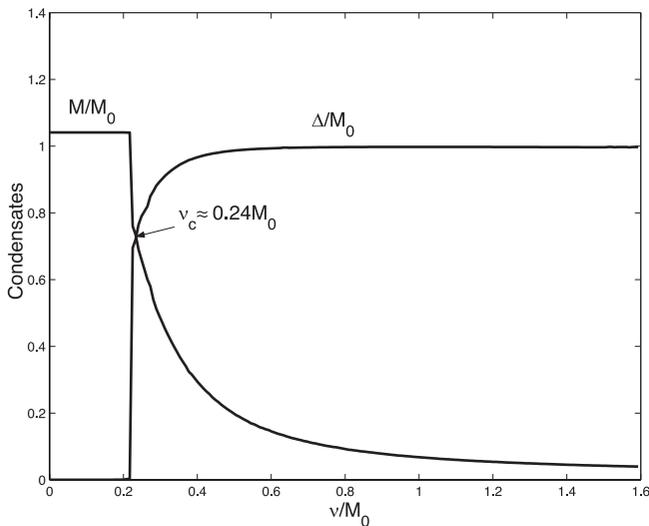


Рис. 6: Зависимость конденсатов  $M$  и  $\Delta$  массивной модели от изотопического химпотенциала  $\mu_I$  при фиксированном значении барионного химпотенциала  $\mu = 0.3M_0$

ского потенциала при фиксированном значении  $\nu = 1.2M_0$ .

Рис. 6 отражает зависимость конденсатов от величины изотопического химического потенциала при фиксированном значении  $\mu = 0.3M_0$ .

Результат численных вычислений с данным ТДП представлен на Рис.4 в виде фазовой диаграммы. Из сравнения с Рис. 3, видно, что фаза однородного кирального конденсата, которая в безмассовом случае представлена тонкой линией, расширилась и теперь занимает область II. Из сравнения с работой [22], где изучался однородный пионный конденсат в той же массивной модели видно, что изучаемый в настоящей статье неоднородный пионный конденсат занимает место, на котором, как видно из диаграммы в работе [22], находилась вакуумная фаза. Таким образом, можно утверждать, что фаза неоднородного пионного конденсата является более предпочтительной, чем вакуумная фаза, также и в массивной модели.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, на основе численных расчетов нами был исследован термодинамический потенциал (1+1)-мерной модели Намбу–Йона-Лазинио как для безмассового, так и для массивного случаев. Зависимость структуры основных состояний модели от значений барионного и изотопического химических потенциалов представлена на фазовых диаграммах.

Установлено, что для значений барионного химпотенциала  $\mu < \mu_c$  и произвольных ненулевых значениях  $\mu_I$  образуется только фаза заряженного пионного конденсата. Пространственно неоднородный пионный конденсат в виде волн плотности заданного вида образуется при значениях  $\mu$  выше критического. При этом установлено, что фаза неоднородного пионного конденсата является более предпочтительной, чем вакуумная фаза (т.е. отсутствие всех конденсатов), и в случае  $m = 0$  она также является более предпочтительной, чем фаза нормальной кварковой материи.

[1] Ebert D., Klímenko K. G., Tyukov A. V., Zhukovsky V. C. Phys. Rev. D **78**, 045008. (2008).  
 [2] Ebert D., Klímenko K. G. Phys. Rev. D. **80**, 125013 (2009).  
 [3] Ebert D., Klímenko K. G. arXiv:0902.1861.  
 [4] Asakawa M., Yazaki K. Nucl. Phys. A. **504**, 668. (1989).  
 [5] Menezes D. P., Pinto M. B., Avancini S. S., Martínez A. P., Providencia C. Phys. Rev. C. **79**, 035807. (2009).  
 [6] Hiller B., Osipov A. A., Blin A. H., Providencia da J. Phys. Lett. B. **650**, 262. (2007).

[7] Buballa M. Phys. Rep. **407**, 205. (2005).  
 [8] Alford M. G., Schmitt A., Rajagopal K., Schäfer T. Rev. Mod. Phys. **80**, 1455. (2008).  
 [9] Ebert D., Khudiyakov V. V., Zhukovsky V. C. Klímenko K. G. Phys. Rev. D. **65**, 054024. (2002).  
 [10] Ferrer E. J. de la Incera V. Phys. Rev. D. **76**, 045011. (2007).  
 [11] Shovkovy I. A. Found. Phys. **35**, 1309. (2005).  
 [12] Gorbar E. V., Miransky V. A., Shovkovy I. A. Phys. Lett. B. **695**, (2011).  
 [13] Abramczyk M., Blum T., Petropoulos G., Zhou R. The

- XXVII International Symposium on Lattice Field Theory. (arXiv:0911.1348, 2009).
- [14] *Son D. T., Stephanov M. A.* Phys. Atom. Nucl. **64**, 834. (2001).
- [15] *Andersen J. O., Brauner T.* Phys. Rev. D. **78**, 014030. (2008).
- [16] *Mu C. f., He L. y., Liu Y. x.* Phys. Rev. D. **82**, 056006. (2010).
- [17] *Jiang Y., Ren K., Xia T., Zhuang P.* arXiv:1104.0094.
- [18] *He L., Jin M., Zhuang P.* Phys. Rev. D. **71**, 116001. (2005).
- [19] *Ebert D., Gubina N. V., Klimenko K. G., Kurbanov S. G., Zhukovsky V. C.* Phys. Rev. D **84**, 025004. (2011).
- [20] *Gross D. J., Neveu A.* Phys. Rev. D. **10**, 3235. (1974).
- [21] *Fujikawa K.* Phys. Rev. D. **21**, 2848. (1980).
- [22] *Жуковский В. Ч., Клименко К. Г., Хунджуа Т. Г.* Вест. Моск. Унив. **65**, 21. (2010).
- [23] *Barducci A., Casalbuoni R., Modugno M., Pettini G.* Phys. Rev. D. **51**, 3042. (1995).
- [24] *Ebert D., Gubina N. V., Klimenko K. G. et al.* Phys. Rev. D. **84**, 025004. (2011).
- [25] *Nakano E., Tatsumi T.* Phys. Rev. D. **71**, 114006. (2005).
- [26] *Nickel D.* Phys. Rev. D. **80**, 074025. (2009).
- [27] *Carignano S., Nickel D., Buballa M.* Phys. Rev. D. **82**, 054009. (2010).
- [28] *Basar G., Dunne G. V., Thies M.* Phys. Rev. D. **79**, 105012. (2009).
- [29] *Basar G., Dunne G. V.* JHEP **1101**, 127. (2011).

### Inhomogeneous pion condensate in (1+1)-dimensional massive Nambu–Jona–Lasinio model

V. Ch. Zhukovsky<sup>1a</sup>, N. V. Gubina<sup>1b</sup>, S. G. Kurbanov<sup>1c</sup>, K. G. Klimenko<sup>2d</sup>

<sup>1</sup>*Department of Theoretical Physics, Faculty of Physics, M.V.Lomonosov Moscow State University, Moscow 119991, Russia.*

<sup>2</sup>*IHEP and University of Dubna (Protvino branch), 142281 Protvino, Moscow Region, Russia.*

*E-mail:* <sup>a</sup>zhukovsk@phys.msu.ru, <sup>b</sup>gubinanadya@gmail.com, <sup>c</sup>serdarkurbanov@gmail.com, <sup>d</sup>kklim@ihep.ru.

The ground state structure of four-fermionic (1 + 1)-dimensional Nambu–Jona–Lasinio model is investigated as a function of the external parameters (chemical potentials). In their presence the model demonstrates the features of dense quark matter in real physical situations. The thermodynamic potential of the model is calculated in the presence of nonzero baryonic  $\mu$  and isotopical  $\mu_I$  chemical potentials in the limit of large number of colors ( $N_c \rightarrow \infty$ ). The possibility of the formation of spatially inhomogeneous pion condensate in both massive and massless cases is considered. Detailed analysis of phase structure of the studied model is conducted.

PACS: 11.15.Pg, 12.39.Fe.

*Keywords:* Nambu–Jona–Lasinio model, inhomogeneous condensate, thermodynamic potential, gap equation, baryonic chemical potential, isotopical chemical potential, phase diagram, pion density wave.

*Received 15 May 2012.*

#### Сведения об авторах

1. Жуковский Владимир Чеславович — доктор физ.-мат. наук, профессор; тел.: 939-31-77, e-mail: zhukovsk@phys.msu.ru.

2. Губина Надежда Валерьевна — аспирантка кафедры теоретической физики физического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова; тел.: 939-31-77, e-mail: gubinanadya@gmail.com.

3. Курбанов Сердар Гельдимуратович — аспирант кафедры теоретической физики физического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова; тел.: 939-31-77, e-mail: serdarkurbanov@gmail.com.

4. Клименко Константин Григорьевич — доктор физ.-мат. наук, главный научный сотрудник (ИФВЭ), профессор (Университет «Дубна»), Протвино, Московская область; e-mail: kklim@ihep.ru.